Витяев Е.Е.

Информационные технологии знаний, экспертные системы

Учебное пособие

Новосибирский государственный университет

Новосибирск, 2011

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.

1. Процесс познания, основанный на теории измерений.

В настоящее время интенсивно развивается направление Knowledge Discovery in Databases and Data Mining (KDD&DM), основанное на методах Machine Learning (ML), Artificial Intelligence и Intelligent Data Analysis. Проанализируем эти методы с точки зрения их связи с процессом познания.

Познание предметной области. Определим, что такое Предметная Область (ПО). *Предметная область* – это совокупность *объектов предметной области*, рассматриваемых с точки зрения некоторого *предмета исследования* – совокупности *существенных свойств (атрибутов)* и *отношений* объектов исследования, описываемых в некоторой *системе понятий* предметной области. Предмет исследования и онтология определяют «взгляд», «точку зрения», с которой рассматриваются (описываются в системе понятий) объекты предметной области, отношения и их свойства. Например, человека можно рассматривать с различных точек зрения и в разных системах понятий в таких областях знаний, как анатомия, физиология, медицина, психология и т.д.

Онтология предметной области. Предмет исследования может быть задан *онтологией предметной области* специфицирующей в некотором формальном языке множество рассматриваемых объектов, связи между ними, систему понятий, и свойства объектов. Наиболее цитируемым определением онтологии является определение Томаса Грубера [161] *онтология - это спецификация концептуализации*. Уточним понятие онтологии, необходимое для дальнейших рассмотрений.

Онтология включает:

1. систему понятий;
2. аналитические выражения, фиксирующие связь понятий;
3. потенциально бесконечное множество признаков, свойств и величин, характеризующих объекты;
4. априорные знания и законы;

Систему понятий онтологии определим одноместными предикатами, определёнными на объектах ПО. Пусть A – множество объектов ПО. Тогда предметную область можно задать эмпирической системой $\Im_{\text{ПО}} = \langle \text{A}, \Omega_{\text{ПО}} \rangle$, где $\Omega_{\text{ПО}}$ – множество отношений и операций, интерпретируемых в системе понятий ПО.

Аналитические выражения, фиксирующие связь понятий, являются априорными и представляют собой некоторые высказывания в терминах системы понятий. Множество таких высказываний обозначим через S^{Ω}. Будем задавать предметную область вместе с априорными высказываниями S^{Ω} через $\Im_{\text{ПО}} = \langle A, \Omega_{\text{ПО}}, S^{\Omega} \rangle$.

Для осуществления *процесса познания* ПО необходимо *понимание* и *интерпретация* человеком предметной области и её онтологии, т.е. извлечение *информации* из предметной области. «*Информация* – это понимание (смысл, представление, интерпретация) возникающие в аппарате мышления человека, в результате получения им данных, взаимоувязанное с предшествующими знаниями и понятиями» [89]. *Информация о предметной области* и *онтологии* состоит из восприятия и интерпретации человеком объектов предметной области, связей между ними, системы понятий и свойств объектов. В результате такой интерпретации получаем *знание* о предметной области. «Знания – это воспринятая, осознанная и ставшая личностно значимой информация» [8]. Поэтому с точки зрения информационных технологий, интерпретация человеком предметной области и её онтологии, включая пункты 3-5, является необходимым условием процесса познания. Рассмотрим, какая информация содержится в пункте 3 онтологии – потенциально бесконечном множестве признаков, свойств и величин, характеризующих объекты.

Информация, содержащаяся в признаках и свойствах объектов. Чтобы извлечь информацию и знания из свойств и атрибутов необходимо проинтерпретировать их в системе понятий ПО. Сами по себе числовые значения величин смысла и информацию не содержат, смысл величин указывается в их интерпретации, например, 5 метров, 5 литров, 5 килограмм и т.д. Интерпретация чисел, в частности, определяет какие математические действия можно с ними осмысленно проводить, чтобы не получать бессмысленных результатов типа 1.5 дровосека, 1м. + 1кг., и т.д. Интерпретация числовых значений – метры, литры, килограммы и т.д. зависит от онтологии соответствующей ПО. Физические величины, используемые за пределами физики, теряют свою исходно физическую интерпретацию. Рассмотрим, например, такую физическую величину как температура. Шкалы температур в нефизических областях, например, при измерении температуры тела больного в медицине, температуры почвы в сельском хозяйстве, температуры воздуха в духовке в кулинарии и т.д., должны быть разные, хотя измеряться могут одним и тем же прибором – термометром. Далеко не всеми понимается тот факт, что шкала – это набор отношений и операций, которые имеет смысл производить с числовыми значениями величин в данной предметной области. Точнее, это те отношения и операции, которые интерпретируемы в онтологии ПО. Можно возразить, что термометр не может измерять ничего кроме температуры. Он действительно во всех случаях измеряет физическую температуру. Но зачем мы измеряем температуру? Ведь не затем чтобы согласно законам физики узнать, сколько в больном содержится тепла, и не затем, чтобы определить среднюю кинетическую энергию молекул почвы или курицы в духовке. Температура, как и любой другой прибор, нужны для *получения выводов (знаний) в системе понятий* (онтологии) той предметной области, к которой он относится. Для больного «температурный фактор служит наиболее общим и универсальным регулятором скорости химических реакций и активности ферментов, с повышением температуры в известной мере ускоряются и обменные процессы». Для почв температура интерпретируется в системе понятий физиологии растений и деятельности микроорганизмов. Физическая величина температуры в других предметных областях *является косвенным измерением* некоторой другой величины, интерпретируемой в системе понятий предметной области, которую мы и хотим измерить. Физическая температура больного – есть косвенное измерение медицинской величины – уровня обмена веществ, температура почвы измеряет состояние биохимических процессов в растениях и микроорганизмах, температура воздуха в духовке измеряет течение процесса свертывания белка и т.д. Какие отношения и операции над числовыми значениями температуры имеют смысл для всех этих величин, определяется уже этими интерпретациями и онтологиями соответствующих ПО. Например, для температуры больного интерпретируемы выделенные значения 36.7, 42. и отношение линейного порядка $<$.

Таким образом, для извлечения информации (воспринятой и проинтерпретированной человеком) из признаков, свойств и величин ПО нужно определить для них множество интерпретируемых в системе понятий отношений и операций $\Omega_{\Im} = \langle P_0^{\Im},\ldots,P_n^{\Im},\rho_1^{\Im},\ldots,\rho_m^{\Im},c_1^{\Im},c_2^{\Im},\ldots\rangle$ и включить их во множество отношений и операций $\Omega_{ПО}$ эмпирической системы ПО $\Im_{ПО} = \langle A,\Omega_{ПО}\rangle$.

Под **извлечением информации из данных** будем понимать:

1. извлечение информации из всех признаков и величин, входящих в данные, посредством определения для них множества интерпретируемых отношений и операций $\Omega_{\Im} = \langle P_0^{\Im},\ldots,P_n^{\Im},\rho_1^{\Im},\ldots,\rho_m^{\Im},c_1^{\Im},c_2^{\Im},\ldots\rangle$;
2. представление анных (многосортной) эмпирической системой $\Im = \langle A,\Omega_{\Im}\rangle$, являющейся подсистемой $\Im_{ПО} = \langle A,\Omega_{ПО}\rangle$.

В разделе 3 показано, как эмпирическими системами может быть представлена информация, содержащаяся в таких наиболее известных типах данных как: матричное представление бинарных отношений, матрицы упорядочений, матрицы близости и матрицы объект-признак.

Априорные знания и законы. В зависимости от того с какой точки зрения и в какой системе понятий мы рассматриваем объекты предметной области, у нас могут быть уже известные (априорные) знания об объектах и признаках, свойствах и величинах, характеризующих объекты. Объекты кроме того могут быть сложные или структурные, например, белки, геномы, фирмы, предприятия, самолёты, корабли и т.д. Знания о строении объекта могут быть заданы с самого начала. Признаки, свойства и величины … $\Im_{ПО} = \langle A, \Omega_{ПО}, S^{\Omega} \rangle$

Таким образом, предметная область может быть задана (многосортной) эмпирической системой $\Im_{ПО} = \langle A, \Omega_{ПО}, S^{\Omega} \rangle$. Такое представление является качественным (логическим) – в нем нет чисел. Оно с необходимостью возникает из того факта, что интерпретировать человек может только качественно. Поэтому интерпретируя количественные значения величин, моделей, функций и т.д., он интерпретирует их качественно – в системе понятий предметной области. Результатом такой интерпретации и является эмпирическая система $\Im_{ПО} = \langle A, \Omega_{ПО}, S^{\Omega} \rangle$. Качественный уровень рассмотрения возникает не только из-за требования интерпретируемости, но он и исторически является первичным и представляет собой целостное (модельное) представление той исходной деятельности над объектами, которая привела в свое время к возникновению самих чисел.

Реляционный подход.

Познание предметной области методами интеллектуального анализа данных. **Аппроксимационный подход к решению задач анализа данных**. Чтобы такое познание было осмысленно и интерпретируемо необходимо, чтобы методы KDD&DM и ML правильно использовали содержащуюся в данных информацию.

Анализ методов KDD&DM и ML [30, 167, 168] показывает, что *методы* имеют свою *онтологию*, которая включает:

1. типы данных, с которыми работает метод;
2. язык оперирования и интерпретации данных;
3. класс гипотез, проверяемый методом и сформулированный в языке интерпретации данных.

Онтология метода определяет, что он может «увидеть» в данных – какую информацию и гипотезы. Например, каждый из следующих методов имеет свою онтологию:

– в решающих деревьях – это решающие правила в виде гиперкубов в признаковом пространстве. Языком оперирования и интерпретации данных являются гиперкубы, которые входят в класс гипотез;
– в регрессионном анализе – это линейная или нелинейная регрессия, задаваемая соответствующими функциями регрессии. Эти функции задают язык и класс гипотез;
– в дискриминантном анализе – это различные дискриминантные функции;
– в распознавании образов – это решающие правила;
– нейронные сети задают кусочно-линейные решающие правила;
– в методах классификации языком является форма кластеров.

Для того, чтобы познание ПО некоторыми KDD&DM-методами было возможным и приводило к знаниям – интерпретируемым в онтологии ПО результатам, необходимо чтобы онтология метода и онтология ПО были согласованы между собой. Это означает, что:

1. типы данных, с которыми работает метод, должны интерпретироваться в онтологии Ω предметной области. Поэтому атрибуты, свойства и признаки, используемые в данных метода, должны быть интерпретируемы в онтологии Ω. Тем самым определяется *информация, извлекаемая из данных этим методом*, которая представляется множеством интерпретируемых в онтологии Ω математических отношений и операций;
2. язык оперирования данными, используемый методом, также должен интерпретироваться в онтологии Ω. Это значит, что метод должен использовать в своей работе только интерпретируемые в онтологии Ω математические отношения и операции, в противном случае его результаты будут не интерпретируемы (и не будут являться знаниями);
3. класс проверяемых методом гипотез также должен интерпретироваться в онтологии ПО, т.е. выражаться через интерпретируемые в онтологии Ω математические отношения и операции. Например, решающие функции в распознавании образов, функции регрессии, формы кластеров в признаковом пространстве и т.д. должны содержать только интерпретируемые математические отношения и операции.

