

## Трансевразийская модель аддитивной структуры фитомассы деревьев в новом освещении\*

**В.А. Усольцев**, д.с.-х.н., профессор, **В.П. Часовских**, д.т.н., профессор, ФГБОУ ВО Уральский ГЛТУ, ФГБУН Ботанический сад УрО РАН; **И.С. Цепордей**, аспирант, ФГБУН Ботанический сад УрО РАН; **А.И. Колтунова**, д.с.-х.н., профессор, ФГБОУ ВО Оренбургский ГАУ

В условиях непрерывно возрастающей биосферной функции лесного покрова планеты в мировой литературе, посвящённой проблеме углерододепонирующей способности лесов, наметилась тенденция гармонизации аллометрических уравнений фитомассы, имеющая цель обеспечения максимальной корректности и устойчивости оценок [1]. Аллометрические модели фитомассы деревьев гармонизируются (согласовываются) либо путём обеспечения аддитивности фракционного состава [2], либо путём их регионализации (локализации) с помощью фиктивных переменных [3, 4], что выполняется обычно на локальных массивах фактических данных о фитомассе деревьев. Согласно принципу аддитивности, суммарная фитомасса фракций (ствол, ветви, хвоя, корни), полученная по фракционным уравнениям, должна равняться (но обычно не равняется) значению фитомассы, полученному по общему уравнению. Наличие сформированной авторами базы данных о фитомассе деревьев лесобразующих пород Евразии [5] даёт возможность выйти на трансконтинентальный уровень моделирования аддитивной структуры фитомассы деревьев.

**Цель** настоящего исследования – разработать единую трансконтинентальную аллометрическую модель фитомассы деревьев рода *Betula* L., гармонизированную по двум уровням: один из них обеспечивает принцип аддитивности фракций фитомассы, а второй связан с вводом фиктивных переменных, локализуя модель по экорегионам Евразии.

**Материал и методы исследования.** Из упомянутой базы данных взяты материалы в количестве 1076 модельных деревьев четырёх викарирующих видов рода *Betula* (соответственно *B. alba* L., *B. platyphylla* Suk., *B. costata* Trautv. и *B. dahurica* Pall.), распределённых по 11 экорегионам и обозначенных соответственно 11 фиктивными переменными от  $X_0$  до  $X_{10}$  (табл. 1). Распределение пробных площадей, на которых взяты модельные деревья в экорегионах Евразии, показано на рисунке 1.

Согласно структуре дисагрегированной (расчленяемой) (disaggregation model) трёхшаговой аддитивной системы моделей [2, 6], общая фитомасса, оценённая по исходному уравнению, расчленяется на фракции согласно схеме, представленной на рисунке 2 нашей предыдущей статьи [7]. Коэффициенты регрессионных моделей всех трёх шагов оцениваются одновременно, что обеспечивает аддитивность фитомассы всех фракций – общей, промежуточных и исходных [2].

**Результаты исследования.** Рассчитаны исходные аллометрические уравнения:

$$\ln P_i = a_i + b_i(\ln D) + c_i(\ln H) + d_i(\ln D)(\ln H) + \sum g_{ij} X_j, \quad (1)$$

где  $P_i$  – фитомасса  $i$ -й фракции, кг;  
 $D$  – диаметр ствола на высоте груди, см;  
 $H$  – высота дерева, м;  
 $i$  – индекс фракций фитомассы: общей ( $t$ ), надземной ( $a$ ), корней ( $r$ ), кроны ( $c$ ), ствола в коре ( $s$ ), листья ( $f$ ), ветвей ( $b$ ), древесины ствола ( $w$ ) и коры ствола ( $bk$ );  
 $j$  – индекс (код) фиктивной переменной, от 0 до 10 (табл. 1);  
 $\sum g_{ij} X_j$  – блок фиктивных переменных для  $i$ -й фракции фитомассы  $j$ -го экорегиона.