В настоящее время такого рода проверка на соответствие онтологии ПО и онтологии метода не проводится.

Для того, что бы знать какая информация содержится в данных и, следовательно, какой метод KDD&DM и ML можно применить для обработки этих данных, нам необходимо извлечь эту информацию и представить её эмпирической системой $\mathfrak{I} = \langle \mathrm{A}, \Omega_{\mathfrak{I}} \rangle$. После этого возможно два варианта действий:

1. проверить, что применяемый метод не использует в своей работе отношений и операций, не содержащихся в онтологии Ω;
2. по информации, извлечённой из данных, определить группы допустимых преобразований шкал и проверить инванаинтность KDD&DM или ML метода на инвариантность. Определение инвариантности методов приведено в разделе 28.

Если некоторый KDD&DM или ML метод не проходит проверку условиями 1-2, то его применение к некоторой задаче анализа данных может дать только аппроксимацию неизвестной зависимости с некоторой степенью точности. Эта аппроксимация не будет знанием, однако её можно использовать для прогноза значений интересующих нас величин.

Проанализируем теперь, без отношения к методам KDD&DM и ML, как на самом деле следует познавать предметную область? Что такое на закон? Что такое числовые значения величин?

Построение «истинных» величин и законов. Для того чтобы детальнее разобраться с такими понятиями как закон, числовые значения величин, их интерпретируемость, «истинная» зависимость и т. д., необходимо обратиться к теории измерений [73–74; 88, 95–96, 136].

Теория измерений основана на принципе: свойства определяются отношениями. Более подробно основные понтия теории измерений приведены в разделе 2. Из теории измерений следует, что числовые значения величин и законы являются лишь удобным и математически хорошо разработанным способом *числового кодирования* элементов эмпирических систем. Как уже говорилось, числа сами по себе смысла не имеют. Их смысл полностью определяется отношениями и операциями эмпирической системы. Числовые представления величин и законов, получаемые в теории измерений, «истинны» в том смысле, что они интерпретируемы в системе понятий предметной области и являются числовыми кодами значений величин соответствующей эмпирической системы (см. раздел 2). В работе [136] показано: что физические законы просты потому, что они являются результатом одновременного шкалирования всех входящих в зависимость величин так, чтоб взаимосвязь этих величин выражалась заданной функциональной зависимостью (см. пример в разделах 4-5).

I. АНАЛИЗ ВЕЛИЧИН

2. Основные понятия теории измерений.

В настоящее время накоплено огромное множество баз данных, но, как отмечалось во введении, сами по себе числа смысла не имеют. Они приобретают смысл только в виде извлекаемой из них информации, интерпретируемой в онтологии ПО. Зададимся вопросами:

- что такое данные?;
- что такое числа, хранящиеся в БД?;
- что за информация содержится в данных?

Ответить на эти вопросы поможет теория измерений [73,74,136].

Смысл числового представления состоит в том, чтобы значениям величины приписать числа так, чтобы исходные отношения и операции преобразовать в некоторые «простые» и «удобные» числовые отношения и операции. В этом случае по значениям числовых отношений и операций легко определяются значения исходных отношений и операций.

Зафиксируем некоторый язык первого порядка L сигнатуры Ω. Пусть наша исследуемая реальность или, в частном случае, величина представлена эмпирической системой $\Im = \langle A, \Omega \rangle$. *Сигнатурой* Ω некоторого языка L называется набор символов отношений, операций и констант, которые используются в высказываниях об эмпирической системе $\Omega = \langle P_1, ..., P_n, \rho_1, ..., \rho_m, c_1, c_2, ... \rangle$, где P_i – предикатные символы; ρ_j – символы операций; c_k – символы констант.

Определение 1. **Эмпирической системой** $\Im = \langle A, \Omega_\Im \rangle$ сигнатуры Ω будем называть алгебраическую систему сигнатуры Ω, где A – основное множество объектов, $\Omega_\Im = \langle P_0^\Im, ..., P_n^\Im, \rho_1^\Im, ..., \rho_m^\Im, c_1^\Im, c_2^\Im, ... \rangle$ – множество отношений, операций и констант сигнатуры Ω, интерпретируемых в системе понятиях предметной области ♦

Эмпирическая система нам не дана фактически, мы можем знать только систему аксиом, которой она удовлетворяет. Пусть знания о некоторой величине, свойстве, признаке сформулированы в виде некоторой *системы аксиом* Σ сигнатуры Ω, истинной на эмпирической системе $\Im = \langle A, \Omega_\Im \rangle$. Обозначим через $AC(\Sigma)$ – множество алгебраических систем удовлетворяющих системе аксиом Σ.

Определение 2. **Величиной** будем называть эмпирическую систему $\Im = \langle A, \Omega_\Im \rangle$ сигнатуры Ω, удовлетворяющую системе аксиом Σ, $\Im \in AC(\Sigma)$ ♦

Определение 3. **Числовыми системами** будем называть системы $\Re = \langle Re, \Omega_\Re \rangle$ сигнатуры Ω, где Re – множество действительных чисел, $\Omega_\Re = \langle P_0^\Re, ..., P_n^\Re, \rho_1^\Re, ..., \rho_m^\Re, c_1^\Re, c_2^\Re, ... \rangle$ – множество отношений, операций и констант, определенных на Re ♦

Определение 4. **Шкалой** (**числовым представлением**) величины $\Im = \langle A, \Omega_\Im \rangle \in AC(\Sigma)$ будем называть сильный гомоморфизм эмпирической системы $\Im = \langle A, \Omega_\Im \rangle$ в числовую систему $\Re = \langle Re, \Omega_\Re \rangle$ той же сигнатуры Ω, отображающий объекты A в числа μ: $A \to Re$ так, что выполнены следующие условия:

1) $P_i^\Im(a_1, ..., a_{m_i}) \Leftrightarrow P_i^\Re(\mu a_1, ..., \mu a_{m_i})$, $i = 0,1, ..., n$;

2) $\mu\rho_j^\Im(a_1, ..., a_{m_j}) = \rho_j^\Re(\mu a_1, ..., \mu a_{m_j})$, $j = 1, ..., m$;

3) $\mu c_k^\Im = c_k^\Re$, $k = 1,2,...$.

Сильный гомоморфизм означает, что, если предикат $P_i^\Re(\mu a_1, ..., \mu a_{m_i})$ истинен на некотором наборе $\langle \mu a_1, ..., \mu a_{m_i} \rangle$, то существует прообраз этого набора в эмпирической системе $\langle b_1, \ldots, b_{m_i} \rangle$, $\mu b_1 = \mu a_1, ..., \mu b_{m_i} = \mu a_{m_i}$, на котором предикат $P_i^\Im(\mu b_1, ..., \mu b_{m_i})$ истинен ♦

Обозначим через $F(\Im, \Re)$ – множество шкал величины $\Im$ отображающих её в заданную числовую систему $\Re$.

Приведём примеры некоторых числовых представлений.

Пример 1. Эмпирическая система $\Im = \langle A, < \rangle$ называется интервальным порядком, если на A выполнены аксиомы:

1. $\neg(a < a)$ – нерефлексивность;

2. $(a < b) \& (c < d) \Rightarrow (a < d) \vee (c < b)$.

Теорема. (Фишберн): Если $\mathbf{A} = \langle A, < \rangle$ интервальный порядок, и A не более чем счётно, то существуют функции $U, V : A \to Re$ такие, что:

1. $V(a) > 0$;

2. $a < b \Leftrightarrow U(a) + V(a) < U(b)$ ■

Пример 2. Эмпирическая система $\Im = \langle A; <, \bullet \rangle$, $A \neq \varnothing$, является замкнутой экстенсивной структурой, если выполнены следующие аксиомы:

1. < - слабый линейный порядок;
2. $\forall x, y, z (x \bullet (y \bullet z) \sim (x \bullet y) \bullet z)$;
3. $\forall x, y, z\ (x \le y \Leftrightarrow z \bullet x \le z \bullet y \Leftrightarrow x \bullet z \le y \bullet z)$;
4. Для любых x,y,z,u; если x < y, то существует натуральное число n, $nx \bullet z < ny \bullet u$, $nx = x \bullet \ldots \bullet x$.

Теорема [136]. Эмпирическая система $\Im = \langle A; <, \bullet \rangle$, $A \neq \varnothing$, является замкнутой экстенсивной структурой ттогда, когда существует отображение $\varphi : A \to Re$, удовлетворяющее условиям: для любых a, b $\in$ A

1. $a \le b \Leftrightarrow \varphi(a) \le \varphi(b)$,
2. $\varphi(a \bullet b) = \varphi(a) + \varphi(b)$ ■

Из теоремы следует, что числовым представлением замкнутой экстенсивной структуры является её сильный гомоморфный образ в числовую систему $\Re = \langle Re, <, + \rangle$. Каждому значению $a \in A$ экстенсивной величины $\Im = \langle A, < \bullet, \rangle$ в результате такого отображения сопоставляется действительное число. Например, для величины веса это число измеряется весами.

В теории измерений исследуются три основные проблемы.

Проблема существования. Для данной системы аксиом Σ величины $\Im = \langle A, \Omega_{\Im} \rangle$, $\Im \in AC(\Sigma)$ найти достаточно простую и удобную числовую систему $\Re$ такую, что бы можно было доказать, что для любой величины $\Im \in AC(\Sigma)$ существует шкала, т.е. $F(\Im, \Re) \neq \varnothing$ ♦

Из формулировки проблемы существования следует, что система аксиом Σ должна быть достаточно сильной, что бы для выбранной числовой системы $\Re$ можно было построить шкалу для любой величины $\Im \in AC(\Sigma)$. Для этого в систему аксиом приходиться включать аксиомы, не поддающиеся экспериментальной проверке, как, например, аксиома Архимеда, а также «чисто технические» аксиомы, не изменяющие множества экспериментально проверяемых следствий. Это противоречит содержанию систем аксиом как результатам экспериментального анализа свойств величин.

Такие аксиомы часто отражают свойства числовой системы, а не свойства величин.

Проблема единственности. Для выбранной числовой системы $\Re$ определить все множество шкал $F(\Im,\Re)$ величины $\Im \in AC(\Sigma)$ ♦

Это множество можно определить, найдя группу допустимых преобразований шкалы. Обозначим через $\Gamma(\Re)$ – группу всех автоморфизмов числовой системы $\Re$ на себя. Тогда, если $\mu \in F(\Im,\Re)$, то $\gamma\mu \in F(\Im,\Re)$, $\gamma \in \Gamma(\Re)$ тоже шкала. Если группа $\Gamma(\Re)$ исчерпывает всё множество шкал $F(\Im,\Re)$ величины $\Im \in AC(\Sigma)$, то она называется *группой допустимых преобразований шкалы* $F(\Im,\Re)$ величины $\Im \in AC(\Sigma)$.

В теории измерений известны сотни шкал. Наиболее известными являются ниже следующие шкалы (см. Таблица 1). Наиболее строгой является абсолютная шкала. Наиболее слабой является номинальная шкала. Между ними существует целый спектр шкал позволяющих сравнивать, складывать, умножать и делить числовые значения величин. Классификация типов шкал приведена в Таблица 1. Базисом классификации является группа допустимых преобразований шкал. Наиболее сильной является абсолютная шкала, не позволяет преобразовывать данные, поэтому её группа допустимых преобразований состоит только из тождественного преобразования. Наиболее слабой шкалой является номинальная шкала, которая допускает любые взаимно-однозначные преобразования значений шкалы. Промежуточные шкалы имеют разные группы преобразований – позитивные аффинные, линейные и т. д.

Таблица 1. Числовые типы данных.

Допустимые преобразования	Группы допустимых преобразований шкал	Шкалы
$x \to f(x)$, $f:\Re \xrightarrow{1:1,\text{на}} \Re$	группа взаимно-однозначных преобразований	Номинальная
$x \to f(x)$, $f:\Re \xrightarrow{\text{на, монотонное}} \Re$	группа монотонных преобразований	Порядка
$x \to rx + s, r > 0$ $f:\Re \xrightarrow{1:1,\text{на}} \Re$	Позитивная аффинная группа	Интервалов
$x \to tx^r, t, r > 0$,	Степенная группа	Лог-интервальная

$f:\Re \xrightarrow{1:1,\text{на}} \Re$		
$x \to x + s$, $f:\Re \xrightarrow{1:1,\text{на}} \Re$	Группа сдвига	Разностей
$x \to tx,\ t > 0$, $f:\Re \xrightarrow{1:1,\text{на}} \Re$	Группа подобия	Отношений
$x \to x$, $f:\Re \xrightarrow{1:1,\text{на}} \Re$	Тождественная группа	Абсолютная

Группы преобразований используются для определения инвариантности законов природы. Законы должны быть инвариантны относительно групп допустимых преобразований шкал, иначе они будут зависеть от нашего произвола в выборе единиц измерения.

Проблема адекватности. Числовые утверждения не должны зависеть от произвола в выборе шкал из $F(\Im,\Re)$. Формально это означает, что числовые утверждения должны быть инвариантны относительно групп допустимых преобразований шкал.

В законах физики для этого проверяется совпадение размерностей. Физические величины измеряются в шкале отношений, что означает произвол в выборе единицы измерения. Если размерности совпадают, то все множители, соответствующие единицам измерения, сокращаются.

Методы Интеллектуального Анализа Данных (ИАД) (Intelligent Data Analysis) и машинного обучения (Machine Learning) также должны быть инвариантны относительно групп допустимых преобразований шкал, иначе результаты предсказания будут зависеть от того, в каких единицах измерения мы представили данные. Далее в главе 28 будет приведено определение инвариантности методов интеллектуального анализа данных относительно выбора единиц измерений в используемых данных. В настоящее время известно, что практически все методы ИАД не инвариантны относительно большинства групп преобразований.

Отвечая на вопросы, поставленные в начале раздела, можно сказать, что из теории измерений следует, что:

- данные – это числовые записи, хранящиеся в базах данных;
- числовые записи – это значения числовых представлений величин (шкал), являющиеся гомоморфными образами соответствующих эмпирических систем;

Что бы извлечь информацию из данных (см. введение), необходимо сделать обратный ход по сравнению с построением числовых представлений – от числового представления данных перейти к (многосортной) эмпирической системе $\mathfrak{I} = \langle A, \Omega_{\mathfrak{I}} \rangle$. Для этого, используя числовые представления, надо найти для каждой величины множество интерпретируемых (в системе понятий онтологии) отношений и операций и включить их в множество $\Omega_{\mathfrak{I}}$ эмпирической системы $\mathfrak{I} = \langle A, \Omega_{\mathfrak{I}} \rangle$.

3. Извлечение информации из данных.

Покажем, как информация в таких известных типах данных, как: матричное представление бинарных отношений, матрицы упорядочений, матрицы близости и матрицы объект-признак могут быть представлены эмпирическими системами $\mathfrak{I} = \langle A, \Omega_{\mathfrak{I}} \rangle$. Эти типы данных встречаются в таких областях, как экспертное оценивание, социология, психология, психофизика, геология, медицина, сельское хозяйство и т. д. Все эти области характеризуются тем, что в них встречаются признаки и величины самой разнообразной природы.

Для каждого типа матриц упомянем основные существующие методы их обработки и приведем критику применимости этих методов с точки зрения, используемой в них информации.

Для полученных эмпирических систем приведём относящиеся к ним результаты теории измерений, которые показывают, как корректно строить для них числовые представления. Эти результаты включают в себя системы аксиом и теоремы существования и единственности соответствующих числовых представлений. Теоремы единственности дают нам группы допустимых преобразований, что позволяет определять методы анализа данных, инвариантные относительно этих групп и, следовательно, применимые к этим данным.

Многоместные отношения возникают естественным образом, если источником информации являются суждения человека [1; 56; 79; 87]. Как показали многие эксперименты, человек более правильно и с меньшими затруднениями отвечает на вопросы качественного, в частности, сравнительного характера, чем количественного. В различных дисциплинах человека называют по-разному: экспертом в экспертных оценках, испытуемым в психологии и психофизике, респондентом в социологии и пациентом в медицине … .

3.1. Матричное представление бинарных отношений. Бинарное отношение $P(a, b)$, определенное на множестве объектов $A = \{a_1, \ldots, a_m\}$, задается матрицей $(e_{ij}), i, j = 1,\dots,m$; где $e_{ij} = 1(0)$ означает, что $P(a_i, a_j)$ истинно (ложно). Такой матрицей можно задать произвольное бинарное отношение на множестве A.

Информация, содержащаяся в матрице бинарного отношения, может быть задана эмпирической системой $\Im = \langle A, P \rangle$, где $P(a_i, a_j) \Leftrightarrow e_{ij} = 1$.

Матричное представление бинарных отношений широко используется в работах [1; 43; 65; 68; 93] ввиду его привычности и простоты. Наиболее часто используются отношения эквивалентности, квазипорядка, частичного порядка и лексикографического порядка. Данные, включающие эти отношения, встречаются в следующих задачах:

– Отношение эквивалентности. Задает некоторое разбиение множества объектов. С его помощью задают: номинальные признаки (признаки в шкале наименований), в частности признаки, определяющие принадлежность к образу в распознавании образов; результаты классификации, таксономии и кластеризации, полученные как опросом экспертов, так и применением машинных методов.
– Отношения порядка и квазипорядка. Любой признак измеримый в шкале порядка, задает некоторое отношение порядка, например, шкала Морса твердости минералов или шкала силы ветра. Упорядочения объектов экспертами. Упорядочения, получаемые методами ранжирования.
– Отношения частичного и древовидного порядка. Возникают в лингвистике при построении дерева связей. В иерархической классификации, при задании вложенных классов или таксонов. В психологии и других областях, при задании дерева целей. В социологии отмечается, что для социологических данных более типичны отношения частичного порядка и толерантности, чем порядка и квазипорядка. В психологии также возникают нетранзитивные предпочтения [58].

Приведем результаты теории измерений, относящиеся к одному бинарному отношению P.

Отношение толерантности. Для любых $a, b \in A$

1. $P(a, a)$;
2. $P(a, b) \Leftrightarrow P(b, a)$.

Числового представления не существует.

Отношение эквивалентности. Для любых $a, b, c \in A$:

1. $P(a, a)$;

2. $P(a,b) \Leftrightarrow P(b,a)$;

3. $P(a,b) \& P(b,c) \Rightarrow P(a,c)$.

Числовое представление существует в виде нумерации классов.

Отношение частичного порядка. Для любых $a,b,c \in A$:

1. $P(a,a)$;

2. $P(a,b) \& P(b,c) \Rightarrow P(a,c)$.

Числового представления не существует.

*Отношение интервального упорядочения***.** Для любых $a,b,c,d \in A$:

1. $\neg P(a,a)$;

2. $P(a,b) \& P(c,d) \Rightarrow (P(a,d) \vee P(c,d))$.

Числовое представление существует. Существуют две вещественнозначные функции $U,V: A \to Re^{+}$, такие, что для любых $a,b \in A$.

$P(a,b) \Leftrightarrow (U(a) + V(a)) < U(b)$.

Отношение полупорядка. Отношение P называется отношением полупорядка, если оно является отношением интервального порядка и для любых $a,b,c,d \in A$ удовлетворяет аксиоме:

3. $P(a,b) \& P(b,c) \Rightarrow P(a,d) \vee P(d,c)$.

Числовое представление существует. Существует вещественнозначная функция $U: A \to Re$ такая, что для любых $a,b \in A$,

$P(a,b) \Leftrightarrow (U(a) + 1) < U(b)$.

Отношение древесного порядка. Отношение P называется отношением древесного порядка, если для любых $a,b,c \in A$ удовлетворяет аксиоме:

1. $(a < b) \& (a < c) \Rightarrow (b < c) \vee (c < b)$;

2. Существует наибольший элемент.

Числового представления не существует.

Отношение слабого порядка (квазисерии, предпорядки). Для любых $a,b,c \in A$ удовлетворяет аксиомам:

1. $P(a,b) \vee P(b,a)$;

2. $P(a,b) \& P(b,c) \Rightarrow P(a,c)$.

Если упорядоченная система $\langle A; P \rangle$ имеет счетную базу, то числовое представление существует.

Не все из приведенных отношений имеют числовые представления. Поэтому не всегда данные, содержащие бинарные отношения, можно представить в некотором числовом пространстве.

Рассмотрим, какие в настоящее время существуют методы обработки бинарных отношений. Большинство методов использует для обработки матриц бинарных отношений некоторые расстояния или меры близости между матрицами. Эти расстояния и меры вводятся либо, исходя из систем аксиом, либо из статистических предположений и свойств самих отношений, как, например, коэффициенты Стьюарта, ранговой корреляции Кендала, Спирмена, Юла, информационные меры и т. д. Введение расстояний и мер близости связано с определенными дополнительными предположениями. К методам, использующим расстояния, относятся методы анализа структуры связей между объектами, методы классификации, методы построения регрессии и другие.

4. Матрицы упорядочений: (r_{ij}), i = 1,…,m; j = 1,…,n; r_{ij} - оценка i-го объекта по j-му признаку. Такие матрицы могут выражать либо упорядочения k объектов n экспертами, либо упорядочения k объектов по n ранговым признакам [87]. Такие матрицы обрабатываются методами многомерного шкалирования [92] и методами ранжирования [47], а также некоторыми из методов обработки матричного представления бинарных отношений (см. п. 3).

Информация, содержащаяся в матрице упорядочения, может быть задана эмпирической системой $\Im = \langle A, P_1, ..., P_n \rangle$, где каждому признаку j соответствует отношение P_j, j = 1,…,n, определенное следующим образом $P_j(a_{i_1}, a_{i_2}) \Leftrightarrow r_{i_1 j} < r_{i_2 j}$.

В теории измерений разработано много систем аксиом, определяющих взаимодействие нескольких отношений порядка.