Рис. 1 – Распределение пробных площадей, на которых выполнены измерения фитомассы (кг) 1076 деревьев берёзы (*Betula* L.) на территории Евразии

\* Работа выполнена в рамках Государственного задания Ботанического сада УрО РАН

1. Схема кодирования фактивными переменными региональных массивов фактических данных фитомассы 1076 деревьев берёзы

Экорег-он*	Вид <i>Betula L.</i>	Блок фактивных переменных										Диапазон диаметров дерева, см	Диапазон высот дерева, м	Число наблюдений	
		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10				
ЗСЕ	<i>B. alba L.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5÷21,0	2,1÷18,8	12
ЕР	<i>B. alba L.</i>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,9÷41,8	2,2÷27,1	160
Ур	<i>B. alba L.</i>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0÷31,0	2,7÷26,4	193
ЗСст	<i>B. alba L.</i>	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5÷48,0	1,7÷25,0	571
СС	<i>B. alba L.</i>	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0,2÷44,7	1,5÷26,6	64
ДВсев	<i>B. platyphyllo S.</i>	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	6,7÷27,1	6,6÷14,2	5
ДВюг	<i>B. platyphyllo S.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,1÷30,5	12,5÷26,0	7
ДВюг	<i>B. costata Tr.</i>	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	8,6÷30,2	15,3÷20,9	7
ДВюг	<i>B. dahurica Pall.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	9,8÷30,8	13,7÷20,4	7
Кит	<i>B. platyphyllo S.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0,2÷28,0	1,5÷20,0	17
Яп	<i>B. platyphyllo S.</i>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4,3÷16,4	7,2÷19,8	33

Примечание: \* Обозначения экорегионов здесь и далее: ЗСЕ – Западная и Средняя Европа, широколиственные леса; ЕР – Европейская часть России, центральная часть; Ур – Средний и Южный Урал; ЗСст – Западная Сибирь, степь; СС – Средняя Сибирь, южная тайга; ДВсев – Дальний Восток, южная тайга; ДВюг – Дальний Восток, Приморье; Кит – Северо-Восточный Китай и Монголия; Яп – Японские острова

2. Характеристика независимых аллометрических уравнений деревьев берёзы

Фракция фитомассы	Регрессионные коэффициенты уравнений										$adjR^{2*}$				
	$P_t$	$P_a$	$P_r$	$P_c$	$P_s$	$P_f$	$P_b$	$P_w$	$P_{bk}$	$adjR^{2*}$					
	0,3509	D 1,7784	H -0,1937	D 0,2073 (lnH)	H -0,2349 X1	e -0,3636 X2	e -0,3496 X3	e -0,3294 X4	e -0,4561 X5	e -0,0021 X6	e 0,0041 X7	e -0,2068 X8	e -0,1679 X9	e -0,2028 X10	0,994
		Шар 1													
	0,1287	D 1,0769	H 0,6626	D 0,2486 (lnH)	H -0,2487 X1	e -0,2954 X2	e -0,1805 X3	e -0,1782 X4	e 0,0387 X5	e -0,0216 X6	e 0,1165 X7	e -0,0082 X8	e 0,0302 X9	e -0,1651 X10	0,990
	0,1638	D 2,5829	H -0,9141	D 0,0918 (lnH)	H -0,5537 X1	e -1,1927 X2	e -0,8986 X3	e -0,7439 X4	e -1,3328 X5	e -0,8333 X6	e -0,8880 X7	e -1,3743 X8	e -0,7917 X9	e -0,5880 X10	0,967
		Шар 2													
	0,1153	D 1,1568	H -0,4012	D 0,4081 (lnH)	H -0,3841 X1	e -0,7432 X2	e -0,2525 X3	e -0,1988 X4	e 0,5069 X5	e -0,2363 X6	e 0,3783 X7	e -0,3157 X8	e -0,1169 X9	e -0,1624 X10	0,943
	0,0665	D 1,0942	H 0,9481	D 0,1975 (lnH)	H -0,2284 X1	e -0,2172 X2	e -0,1726 X3	e -0,1740 X4	e -0,1744 X5	e -0,0144 X6	e 0,0278 X7	e 0,0237 X8	e 0,0670 X9	e -0,1711 X10	0,993
		Шар 3a													
	0,0234	D 1,1594	H -0,2395	D 0,2566 (lnH)	H 0,3068 X1	e -0,1476 X2	e 0,4016 X3	e 0,4573 X4	e 0,8753 X5	e -0,1733 X6	e 0,3476 X7	e -0,4908 X8	e 0,3481 X9	e -0,0632 X10	0,904
	0,0687	D 1,2209	H -0,3259	D 0,4186 (lnH)	H -0,5630 X1	e -0,8970 X2	e -0,4210 X3	e -0,3575 X4	e 0,4425 X5	e -0,3184 X6	e 0,3238 X7	e -0,3648 X8	e -0,2313 X9	e -0,1679 X10	0,942
		Шар 3б													
	0,0293	D 1,1321	H 1,1330	D 0,1577 (lnH)	H -0,0304 X1	e 0,1412 X2	e 0,1288 X3	e 0,2478 X4	e 0,2345 X5	e 0,3634 X6	e 0,4312 X7	e 0,3657 X8	e 0,3273 X9	e 0,1128 X10	0,992
	0,0161	D 1,2064	H 0,4611	D 0,2395 (lnH)	H -0,0891 X1	e -0,0997 X2	e 0,2927 X3	e 0,0258 X4	e -0,2669 X5	e 0,0563 X6	e -0,0850 X7	e 0,3147 X8	e 0,4878 X9	e -0,0279 X10	0,976