5. Матрицы близости. Пусть дано некоторое множество объектов $A = \{a_1, \ldots, a_m\}$. Матрицей близости для этих объектов называется матрица (r_{ij}), i, j = 1,…,m; r_{ij} - числовые оценки меры близости (сходства или различия) в порядковой шкале (имеет смысл только сравнение величин $r_{i_1 j_1} < r_{i_2 j_2}$). Такие матрицы возникают в различных областях при сравнении или оценке экспертом двух объектов в некотором отношении.

Матрицы близости обрабатываются методами многомерного неметрического шкалирования (см. обзоры [85] и работы [1; 92]). Целью этих методов является представление объектов точками в некотором метрическом пространстве (Евклидовом или Римановом) минимальной размерности так, чтобы расстояния t_{ij} между ними с точностью до порядка соответствовали величинам r_{ij}. После применения методов многомерного шкалирования мы получаем представление данных в метрическом пространстве.

Определим на множестве пар $A^* \subseteq A \times A$, бинарное отношение упорядочения:

$$(a_{i_1}, a_{j_1}) \le (a_{i_2}, a_{j_2}) \Leftrightarrow r_{i_1 j_1} < r_{i_2 j_2}$$

Информация, содержащаяся в матрице близости, может быть задана эмпирической системой $\Im = \langle A^*, \le \rangle$, где $A^* \subseteq A \times A$, $\le$ – бинарное отношение упорядочения на A^*.

Приведем некоторые результаты теории измерений, относящиеся к таким эмпирическим системам.

Шкала положительных разностей, определяемая некоторой системой аксиом S [136; с. 147]. Если система аксиом S выполнена на эмпирической системе $\Im = \langle A^*, \le \rangle$, то существует гомоморфизм $\Phi : A^* \to \mathrm{Re}$, $A \ne \varnothing$, такой, что для любых $(a,b), (b,c), (c,d) \in A^*$:

1) $(a,b) \le (c,d) \Leftrightarrow \Phi(a,b) \le \Phi(c,d)$;

2) $\Phi(a,c) = \Phi(a,b) + \Phi(b,c)$.

Отображение Φ единственно с точностью до положительного множителя (шкала отношений).

Шкала алгебраических разностей [Там же; с. 151]: Определяется системой аксиом S эмпирической системы $\Im = \langle A^*, \le \rangle$, $A^* = A \times A$ такой, что, если она выполнена, то существует гомоморфизм $\Phi : A \to \mathrm{Re}$, удовлетворяющий условию, что для любых $a, b, c, d \in A$:

$$(a,b) < (c,d) \Leftrightarrow \Phi(a) - \Phi(b) < \Phi(c) - \Phi(d).$$

Отображение Φ единственно с точностью до лог-линейных преобразований (шкала интервалов).

Шкала разностей равных конечных промежутков [Там же; с. 168]. Определяется системой аксиом S эмпирической системы $\Im = \langle A^*, \le \rangle$, $A^* = A \times A$, A – конечно, $A^* \ne \varnothing$ для которой существует гомоморфизм $\Phi : A \to N$ в натуральные числа, такой, что для любых $a, b, c, d \in A$:

$(a,b) \le (c,d) \Leftrightarrow \Phi(a) - \Phi(b) \le \Phi(c) - \Phi(d)$.

Отображение Ф единственно с точностью до линейных преобразований (шкала интервалов).

Шкала абсолютных разностей: [Там же; с. 172]. Определяется системой аксиом S эмпирической системы $\Im = \langle A^*, \le \rangle$, $A^* = A \times A$ для которой существует гомоморфизм $\Phi : A \to \mathrm{Re}$ такой, что:

$(a,b) < (c,d) \Leftrightarrow |\Phi(a) - \Phi(b)| < |\Phi(c) - \Phi(d)|$.

Отображение Ф единственно с точностью до линейных преобразований (шкала интервалов).

6. Матрица объект-признак представляет собой матрицу (x_{ij}) , i = 1,…,m, j = 1,…,n, где $x_{ij} = x_j(a_i)$ - числовые значения j-го признака x_j на i-ом объекте. Признаки могут быть любыми: количественными, качественными, ранговыми и т.д. Тот факт, что такая матрица получена в результате некоторых измерений (опросов, экспериментов, обследований и т. д.), говорит о том, что существует n измерительных процедур x_j . Такие измерения называют приборными или косвенными измерениями. Рассмотрим, как можно определить эмпирическую систему приборных измерений.

Для каждого прибора x_j и некоторого числового отношения $R(y_1, \ldots, y_k)$, определенного на Re, можно определить следующее эмпирическое отношение на множестве объектов A:

$$P_j^R(a_1, \ldots, a_k) \Leftrightarrow R(x_j(a_1), \ldots, x_j(a_k)) .$$

Это отношение (или операция) может не иметь эмпирической интерпретации, например, нельзя складывать метры и килограммы. Прибор x_j имеет эмпирическую интерпретацию, но отношение R, определённое на нём, может уже не иметь эмпирической интерпретации. Поэтому нужно найти такие числовые отношения $R(y_1, \ldots, y_k)$ на Re, для которых отношение P_j^R интерпретируемо. Предположим, что мы перебрали некоторые, наиболее распространенные числовые отношения (и операции) и нашли, множество $\{P_j^{R_1}, \ldots, P_j^{R_k}\}$ интерпретируемых отношений для приборного измерения x_j . Оно не пусто, так как, по крайней мере, отношение

$$P_j^{=}(a_1, a_2) \Leftrightarrow x_j(a_1) = x_j(a_2)$$

имеет эмпирическую интерпретацию, состоящую в том, что на объектах a_1 и a_2 величина x_j принимает одно и то же значение. Отношение $P_j^{=}$, как правило, является отношением эквивалентности. В теории измерений известно много систем аксиом, использующих только отношение эквивалентности и приводящих, тем не менее, к сильным шкалам.

Эмпирической системой для матрицы объект-признак будет система, включающая объединение всех отношений для всех приборных измерений $\Im = \langle A, P_1^{R_1^1}, \ldots, P_1^{R_{k_1}^1}, \ldots, P_1^{R_1^n}, \ldots, P_n^{R_{k_n}^n} \rangle$.

II. АНАЛИЗ ЗАКОНОВ

4. Представление законов в теории измерений.

В направлении Scientific Discovery под обнаружением законов понимается аппроксимация экспериментальных точек некоторой кривой. Но имеет ли это отношения к обнаружению законов природы? Что такое закон природы? Почему законы классической физики просты? На эти вопросы дают ответы, только следующие две теории: Теория Измерений [73; 136] и Теория Физических структур [61–64].

В теории измерений показывается, что система физических величин и связывающих их фундаментальных физических законов просты потому, что они получаются процедурой одновременного шкалирования величин и законов [13–14; 15].

В теории физических структур получена классификация закон природы [69] – найден перечень функциональных зависимостей, которые могут быть законами природы. Все остальные функциональные зависимости, выражающие законы, могут быть приведены к одной из этих функций путем перешкалирования величин, входящих в закон.

Продемонстрируем, каким образом получаются законы в теории измерений. Предположим, что в некотором эксперименте взаимодействие двух величин дает третью величину $y = f(x,z)$. Предположим также, что результаты эксперимента представляются наборами чисел $\langle y,x,z\rangle$ и для величины y интерпретируемо отношение порядка $\leq$ на Re, а для величин x, z отношение равенства.

Определение 5. Определим класс функций $F, f \in F, f : X \times Z \to Re$, $X, Z \subset Re, X, Z \neq \varnothing$, удовлетворяющих следующим аксиомам 1-5 аддитивной соединительной структуры (additive conjoint structure) [136; с. 256].

1*. $\forall z_1, z_2, \exists x(f(x,z_1) \leq (x,z_2) \Rightarrow \forall x'(f(x',z_1) \leq (x',z_2)))$;

2*. $\forall x_1, x_2, x_3, z_1, z_2, z_3((f(x_1,z_2) \approx f(x_2,z_1))\, \&\, (f(x_1,z_3) \approx f(x_3,z_1)) \Rightarrow$
$$(f(x_2,\ z_3) \approx f(x_3,z_2));$$

3. для любых трех из четырех значений x_1, x_2, z_1, z_2 существует четвертое такое, что
   $f(x_1,z_2) \ = f(x_2,z_1)$;

4^{*}. $\exists x_1, x_2, z\ (f(x_1, z) \neq f(x_2, z))$;

5^{*}. для любых $z_1, z_2, z_1 \neq z_2$, если на X определена ограниченная последовательность $x_1, x_2, \ldots\ ; x_i \leq x_{max}$

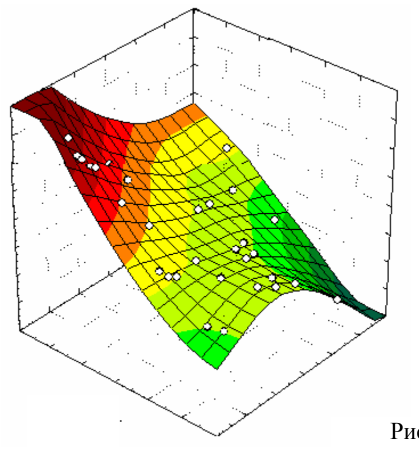
$$f(x_1, z_1) = f(x_2, z_2),$$
$$f(x_2, z_1) = f(x_3, z_2),$$
$$f(x_3, z_1) = f(x_4, z_2),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..,$$

то она конечна. Кванторы всеобщности и существования относятся к множествам X, Z. Свойства, отмеченные звездочкой, сформулированы только для переменной x. Аналогичные свойства должны выполняться для переменной z, если заменить символа x на символ z и наоборот ♦

Теорема 1. (модификация теоремы [Там же; с.256]). Для любой функции $f \in F$ существуют взаимно однозначные функции φ_x, φ_z и монотонная функция φ такие, что

$$\varphi f(x, z) = \varphi_x(x) + \varphi_z(z),\ \langle x, z\rangle \in X \times Z.$$

Любая другая функция $f'(x, z) = \varphi f(\varphi_x(x), \varphi_z(z))$, получающаяся из f применением строго монотонной функции φ, и взаимно однозначных функций φ_x, φ_z, также принадлежит F ■



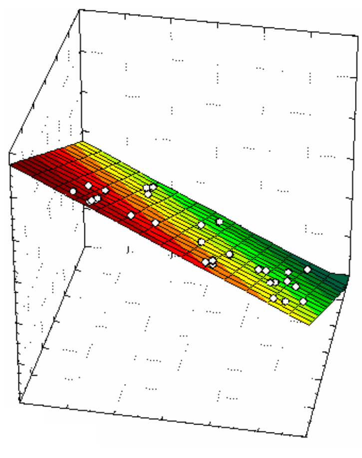


Рис. 1

Из теоремы следует, что, если для некоторой функции $y = f(x,z)$ свойства 1-5 выполнены, то функциональная зависимость может быть приведена к виду $y = x + z$ перешкалированием величин в соответствии с отображениями φ_x, φ_z и φ. Процедура перешкалирования извлекается из доказательства теоремы и системы аксиом. На Рис. 1 слева показан пример данных, которые аппроксимируются некоторой зависимостью, а справа перешкалированные величины, в которых те же данные лежат уже на линейной поверхности [166].