Примечание: \*  $adjR^2$  – коэффициент детерминации, скорректированный на число наблюдений

Модель (1) после потенцирования имеет вид:

$$P_i = e^{ai} D^{bi} H^{ci} D^{di(\ln H)} e^{\sum g_{ij} X_j} \quad (2)$$

По стандартной программе многофакторного регрессионного анализа выполнен расчёт коэффициентов уравнений (2) и получена их характеристика, которая дана в таблице 2. Все регрессионные коэффициенты уравнений (2) при численных переменных значимы на уровне вероятности  $P_{0,95}$  и выше, и уравнения адекватны исходным данным. Обоснование структуры регрессионной модели (1) было выполнено ранее [8].

Путём подстановки регрессионных коэффициентов независимых уравнений из таблицы 2 в структуру аддитивной модели, представленную в таблице 3, по трёхшаговой схеме пропорционального взвешивания получили трансконтинентальную аддитивную модель фракционного состава фитомассы деревьев берёзы с двойной гармонизацией, окончательный вид которой дан в таблице 4.

Модель действительна в диапазоне фактических данных высоты и диаметра ствола модельных деревьев, приведённых в таблице 1. Путём табулирования полученной модели (табл. 4) по задаваемым значениям  $D$  и  $H$  и по значениям фиктивных переменных, локализирующих общую модель по экорегионам, получаем региональные нормативы, аддитивные по фракциям фитомассы и предназначенные для её оценки в березняках Евразии. Для случаев, когда невозможно измерить высоты деревьев на пробных площадях при расчётах фитомассы на единице площади древостоя с применением предложенной модели (2), рассчитано вспомогательное уравнение:

$$H = 1,9871D^{0,8766} e^{0,2804/D} e^{-0,0168D} e^{0,0235X1} \times e^{-0,1800X2} e^{-0,0274X3} e^{0,0114X4} e^{-0,4268X5} e^{0,1510X6} \times e^{0,0188X7} e^{-0,0439X8} e^{-0,1642X9} e^{-0,0024X10}; \dots$$

$$adjR^2 = 0,854.$$

Переменная  $(1/D)$  введена в структуру модели (3) для коррекции аллометрии, нарушенной у мелких деревьев вследствие сдвига диаметра  $D$  в верхнюю часть кроны, а переменная  $(D)$  – для коррекции аллометрии, нарушаемой у крупных, старовозрастных деревьев.

Выполнено табулирование построенных аддитивных моделей в формате Excel. Поскольку объём таблиц превышает формат журнальной статьи, ограничимся анализом некоторых региональных особенностей структуры фитомассы равновеликих деревьев берёзы по соответствующему фрагменту итоговых таблиц (табл. 5).

Их анализ показывает, что наибольшие значения общей фитомассы равновеликих деревьев имеют место в Западной и Средней Европе (97 кг) и в восточной части ареала – Приморье, Северо-Восточный Китай, Япония (80–98 кг), находящихся под влиянием влажного климата соответственно Атлантического и Тихого океанов. Наименьшие показатели (62–70 кг) приходятся на Урало-Сибирский регион и северные территории Дальнего Востока (Магаданская область), характеризующиеся выраженной континентальностью климата.

Поскольку было установлено [9, 10], что устранение внутренней противоречивости уравнений фитомассы путём обеспечения их аддитивности необязательно означает повышение точности её оценок, необходимо выяснить, достаточно ли адекватна полученная аддитивная модель и как её характеристики соотносятся с показателями адекватности независимых уравнений.

С этой целью расчётные показатели фитомассы, полученные по независимым (исходным) и аддитивным уравнениям, сопоставлены с фактическими значениями фитомассы путём расчёта коэффициента детерминации  $R^2$ .

Результаты сопоставления (табл. 6) свидетельствуют о том, что аддитивные уравнения не только внутренне непротиворечивы, но и для некоторых фракций обладают лучшими показателями адекватности по сравнению с независимыми уравнениями. Как уже отмечалось, при реализации принципа аддитивности цель повышения адекватности получаемых уравнений по отношению к традиционным уравнениям не ставилась.

Соотношение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым и аддитивным моделям фитомассы деревьев (рис. 2), показывает степень коррелированности названных показателей и во многих случаях от-

### 3. Структура трёхшаговой аддитивной модели, реализуемой по принципу пропорционального взвешивания [2]

Шаг 1	$P_a = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_r D^{br} H^{cr}}{\alpha_a D^{ba} H^{ca}}} \times P_t$	$P_r = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_r D^{br} H^{cr}}{\alpha_a D^{ba} H^{ca}}} \times P_t$
Шаг 2	$P_c = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_s D^{bs} H^{cs}}{\alpha_c D^{bc} H^{cs}}} \times P_a$	$P_s = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_s D^{bs} H^{cs}}{\alpha_c D^{bc} H^{cs}}} \times P_a$
Шаг 3а	$P_f = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_b D^{bf} H^{cf}}{\alpha_f D^{bf} H^{cf}}} \times P_c$	$P_b = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_f D^{bf} H^{cf}}{\alpha_b D^{bf} H^{cf}}} \times P_c$
Шаг 3б	$P_w = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_{bk} D^{bk} H^{ck}}{\alpha_w D^{bw} H^{cw}}} \times P_s$	$P_{bk} = \frac{1}{1 + \frac{\alpha_w D^{bw} H^{cw}}{\alpha_{bk} D^{bk} H^{ck}}} \times P_s$

Примечание: Обозначения см. уравнение 1

4. Трёхшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы деревьев берёзы, реализованная по принципу пропорционального взвешивания