Приведём процедуру перешкалирования величин, вытекающую из приведённой теоремы. В силу аксиомы 4 существуют точки $\langle x_0, z_0\rangle, \langle x_1, z_0\rangle$ такие, что $f(x_0, z) \neq f(x_1, z)$. Будем шкалировать одновременно величины X,Z и Y (см. Рис. 2). Присвоим значения $X(x_0) = 0$, $X(x_1) = 1$, $Z(z_0) = 0$ переменным x_0, z_0, x_1 и значения $f(x_0, z_0) = 0$, $f(x_1, z_0) = 1$ по оси Y для функции f. По аксиоме 3 для трех элементов x_0, z_0, x_1 существует четвертый z_1, такой что $f(x_0, z_1) = f(x_1, z_0)$. Соединим точки $\langle x_0, z_1\rangle, \langle x_1, z_0\rangle$ кривой, как показано на Рис. 2. Вдоль этой линии функция f принимает одинаковые значения и эти значения будут значениями шкалы для величины y. Нетрудно проверить, что для этих точек выполнено соотношение $x + z = y$. Возьмем точку $\langle x_1, z_1\rangle$ и положим для неё значение величины y равным $y = f(x_1, z_1) = 2$. По аксиоме 3 найдем новые значения x_2, z_2 соответствующие значению 2.

Для этого снова применим аксиому 3 и найдем значение x_2, такое что $f(x_1, z_1) = f(x_2, z_0)$, и значение z_2, такое что $f(x_0, z_2) = f(x_1, z_1)$. Получим $y = f(x_0, z_2) = f(x_1, z_1) = f(x_2, z_0) = 2$. Возьмем теперь точки $\langle x_2, z_1\rangle$ и

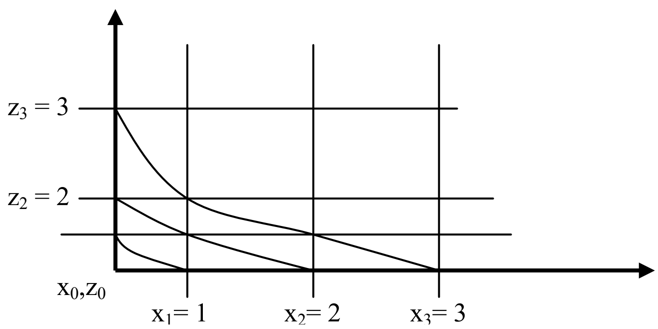


Рис. 2

$\langle x_1, z_2 \rangle$. Что бы данное построение было возможным значения функции в этих точках должно быть одинаковым. Это равенство следует из аксиомы 2.

Продолжая построение, получим закон $y = x + z$ вместо исходной функциональной зависимости $y = f(x, z)$. Здесь опущено построение промежуточных значений для функции $y = x + z$, но они легко заполняются в силу аксиомы 1.

5. Теория физических структур

В теории физических структур на основании принципа феноменологической симметрии выведен функциональный вид возможных фундаментальных физических законов [69]. Показано, что фундаментальные физические законы (кроме законов статистической физики и физики элементарных частиц) могут быть выведены из этого принципа.

Общая черта всех физических законов состоит в том, что различные физические объекты, принадлежащие к определенным классам, равноправны по отношению к рассматриваемому закону. Оказывается, что из этого требования можно вывести вид физических законов. Этот принцип записывается в виде функционального уравнения специального вида.

Рассмотрим множества M и N физических объектов различной природы – множество M с элементами $i, k, \ldots$ и множество N с элементами $\alpha, \beta, \ldots$. Пусть в результате некоторого эксперимента каждой паре объектов $i \in M, \alpha \in N$ сопоставляется действительное число $a_{i\alpha} \in \Re$, так что множеству $M \times N$ сопоставляется числовая матрица $A = \| a_{ia} \|$ характеризующая взаимодействие объектов $i \in M, \alpha \in N$.

Определение 6. Будем говорить, что на множествах M и N задана *физическая структура ранга* (r, s), если $r \bullet s$ чисел, стоящих на пересечении любых r строк $i, k, \ldots, l$ и любых s столбцов $\alpha, \beta, \ldots, \gamma$, связаны между собой функциональной зависимостью

$$\Phi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, \ldots, a_{i\gamma}, a_{k\alpha}, a_{k\beta}, \ldots, a_{k\gamma}, \ \ldots, \ a_{l\alpha}, a_{l\beta}, \ldots, a_{l\gamma}) = 0 \ \blacklozenge \qquad (1)$$

При этом предполагается, что функция Φ аналитична и не может быть представлена в виде суперпозиции аналитических функций меньшего числа переменных.

Будем говорить также, что функциональная зависимость (1) задает *физический закон* ранга (r,s), а требование выполнения соотношения (1) для любого выбора r элементов из множества M и s элементов из множества N *принципом феноменологической симметрии ранга* (r, s). Этот принцип наиболее естественным образом выражает факт равноправия всех элементов множеств M и N по отношению к физическому закону ранга (r, s).

Равенство (1) является, по сути дела, символической записью бесконечной системы функциональных уравнений относительно одной неизвестной функции от $r \cdot s$ переменных $\Phi(x_{11}, x_{12}, ..., x_{rs})$ и одной неизвестной бесконечной матрицы $A = \| a_{ia} \|$. Г. Г. Михайличенко было решено уравнение (1) и получены аналитические выражения для всех законов, удовлетворяющих принципу феноменологической симметрии [69]. Им была доказана теорема, что функции Φ и $a_{i\alpha}$ могут иметь только один из следующих видов:

1) для r = s = 2

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}(x_i + \xi_\alpha),$$

$$\Psi(a_{i\alpha}) - \Psi(a_{i\beta}) - \Psi(a_{j\alpha}) + \Psi(a_{j\beta}) = 0;$$

2) для r = 4, s = 2

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}[(x_i\xi_\alpha^1 + \xi_\alpha^2)/(x_i + \xi_\alpha^3)],$$

$$\begin{vmatrix} \Psi(a_{i\alpha}) & \Psi(a_{i\beta}) & \Psi(a_{i\alpha})\cdot\Psi(a_{i\beta}) & 1 \\ \Psi(a_{j\alpha}) & \Psi(a_{j\beta}) & \Psi(a_{j\alpha})\cdot\Psi(a_{j\beta}) & 1 \\ \Psi(a_{k\alpha}) & \Psi(a_{k\beta}) & \Psi(a_{k\alpha})\cdot\Psi(a_{k\beta}) & 1 \\ \Psi(a_{l\alpha}) & \Psi(a_{l\beta}) & \Psi(a_{l\alpha})\cdot\Psi(a_{l\beta}) & 1 \end{vmatrix} = 0$$

3) для r = s ≥ 3

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}(x_i^1\xi_\alpha^1 + ... + x_i^{m-2}\xi_\alpha^{m-2} + x_i^{m-1}\xi_\alpha^{m-1}),$$

$$\begin{vmatrix} \Psi(a_{i\alpha}) & \Psi(a_{i\beta}) & ... & \Psi(a_{i\tau}) \\ \Psi(a_{j\alpha}) & \Psi(a_{j\beta}) & ... & \Psi(a_{j\tau}) \\ \multicolumn{4}{c}{\dotfill} \\ \Psi(a_{k\alpha}) & \Psi(a_{k\beta}) & ... & \Psi(a_{k\tau}) \end{vmatrix} = 0$$

а также

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}(x_i^1\xi_\alpha^1 + ... + x_i^{m-2}\xi_\alpha^{m-2} + x_i^{m-1} + \xi_\alpha^{m-1}),$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \Psi(a_{i\alpha}) & \Psi(a_{i\beta}) & \dots & \Psi(a_{i\tau}) \\ 1 & \Psi(a_{j\alpha}) & \Psi(a_{j\beta}) & \dots & \Psi(a_{j\tau}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \Psi(a_{k\alpha}) & \Psi(a_{k\beta}) & \dots & \Psi(a_{k\tau}) \end{vmatrix} = 0$$

4) для r = s + 1 ≥ 3

$$a_{i\alpha} = \Psi^{-1}(x_i^1\xi_\alpha^1 + \dots + x_i^{m-2}\xi_\alpha^{m-2} + \xi_\alpha^{m-1}),$$

$$\begin{vmatrix} 1 & \Psi(a_{i\alpha}) & \Psi(a_{i\beta}) & \dots & \Psi(a_{i\tau}) \\ 1 & \Psi(a_{j\alpha}) & \Psi(a_{j\beta}) & \dots & \Psi(a_{j\tau}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \Psi(a_{k\alpha}) & \Psi(a_{k\beta}) & \dots & \Psi(a_{k\tau}) \end{vmatrix} = 0$$

5) для r – s ≥ 2, кроме случая r = 4, s = 2, физических структур не существует. Ψ - строго монотонная аналитическая функция одной переменной в определенной окрестности; Ψ^{-1} – обратная функция; x_i , ξ_α - независимые параметры.

6. Взаимосвязь физической структурой ранга (2,2) и аддитивной соединительной структурой

Из физической структуры ранга (2, 2) можно вывести законы Ньютона, Ома, Гука, имеющие вид $\chi(y) = \varphi(x) + \psi(z)$. Покажем, что представление законов в теории измерений и теории физических структур взаимосвязаны. Докажем, что из свойств физической структуры ранга (2,2) вытекает система аксиом аддитивной соединительной структуры, описывающая законы такого вида в теории измерений.

6.1. Взаимосвязь физической структуры ранга (2,2) и аддитивной соединительной структурой. Рассмотрим подробнее физическую структуру ранга (2,2) [17; 62]. Для неё принцип феноменологической симметрии имеет вид

$$\forall i, j, \alpha, \beta \ \varphi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}) = 0 , \qquad (2)$$

где $i, j \in M, \alpha, \beta \in N$. В работе [62] доказано, что существуют монотонные функции R, S и строго монотонная функция χ такие, что

$a_{i\alpha} = \chi(R(a_{i\alpha_0})S(a_{i_0\alpha}))$, где

$$\varphi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}) = \chi^{-1}(a_{i\alpha})\chi^{-1}(a_{j\beta}) - \chi^{-1}(a_{i\beta})\chi^{-1}(a_{j\alpha}) = 0 .$$

Если обозначить $y_{i\alpha} = \chi^{-1}(a_{i\alpha})$, $x_i = R(a_{i\alpha_0})$, $z_\alpha = S(a_{i_0\alpha})$, то получим обычное выражение закона $y_{i\alpha} = x_i z_\alpha$ (законы Ньютона, Ома, Гука и т. д.). Если вместо функции χ подставить строго монотонную функцию $\chi' = \ln \chi$, то получим другое выражение для физической структуры ранга (2, 2):

$$a_{i\alpha} = \chi'(R'(a_{i\alpha_0}) + S'(a_{i_0\alpha})) , \tag{3}$$

$$\varphi(a_{i\alpha}, a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}) = (\chi')^{-1}(a_{i\alpha}) + (\chi')^{-1}(a_{j\beta}) - (\chi')^{-1}(a_{i\beta}) - (\chi')^{-1}(a_{j\alpha}) = 0 .$$

Покажем, что физическая структура ранга (2,2) может быть описана системой аксиом аддитивных соединительных структур теории измерений.