$Pt = 0.3509 D \cdot 1.7784 H \cdot 0.1937 D \cdot 0.2073(mH) \cdot e^{-0.34961Z} \cdot e^{-0.33941Y} \cdot e^{-0.45611X} \cdot e^{-0.00211V} \cdot e^{-0.00411W} \cdot e^{-0.20681Z} \cdot e^{-0.16791Y} \cdot e^{-0.20281X} \cdot e^{-0.20281W}$
Шаг 1
$Pa = \frac{1}{1+1.2722 D \cdot 1.5061 H \cdot 1.5766 D \cdot 0.1568(mH) \cdot e^{-0.30501Y} \cdot e^{-0.89731Z} \cdot e^{-0.71811X} \cdot e^{-0.56521V} \cdot e^{-1.37141W} \cdot e^{-0.81171Z} \cdot e^{-1.00451Y} \cdot e^{-1.36601X} \cdot e^{-0.82191Z} \cdot e^{-0.42291W}} \times Pt$
$Pr = \frac{1}{1+0.7860 D \cdot 1.5061 H \cdot 1.5766 D \cdot 0.1568(mH) \cdot e^{-0.30501Y} \cdot e^{-0.89731Z} \cdot e^{-0.71811X} \cdot e^{-0.56521V} \cdot e^{-1.37141W} \cdot e^{-0.81171Z} \cdot e^{-1.00451Y} \cdot e^{-1.36601X} \cdot e^{-0.82191Z} \cdot e^{-0.42291W}} \times Pt$
Шаг 2
$Pc = \frac{1}{1+0.5769 D \cdot 0.0626 H \cdot 1.3493 D \cdot 0.2106(mH) \cdot e^{-0.15561Y} \cdot e^{-0.52601Z} \cdot e^{-0.07991X} \cdot e^{-0.02481V} \cdot e^{-0.02481W} \cdot e^{-0.68131Z} \cdot e^{-0.22191Y} \cdot e^{-0.35041X} \cdot e^{-0.33941Z} \cdot e^{-0.18401Y} \cdot e^{-0.00871W}} \times Pa$
$Ps = \frac{1}{1+1.7333 D \cdot 0.0626 H \cdot 1.3493 D \cdot 0.2106(mH) \cdot e^{-0.15561Y} \cdot e^{-0.52601Z} \cdot e^{-0.07991X} \cdot e^{-0.02481V} \cdot e^{-0.02481W} \cdot e^{-0.68131Z} \cdot e^{-0.22191Y} \cdot e^{-0.35041X} \cdot e^{-0.33941Z} \cdot e^{-0.18401Y} \cdot e^{-0.00871W}} \times Pa$
Шаг 3а
$Pf = \frac{1}{1+2.9390 D \cdot 0.0616 H \cdot 0.0864 D \cdot 0.1620(mH) \cdot e^{-0.86981Y} \cdot e^{-0.74931Z} \cdot e^{-0.82261X} \cdot e^{-0.81481V} \cdot e^{-0.43281W} \cdot e^{-0.14501Z} \cdot e^{-0.02391Y} \cdot e^{-0.12601X} \cdot e^{-0.57941Z} \cdot e^{-0.10471W}} \times Pc$
$Pb = \frac{1}{1+0.3402 D \cdot 0.0616 H \cdot 0.0864 D \cdot 0.1620(mH) \cdot e^{-0.86981Y} \cdot e^{-0.74931Z} \cdot e^{-0.82261X} \cdot e^{-0.81481V} \cdot e^{-0.43281W} \cdot e^{-0.14501Z} \cdot e^{-0.02391Y} \cdot e^{-0.12601X} \cdot e^{-0.57941Z} \cdot e^{-0.10471W}} \times Pc$
Шаг 3б
$Pw = \frac{1}{1+0.5496 D \cdot 0.0743 H \cdot 0.6718 D \cdot 0.0819(mH) \cdot e^{-0.05871Y} \cdot e^{-0.24091Z} \cdot e^{-0.16381X} \cdot e^{-0.22201V} \cdot e^{-0.50141W} \cdot e^{-0.30711Z} \cdot e^{-0.51621Y} \cdot e^{-0.05101X} \cdot e^{-0.16031Z} \cdot e^{-0.14071W}} \times Ps$
$Pbk = \frac{1}{1+1.8196 D \cdot 0.0743 H \cdot 0.6718 D \cdot 0.0819(mH) \cdot e^{-0.05871Y} \cdot e^{-0.24091Z} \cdot e^{-0.16381X} \cdot e^{-0.22201V} \cdot e^{-0.50141W} \cdot e^{-0.30711Z} \cdot e^{-0.51621Y} \cdot e^{-0.05101X} \cdot e^{-0.16031Z} \cdot e^{-0.14071W}} \times Ps$

5. Фрагмент аддитивной таблицы фитомассы для деревьев диаметром 14 см и высотой 14 м по экорегионам и соответствующим видам *Betula*

Фракции фитомассы	Обозначения регионов и соответствующих видов <i>Betula</i>											
	ЗСЕ <i>B. alba</i>	ЕР <i>B. alba</i>	Ур <i>B. alba</i>	ЗСст <i>B. alba</i>	СС <i>B. alba</i>	ДВсев <i>B. platyphylla</i>	ДВюг <i>B. platyphylla</i>	ДВюг <i>B. costata</i>	ДВюг <i>B. dahurica</i>	Кит <i>B. platyphylla</i>	Яп <i>B. platyphylla</i>	
Общая	97,42	77,03	67,73	68,68	70,08	61,74	97,22	97,82	79,22	82,37	79,54	
Корни	25,48	15,95	8,55	10,12	11,74	5,09	13,21	11,23	6,57	11,10	14,98	
Надземная	71,94	61,08	59,18	58,56	58,34	56,65	84,00	86,59	72,65	71,27	64,55	
Крона	14,47	10,83	7,67	11,05	11,51	18,83	14,10	22,81	11,05	12,35	13,08	
Листья	1,52	2,37	1,53	2,33	2,41	2,89	1,69	2,45	1,04	2,14	1,51	
Ветви	12,95	8,46	6,14	8,72	9,09	15,94	12,41	20,36	10,01	10,21	11,57	
Стол в коре	57,47	50,25	51,51	47,51	46,83	37,82	69,90	63,78	61,60	58,92	51,48	
Древесина ствола	47,86	42,25	44,49	38,43	40,35	33,72	60,90	56,96	51,73	47,68	43,83	
Кора ствола	9,61	8,00	7,02	9,09	6,49	4,10	9,00	6,82	9,87	11,24	7,65	



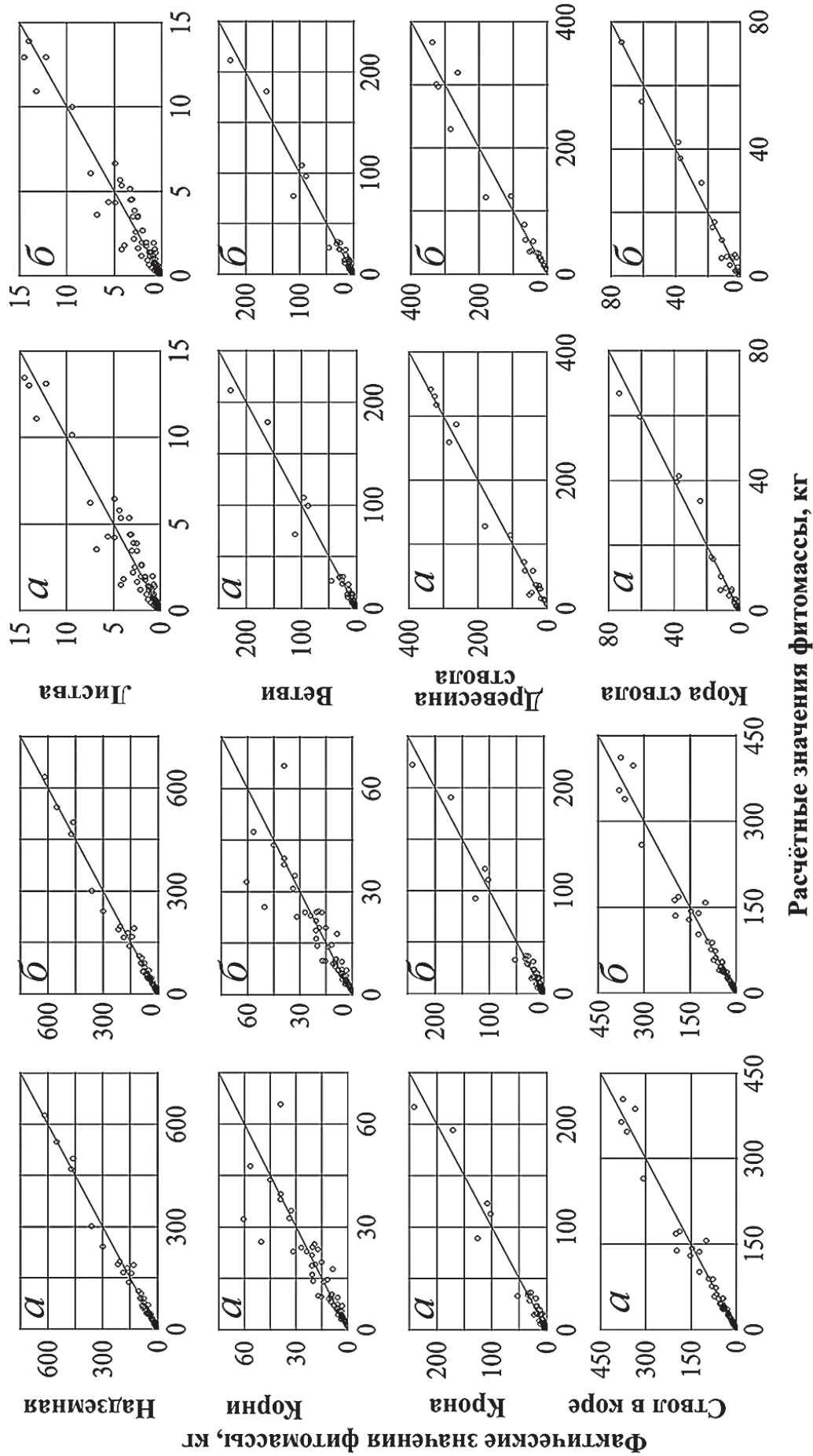


Рис. 2 – Сравнение фактических значений и значений, полученных расчётом по независимым (а) и аддитивным (б) моделям фитомассы деревьев берёзы

6. Сравнение показателей адекватности независимых и аддитивных уравнений фитомассы деревьев берёзы