Определение 7 [136]. Модель $\langle M \times N; \le \rangle$ называется аддитивной соединительной структурой, если $M \ne \varnothing$, $N \ne \varnothing$, $a \sim b \Leftrightarrow (a \le b) \,\&\, (b \le a)$ и для любых i, j, k, … ∈ M, α, β, γ, … ∈ N выполнены следующие аксиомы:

1) $\le$ – слабый линейный порядок;
2) * $\exists i (i,\alpha) \le (i,\beta) \Rightarrow \forall j (j,\alpha) \le (j,\beta)$;
3) $(j,\alpha) \sim (i,\beta)$ & $(k,\beta) \sim (j,\gamma) \Rightarrow (k,\alpha) \sim (i,\gamma)$;
4) * $(i,\alpha) \le (j,\beta) \le (i,\gamma) \Rightarrow \exists \varepsilon (i,\varepsilon) \sim (j,\beta)$;
5) * $\exists i, j, \alpha ((i,\alpha) \nsim (j,\alpha))$.

Если $\exists i ((i,\alpha) \nsim (i,\beta))$ и определена ограниченная последовательность $i_1, i_2, \ldots \in M$, $(i_k,\alpha) \le (j,\gamma)$, k = 1, 2, … такая, что $(i_1,\alpha) \sim (i_2,\beta)$, $(i_2,\alpha) \sim (i_3,\beta)$, $(i_3,\alpha) \sim (i_4,\beta)$, …, то она конечна.

Аксиомы, отмеченные звездочкой, сформулированы относительно элементов множества M, аналогичные аксиомы должны выполняться относительно элементов множества N ♦

Первая аксиома задаёт слабый линейный порядок. Вторая аксиома позволяет определить отношения порядка на множествах M и N. Третья аксиома, называемая условием замыкания Томсена, соответствует принципу феноменологической симметрии и будет обсуждена ниже. Четвертая аксиома ограниченной разрешимости гарантирует существование необходимых для построения элементов. Пятая аксиома гарантирует невырожденность модели. Шестая аксиома является вариантом аксиомы Архимеда.

Числовые представления величин и связывающего их закона, вытекают из системы аксиом аддитивных соединительных структур в соответствии со следующей теоремой.

Теорема 2. [136; с. 257]. Если модель $\langle M{\times}N; \leq \rangle$ является аддитивной соединительной структурой, то существуют функции $\varphi : M \to Re$, $\psi : N \to Re$, удовлетворяющие, для любых $i, j \in M$, $\alpha, \beta \in N$, соотношению

$$(i,\alpha) \leq (j,\beta) \Leftrightarrow \varphi(i) + \psi(\alpha) \leq \varphi(j) + \psi(\beta) \tag{4}$$

Если φ', ψ' – другие функции, удовлетворяющие (4), то существуют $\varepsilon > 0$, x_1, $x_2 \in Re$ такие, что

$$\varphi' = \varepsilon\varphi + x_1, \ \psi' = \varepsilon\psi + x_2 \ \blacksquare \tag{5}$$

Пусть в модели $\langle M \times N; \leq \rangle$ отношение порядка задается соотношением

$$(i,\alpha) \leq (j,\beta) \Leftrightarrow a_{i\alpha} \leq a_{j\beta}. \tag{6}$$

Теорема 3. **[**17**]**. Пусть для модели $\langle M \times N; \leq \rangle$ выполнено соотношение (6) и на множествах M, N задана физическая структура ранга (2, 2). Тогда эта модель является аддитивной соединительной структурой и для функций R', S' из (3) существуют $\varepsilon > 0$, $x_1, x_2 \in Re$ такие, что $R'(a(i,\alpha_0)) = \varepsilon\varphi(i) + x_1$, $S'(a(i_0,\alpha)) = \varepsilon\psi(\alpha) + x_2$, где функции φ, ψ удовлетворяют соотношению (4) предыдущей теоремы ■

6.2. Взаимосвязь принципа феноменологической симметрии и условия замыкания Томсена.

Можно заметить, что основу законов $\chi(y) = \varphi(x) + \psi(z)$ составляет схема соизмерения и взаимосвязи величин, удовлетворяющая условию замыкания Томсена. Докажем, что условие замыкания Томсена, входящее в систему аксиом аддитивных соединительных структур, следует из принципа феноменологической симметрии ранга (2, 2).

Из работы [62] следует, что функция φ разрешима относительно первого аргумента и, следовательно, существует функция f

$$\forall i, j, \alpha, \beta \ (a_{i\alpha} = f(a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta})) \tag{7}$$

Кроме того, как видно из уравнения (3), функция f удовлетворяет условию

$$\forall i, j, \alpha, \beta \ (f(a_{i\beta}, a_{j\alpha}, a_{j\beta}) = f(a_{j\alpha}, a_{i\beta}, a_{j\beta})) \tag{8}$$

Утверждение 1. Если выполнены соотношения (7),(8), для некоторой функции f и соотношение (6), связывающее функцию f с моделью $\langle M \times N; \leq \rangle$, то на этой модели выполнено условие замыкания Томсена (аксиома 3 **Определение 7** аддитивной соединительной структуры) .

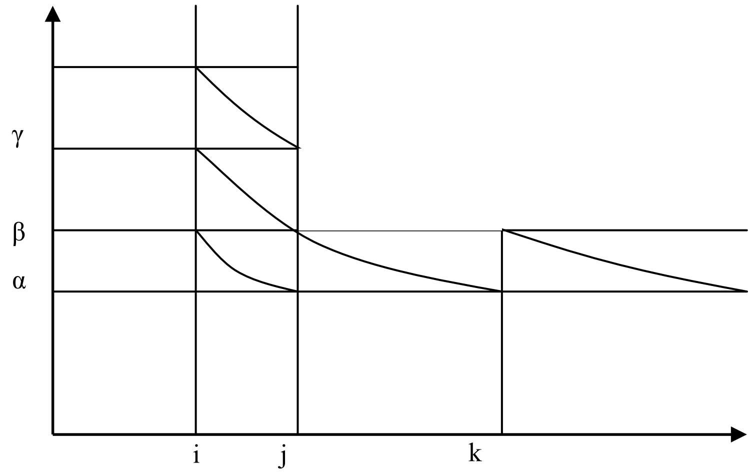


Рис. 3

Доказательство. Сделаем подстановку $\alpha \leftrightarrow \beta$, $i \leftrightarrow j$ тогда условие Томсена перепишется в виде $(i,\beta) \sim (j,\alpha) \,\&\, (k,\alpha) \sim (i,\gamma) \Rightarrow (k,\beta) \sim (j,\gamma)$. В силу (6) имеем $a_{i\beta} = a_{j\alpha}$ и $a_{k\alpha} = a_{i\gamma}$. Сделаем подстановку $\gamma \leftrightarrow \alpha$ и $i \leftrightarrow j$ в (7), тогда получим $a_{j\gamma} = f(a_{j\beta}, a_{i\gamma}, a_{i\beta})$. Из равенств $a_{i\beta} = a_{j\alpha}$ и $a_{k\alpha} = a_{i\gamma}$ следует, $f(a_{j\beta}, a_{i\gamma}, a_{i\beta}) = f(a_{j\beta}, a_{k\alpha}, a_{j\alpha})$. Из (8) следует $f(a_{j\beta}, a_{k\alpha}, a_{j\alpha}) = f(a_{k\alpha}, a_{j\beta}, a_{j\alpha})$. Сделав подстановку в (7) $k \leftrightarrow i$ и $\alpha \leftrightarrow \beta$ получим $f(a_{k\alpha}, a_{j\beta}, a_{j\alpha}) = a_{k\beta}$. Откуда $a_{j\gamma} = a_{k\beta}$ и $(j,\gamma) \sim (k, \beta)$ ■

Таким образом, принцип феноменологической симметрии, усиленный свойствами (7),(8) дает нам условие замыкания Томсена. Этот принцип, а также условие Томсена выражают основное свойство закона $y = x + z$.

Возьмем произвольные два элемента $i, j \in M$ и элемент $\alpha \in N$ (см. Рис. 3). Подберем элемент $\beta \in N$ такой, что $a_{i\beta} \sim a_{j\alpha}$, тогда различие между элементами i и j при заданном α, определяемое значениями $a_{i\alpha}$, $a_{j\alpha}$, будет равно различию между α и β при заданном i, определяемое значениями $a_{i\alpha}$ $a_{i\beta}$. Так мы можем соизмерять объекты двух разных множеств M и N. Поэтому сам факт существования эксперимента, позволяющего произвольным двум объектам $i \in M$ и $\alpha \in N$ сопоставлять некоторое число $a(i,\alpha) = a_{i\alpha}$, даёт возможность соизмерять объекты множеств M и N. Процедуру соизмерения можно продолжать, что, в принципе, позволяет ввести некоторую величину на множестве M и некоторую величину на множестве N. Значение $a_{i\alpha}$ тогда может быть некоторой функцией этих двух величин и выражать некоторый закон. Вид закона зависит от взаимосвязи процедур соизмерения одних величин с другими. Эта взаимосвязь и определяется принципом феноменологической симметрии ранга (r,s). Алгебраический анализ этой схемы соизмерения, основанной на условии замыкания Томсена, а также алгебраическое представление величин на множествах M и N и закона приведено в далее разделе 12.

III. КОНСТРУКТИВНЫЕ ЧИСЛОВЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

7. Конструктивные числовые представления величин

Исследования, проводимые в психологии, социологии, принятии решений, экспертном оценивании и других областях, показывают, что есть много сложных, структурных «нечисловых» величин (частичные порядки, толерантности, решетки и т. д.). Логический анализ таких величин, проведенный в теории измерений [73; 136], теории принятия решений [71; 88] и анализе нечисловой информации [1; 87], показал, что эмпирические системы таких величин нельзя сильным гомоморфизмом отобразить в поле вещественных чисел, т. е. для таких величин нельзя построить их числовые представления в теории измерений. С другой стороны, числовые представления величин обладают следующими достоинствами: они «удобны», по числовым значениям величин легко определяются исходные (в эмпирической системе) соотношения между значениями величин, для числовых величин разработано много математических методов их обработки. Поэтому наряду с необходимостью разрабатывать «прямые» (например, логические) методы обработки структурных «нечисловых» величин остается важной задача построения их числовых представлений.

Смысл числового представления в том, что бы закодировать эмпирическую систему числами так, что бы по значениям чисел мы всегда могли определить значения всех отношений и операций на эмпирической системе. Смыслу числового представления точнее всего соответствует понятие конструктивизации [18; 45; 48] эмпирической системы. В этом случае значениям величины приписываются натуральные, рациональные или другие числа (или коды) так, чтобы значения отношений и операций в эмпирической системе можно было эффективно вычислимы по этим числам.

Такой способ получения числовых представлений не накладывает на числовые отношения и операции никаких ограничений кроме эффективности и предъявляет более слабые требования к системам аксиом, а также не связан с требованием существования гомоморфизма в какие-то другие системы. Этот способ мы назовём конструктивным числовым представлением и можем использовать для числового представления структурных «нечисловых» величин.

Для построения конструктивных числовых представлений воспользуемся теорией конструктивных моделей [18; 45; 48]. Напомним, что в разделе 2 мы рассмотрели основные определения и проблемы теории измерений. В данном параграфе мы сформулируем основные определения и проблемы конструктивных числовых представлений так, чтобы была видна полная аналогия этих определений с определениями и проблемами теории измерений.

Пусть также как в разделе 2 зафиксирован некоторый язык первого порядка L сигнатуры Ω и знания о некоторой величине, свойстве, признаке сформулированы в виде системы аксиом Σ этой же сигнатуры $\Omega = \langle P_1,...,P_n,\rho_1,...,\rho_m,c_1,c_2,...\rangle$, где P_i, i $\le$ n, – предикатные символы; ρ_j, j $\le$ m, – символы операций; $c_0, c_1, c_2, \ldots$ – символы констант.

Пусть величина представлена эмпирической системой $\Im = \langle A, \Omega_\Im \rangle$, $\Im \in AC_\omega(\Sigma)$ сигнатуры Ω, удовлетворяющей системе аксиом Σ, где $AC_\omega(\Sigma)$ – множество не более чем счетных моделей системы аксиом Σ.

В отличие от теории измерений, при конструктивном представлении эмпирических систем $\Im = \langle A, \Omega_\Im \rangle$ значения a $\in$ A величины не отображаются в действительные числа, нумеруются (кодируются).

Определение 8. Для эмпирической системы $\Im = \langle A, \Omega_\Im \rangle$ *нумерацией* множества A называется отображение $\nu : N \to A$ множества (подмножества) N натуральных (рациональных) чисел N на A. Пару $(\Im, \nu)$ будем называть *конструктивным числовым представлением эмпирической системы* $\Im$ (конструктивной системой, [45; 48]), а нумерацию *ν – конструктивным числовым представлением* (конструктивизацией, [45; 48]), если существует характеристические общерекурсивные функции $P_0^N, P_1^N, ..., P_n^N$ со значениями {0, 1}, общерекурсивные функции $\rho_1^N, ..., \rho_m^N$ и натуральные числа $c_0^N, c_1^N, c_2^N, ...$ такие, что

1. $P_i^\Im(\nu n_1, ..., \nu n_{m_i}) \Leftrightarrow (P_i^N(n_1, ..., n_{m_i}) = 1), i = 0, 1, ..., n$
2. $\rho_j^\Im(\nu n_1, ..., \nu n_{m_j}) = \nu\rho_j^N(n_1, ..., n_{m_j}), j = 1, ..., m;$
3. $c_l^\Im = \nu c_l^N, l \in I$ ♦

Конструктивное числовое представление ν аналогично шкале, только вместо числовых отношений, операций и констант используются общерекурсивные функции и натуральные числа.

Конструктивной числовой системой является система $\mathbb{N} = \langle N; \Omega_N \rangle$, где сигнатура Ω_N числовой системы имеет вид

$$\Omega_N = \langle P_0^N, P_1^N, ..., P_n^N, \rho_1^N, ..., \rho_m^N, c_1^N, c_2^N, ...\rangle .$$

Сформулируем проблемы существования, единственности и адекватности конструктивного числового представления.

Проблема существования. Для данной системы аксиом Σ величины $\Im = \langle A, \Omega_{\Im} \rangle$, $\Im \in AC_{\omega}(\Sigma)$ найти достаточно простую и удобную конструктивную числовую систему $\mathbb{N} = \langle N; \Omega_N \rangle$, такую чтобы можно было доказать, что для любой системы $\Im \in AC_{\omega}(\Sigma)$ существует конструктивное числовое представление $(\Im, \nu)$ и алгоритм ограниченной (минимальной) сложности, реализующий построение всех этих конструктивизаций.

Проблема единственности. Известно [48], что существуют не сводимые друг к другу посредством эффективного отображения (неавтоэквивалентные) конструктивные числовые представления. Поэтому проблема единственности сводится к проблеме: для каждой системы $\Im \in AC_{\omega}(\Sigma)$ величины определить все классы неавтоэквивалентных конструктивных числовых представлений.

С практической точки зрения проблема единственности сводится к поиску разнообразных алгоритмов ограниченной сложности, реализующих построение всех конструктивизаций для некоторой величины $\Im \in AC_{\omega}(\Sigma)$.

Проблема адекватности. Ввиду огромного разнообразия возможных конструктивизаций, адекватным (не зависящим от произвола в выборе конструктивизации) может быть только метод интеллектуального анализа данных, который использует их только как коды объектов эмпирической системы, а также использует только интерпретируемые отношения и операции из $\Omega_N = \langle P_0^N, P_1^N, \ldots, P_n^N, \rho_1^N, \ldots, \rho_m^N, c_1^N, c_2^N, \ldots \rangle$.

8. Примеры конструктивного числового представления

Пример 3. Рассмотрим отношение строгого линейного порядка P, удовлетворяющее следующей системе аксиом $\Sigma_{\text{лин}}$:

1. $\neg a < a$;
2. $a < b \,\&\, b < c \Rightarrow a < c$;
3. $a \neq b \Rightarrow a < b \vee b < a$.

Теорема 4.: Пусть величина $\Im = \langle A, < \rangle \in AC_{\text{fin}}(S)$ является строгим линейным порядком на конечном множестве A, тогда существует нумерация основного множества $\nu : N \to A$, такая что $\nu(i) = a_i$ и

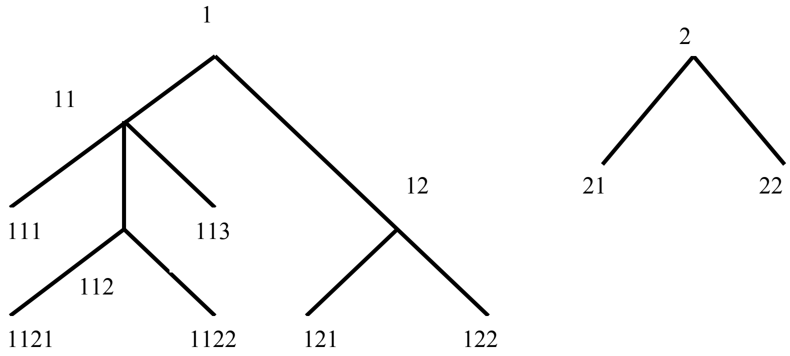


Рис. 4

$a_i < b_j \Leftrightarrow i < j$ ■

Числовой системой для для строгого линейного порядка является система $\mathbb{N} = \langle N_{fin}; < \rangle$. Проблема существования для строгого линейного порядка решается многочисленными алгоритмами упорядочения, разрабатываемые в области информационных технологий, имеющими различную алгоритмическую сложность.

Пример 4. Рассмотрим деревья, удовлетворяющие следующей системе аксиоме.

$\forall a,b(a \le b \,\&\, b \le a \Rightarrow a{=}b\ )$

$\forall a,b,c(a \le b \,\&\, b \le c \Rightarrow a \le c\ )$

$\forall a,b,c(c \le a \,\&\, c \le b \Rightarrow a \le b \vee b \le a\ )$.

Проблема существования конструктивного числового представления для конечных деревьев решается построением конструктивизации приведённой на Рис. 4. Если у дерева несколько корневых вершин, то они нумеруются числами 1, 2, 3, ... Вершинам дерева (значениям величины) сопоставляются наборы натуральных чисел $a = \nu(\langle n_1^a,\ldots,n_k^a \rangle)$, $b = \nu(\langle n_1^b,\ldots,n_m^b \rangle)$. По числам набора легко определяется отношение порядка между a и b.

9. Конструктивное числовое представление процедур шкалирования экстенсивных величин

В теории измерений [136] такие величины как массы, длина, скорость и т.д. задаются системой аксиом экстенсивных величин (см. Пример 2).

Определение [136]. Эмпирическая система $\Im = \langle A; <, \bullet \rangle$, $A \neq \varnothing$, является замкнутой экстенсивной структурой ттогда, когда выполнены следующие аксиомы:

1. < - слабый линейный порядок;
2. $\forall x, y, z (x \bullet (y \bullet z) \sim (x \bullet y) \bullet z)$;
3. $\forall x, y, z (x \le y \Leftrightarrow z \bullet x \le z \bullet y \Leftrightarrow x \bullet z \le y \bullet z)$;
4. Для любых x, y, z, u; если x < y, то существует натуральное число n, $nx \bullet z < ny \bullet u$, $nx = x \bullet ... \bullet x$ ♦

Числовые представления экстенсивных величин определяются следующей теоремой.

Теорема [136]. Эмпирическая система $\Im = \langle A; <, \bullet \rangle$, $A \neq \varnothing$, является замкнутой экстенсивной структурой тогда и только тогда, когда существует отображение $\varphi : A \to Re$, удовлетворяющее для любых $a, b \in A$ условию:

1. $a \le b \Leftrightarrow \varphi(a) \le \varphi(b)$,
2. $\varphi(a \bullet b) = \varphi(a) + \varphi(b)$ ■

Каждому значению $a \in A$ экстенсивной величины $\Im = \langle A; <, \bullet \rangle$ можно сопоставить действительное число. Считается, что этой теоремой дается математическая модель измерительных приборов экстенсивных величин (весов, линейки и т. д.).

Эта теорема, тем не менее, не дает способ конструктивного построения шкалы соответсвующего измерительного прибора. Процедура шкалирования конструктивна и требует, вообще говоря, другие свойства величины, чем те, которые обеспечивают гомоморфное вложение в Re. Конструктивное числовое представление процедуры шкалирования можно получить конструктивизацией алгебраической процедуры шкалирования, которая может быть задана аксиомами 1, 2, 3 и следующей схемой аксиом:

4'. $\forall y \exists x (kx \sim y)$, k = 1, 2,...,

$\exists x, y \neg (x \sim y)$.

Алгебраическим представлением процедуры шкалирования экстенсивных величин является эмпирическая система $\Im = \langle B; <, \bullet \rangle$, $\Im \in AC(\sum)$, где Σ - система аксиом 1-3,4'.

Конструктивное числовое представление факторсистемы $\Im / \sim$ дает следующая теорема.

Теорема 5. Факторсистема $\Im/\sim$, удовлетворяющая системе аксиом 1-3,4', изоморфна $\Re a = \langle Ra^+;\leq,+\rangle$, $Ra^+ = \{m/n \mid m, n = 1, 2, ...\}$ ■

10. Конструктивные измерительные процедуры, тесты и анкеты.

Числовые представления величин $\mu : \Im \to \Re$ в теории измерений практически реализуются некоторыми приборами – весами, линейкой и т.д.

Конструктивные числовые представления ν также реализуются некоторыми измерительными процедурами, такими как тестирование (пациента), анкетирование (респондента), обследование (больного) и т.д.