Показатель адекватности	Фракции фитомассы								
	<i>P<sub>t</sub></i>	<i>P<sub>a</sub></i>	<i>P<sub>r</sub></i>	<i>P<sub>s</sub></i>	<i>P<sub>w</sub></i>	<i>P<sub>b<sub>k</sub></sub></i>	<i>P<sub>c</sub></i>	<i>P<sub>b</sub></i>	<i>P<sub>f</sub></i>
Независимые уравнения									
<i>R</i> <sup>2</sup>	0,979	0,987	0,821	0,971	0,979	0,960	<b>0,962</b>	<b>0,964</b>	<b>0,926</b>
Аддитивные уравнения									
<i>R</i> <sup>2</sup>	0,979	0,986	0,819	0,964	0,953	0,931	<b>0,967</b>	<b>0,966</b>	<b>0,927</b>

Примечание: \* Обозначения см. уравнение (1). Жирным шрифтом выделены фракции, для которых значения *R*<sup>2</sup> по аддитивным моделям выше, чем по независимым

сутствие видимых различий в структуре остаточных дисперсий, полученных по двум названным моделям. Большая или меньшая величина *R*<sup>2</sup> той или иной модели определяется случайным положением фактических значений фитомассы наиболее крупных деревьев в доверительном диапазоне и неравномерной дисперсией, именно случайным из-за их малого числа и наибольшего вклада в остаточную дисперсию.

Таким образом, впервые на уникальной по объёму базе фактических данных о фитомассе деревьев рода *Betula* L. разработана трансевразийская аддитивная модель фитомассы берёзы и тем самым решена проблема совмещения аддитивности и всеобщности моделей. Модель фитомассы деревьев гармонизирована двойко: в ней устранена внутренняя противоречивость фракционных и общего уравнения, и, кроме того, она учитывает региональные (и соответственно видовые) различия равновеликих деревьев как по величине общей, надземной и подземной фитомассы, так и по её фракционной структуре.

Предложенные модели и соответствующие таблицы для оценки фитомассы деревьев берёзы дают возможность определения их фитомассы в различных экорегионах Евразии по данным измерительной таксации.

**Литература**

- Jacobs M.W., Cunia T. Use of dummy variables to harmonize tree biomass tables // Canadian Journal of Forest Research. 1980. V. 10. № 4. P. 483–490.
- Dong L., Zhang L., Li F. A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations. Forest Science. 2015. Vol. 61. No. 1. Page 35–45.
- Fu L. Y., Zeng W.S., Tang S.Z., Sharma R.P., Li H.K. Using linear mixed model and dummy variable model approaches to construct compatible single-tree biomass equations at different scales – A case study for Masson pine in Southern China // Journal of Forest Science. 2012. V. 58. No. 3. P. 101–115.
- Zeng W.S. Developing tree biomass models for eight major tree species in China // Biomass volume estimation and valorization for energy. Chapter 1. Ed. by J. S. Tumuluri / Intech Publisher, 2017. P. 3–21.
- Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев лесообразующих пород Евразии: база данных, климатически обусловленная география, таксационные нормативы. Екатеринбург: Уральский государственный лесотехнический университет, 2016. 336 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5696>).
- Tang S., Zhang H., Xu H. Study on establish and estimate method of compatible biomass model // Scientia Silvae Sinica. 2000. Vol. 36. P. 19–27 (in Chinese with English abstract).
- Усольцев В.А. Повышение эффективности принятия решений при оценке углеродного пула лиственных лесов на основе компьютерного моделирования: аддитивные модели фитомассы / В.А. Усольцев, Е.В. Кох, А.И. Колтунова [и др.] // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2018. № 3 (71). С. 123–128.
- Усольцев В.А., Колчин К.В., Воронов М.П. Фиктивные переменные и смещения всеобщих аллометрических моделей при локальной оценке фитомассы деревьев (на примере *Picea* L.) // Эко-потенциал. 2017. № 1 (17). С. 22–39 (<http://elar.usfeu.ru/bitstream/123456789/6502/1/eko-17-02.pdf>).
- Cunia T., Briggs R.D. Forcing additivity of biomass tables: some empirical results // Canadian Journal of Forest Research. 1984. Vol. 14. P. 376–384.
- Reed D. D., Green E. J. A method of forcing additivity of biomass tables when using nonlinear models // Canadian Journal of Forest Research. 1985. Vol. 15. P. 1184–1187.