Предположим, что нас интересует отношение предпочтения некоторой величины $\Im = \langle A;\leq\rangle$, например, коэффициент интеллектуальности, удовлетворенность работой и т.д. Применение теста к испытуемому, респонденту и больному дает в качестве значений величины $\Im$ набор ответов, которые можно закодировать последовательностью натуральных (рациональных) чисел $\langle n_1^a,\ldots,n_k^a\rangle$, $a \in A$.

Нужно определить кодировку ответов на тест так, чтобы по результатам теста для любых двух значений величины $a, b \in A$ можно было эффективно определить отношение предпочтения

$a \leq b \Leftrightarrow P^N(\langle n_1^a,\ldots,n_k^a\rangle,\langle n_1^b,\ldots,n_m^b\rangle)$.

Тогда отображение $\nu : \langle n_1^a,\ldots,n_k^a\rangle \to A$, осуществляемое тестом, будет конструктивным числовым представлением величины $\Im = \langle A;\leq\rangle$, а процедура тестирования, анкетирования и обследования будет *конструктивной измерительной процедурой* со значениями $\langle n_1^a,\ldots,n_k^a\rangle$.

Рассмотрим, как решается проблема существования конструктивного числового представления для тестов, анкет и т.д. Пусть эмпирическая система величины $\Im = \langle A;\leq\rangle$, удовлетворяет системе аксиом Σ. Решить проблему существования – значит разработать тест $\nu : \langle n_1^a,\ldots,n_k^a\rangle \to A$, для которого можно доказать, что для любой величины $\Im \in AC_\omega(\Sigma)$ отображение $\nu : \langle n_1^a,\ldots,n_k^a\rangle \to A$, осуществляемое тестом, является конструктивным числовым представлением величины, т.е. существует эффективная функция P^N для которой для любых $a, b \in A$ выполнено соотношение

$a \leq b \Leftrightarrow P^N(\langle n_1^a,\ldots,n_k^a\rangle,\langle n_1^b,\ldots,n_m^b\rangle)$.

11. Конструктивное числовое представление закона.

Также как и в теории измерений, конструктивные числовые представления законов получаются на основании систем аксиом, связывающих между собой несколько величин.

Пример 5. Рассмотрим отношение предпочтения между односемейными домами [58; с. 243]. Пусть $\Im = \langle A; \leq \rangle$ – эмпирическая система предпочтений между односемейными домами. Предположим, что отношение порядка $\leq$ удовлетворяет системе аксиом дистрибутивной решетки:

1. $\leq$ - решетка, т.е. любые два элемента $a, b \in A$ имеют точную верхнюю $a \vee b$ и точную нижнюю грань $a \wedge b$;
2. дистрибутивность:
   a. $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$;
   b. $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$

Цепью упорядоченного множества $\Im = \langle A; \leq \rangle$ называется его линейно упорядоченное подмножество. Длинной упорядоченного множества называется точная верхняя грань длин цепей.

Теорема [10, с.84]. Дистрибутивная решетка L длины n изоморфна кольцу подмножеств n-элементного множества ■

Элемент $a \neq 0$, где 0 – минимальный элемент, называется $\vee$-**неразложимым** [10, с.82], если из $b \vee c = a$ следует, что b = a или c = a.

Теорема [10, с.83]. Пусть L - дистрибутивная решетка длины n. Тогда подмножество X всех её $\vee$ - неразложимых элементов a > 0 имеет порядок n и $L \approx 2^X$ ■

В силу последней теоремы каждому элементу $a \in A$ можно однозначно сопоставить кортеж $\langle 0,1,1,0,\ldots,1,0 \rangle_a$ следующим образом: составить кортеж из неразложимых элементов $\langle a_1,\ldots,a_n \rangle$ и заменить неразложимый элемент i на 1, если $a \geq a_i$ и на 0, если $\neg(a \geq a_i)$. Это позволяет определить конструктивное числовое представление $\nu : A \to \langle 0,1,1,0,\ldots,1,0 \rangle$, $\nu(a) = \langle 0,1,1,0,\ldots,1,0 \rangle_a$

Теорема 6. Конструктивное числовое представление дистрибутивной решетки $L = \langle A; \leq, \wedge, \vee \rangle$ длины n осуществляемое отображением $\nu : A \to \langle 0,1,1,0,\ldots,1,0 \rangle$, $\nu(a) = \langle 0,1,1,0,\ldots,1,0 \rangle_a$, удовлетворяет следующим свойствам:

1. $a \le b \Leftrightarrow \langle 0,1,1,0,\dots,1,0\rangle_a \le \langle 0,1,1,0,\dots,1,0\rangle_b$;
2. $a \vee b \Leftrightarrow \langle 0,1,1,0,\dots,1,0\rangle_a \oplus \langle 0,1,1,0,\dots,1,0\rangle_b$;
3. $a \wedge b \Leftrightarrow \langle 0,1,1,0,\dots,1,0\rangle_a \otimes \langle 0,1,1,0,\dots,1,0\rangle_b$ ■

12. Алгебраическое представление физической структуры ранга (2,2)

В разделе 4 была приведена система аксиом аддитивной соединительной структуры, которая давала числовое представление законов вида $\varphi f(x,z) = \varphi_x(x)+\varphi_z(z)$ (см. Теорема 1). В разделе 6 где была рассмотрена взаимосвязь системы аксиом аддитивной соединительной структуры и физической структуры ранга (2,2) и доказано, что они описывают один и тот же закон. В этом же разделе был произведён анализ этого результата и показано, что он следует из совпадения принципа феноменологической симметрии ранга (2,2) и условия замыкания Томсена (см. ***Утверждение 1***).

Продолжим этот анализ законов вида $\varphi f(x,z) = \varphi_x(x)+\varphi_z(z)$ и выделим в нём глубинную алгебраическую структуру, включающую, в частности, условие замыкания Томсена, которая является наиболее глубокой основой таких законов.

Рассмотрим алгебраическое представление схемы соизмерения величин Рис. 3, а также алгебраическое представление величин, получающееся из этой схемы.

Рассмотрим модель $\langle M \times N; \sim \rangle$, $M \ne \varnothing, N \ne \varnothing$, удовлетворяющую следующей аксиоме:

Аксиома 1. $\sim$ – отношение эквивалентности на $M \times N$.

Определим аналогичные отношения эквивалентности на M и N:

$i \sim j \Leftrightarrow \forall\alpha((i,\alpha) \sim (j,\alpha))$;

$$\alpha \sim \beta \Leftrightarrow \forall((i,\alpha) \sim (i,\beta)) . \qquad (9)$$

Нетрудно проверить, что они удовлетворяют аксиомам эквивалентности:

1. $P(a,a)$;
2. $P(a,b) \Leftrightarrow P(b,a)$;
3. $P(a,b)\,\&\,P(b,c) \Rightarrow P(a,c)$.

Эти отношения позволяют определить отображение

$$f:(M/\sim)\times(N/\sim)\rightarrow(M\times N/\sim),$$

$$f([i],[\alpha])=[i,\alpha], \qquad (10)$$

где $[i], [\alpha], [i,\alpha]$ – классы эквивалентных элементов соответственно в $M/\sim$, $N/\sim$ и $M\times N/\sim$.

Отображение f корректно распространяется на элементы классов $f(i,\alpha)=(i,\alpha)$, так как для других элементов классов $i'\in[i]$, $\alpha'\in[\alpha]$ будет иметь место эквивалентность $f(i',\alpha')\sim f(i,\alpha')\sim f(i,\alpha)$.

Отношения эквивалентности $M/\sim$, $N/\sim$ и $M\times N/\sim$ будут согласованы, если выполнены следующие аксиомы подстановочности [136]:

Аксиома 2.

$(i,\alpha)\sim(i,\beta)\Leftrightarrow(j,\alpha)\sim(j,\beta)$,

$(i,\alpha)\sim(j,\alpha)\Leftrightarrow(i,\beta)\sim(j,\beta)$.

Лемма 1. Из аксиом 1, 2 следует, что:

i. отображения $f_{\alpha_0}:(M/\sim)\rightarrow(M\times N/\sim)$, $f_{\alpha_0}([i])=[i,\alpha_0], \alpha_0\in N$, взаимно-однозначны;
ii. отображения $f_{i_0}:(N/\sim)\rightarrow(M\times N/\sim)$, $f_{i_0}([\alpha])=[i_0,\alpha], i_0\in M$, также взаимно-однозначны;
iii. для отображения f из (10) классы [i], $[i,\alpha]$ однозначно определяют класс [α], а классы [α], $[i,\alpha]$ класс [i].

Доказательство. Отображения f_{α_0}, f_{i_0}, $\alpha_0\in N$, $i_0\in M$ взаимно-однозначны, так как в силу аксиомы 2 эквивалентность $(i,\alpha_0)\sim(i',\alpha_0)$ означает, что $\forall\alpha((i,\alpha)\sim(i',\alpha))$ и, значит, [i] = [i’]. Аналогично, эквивалентность в силу аксиомы 2 $(i_0,\alpha)\sim(i_0,\alpha')$ означает, что $\forall i((i,\alpha)\sim(i,\alpha'))$ и, значит, [α] = [α’].

Если f([i], [α']) = [i, α] и f([i], [α]) = $[i,\alpha]$, то (i, α') ~ (i, α). Тогда из аксиомы 2 следует, что $\forall i((i,\alpha)\sim(i,\alpha'))$, а это означает, что [α’] = [α]. Единственность класса [i] доказывается аналогично ■

Так как f_{α_0}, f_{i_0} взаимно однозначны, то существуют обратные отображения $f_{\alpha_0}^{-1}:(M\times N/\sim)\rightarrow(M/\sim)$ и $f_{i_0}^{-1}:(M\times N/\sim)\rightarrow(N/\sim)$, определенные, соответственно, на $M_{\alpha_0} = f_{\alpha_0}(M/\sim)$ и $N_{i_0} = f_{i_0}(N/\sim)$. Определим на множестве $M_{\alpha_0} \times N_{i_0}$ операцию

$$[i,\alpha_0]\bullet[i_0,\alpha] = f(f_{\alpha_0}^{-1}([i,\alpha_0]), f_{i_0}^{-1}([i_0,\alpha])) = [i,\alpha] \quad (11)$$

Если множества M_{α_0}, N_{i_0} совпадают со всем множеством $M{\times}N/\sim$ и операция обратима справа и слева, то мы получим квазигруппу. Квазигруппа характерна тем, что в ней всегда возможно деление.

Квазигруппой называется пара $(Q, \bullet)$ с бинарной операцией $\bullet : Q \times Q \to Q$, удовлетворяющей следующему условию: для любых элементов a и b из Q найдутся единственные элементы x и y из Q такие, что $a \bullet x = b$ и $y \bullet a = b$.

Чтобы требования квазигруппы выполнялись, необходима следующая аксиома:

Аксиома 3. **Неограниченная разрешимость**: для любых трех из четырех элементов $i, j \in M$, $\alpha, \beta \in N$ четвертый можно подобрать так, чтобы $(i, \alpha) \sim (j, \beta)$.

Лемма 2. Если выполнены аксиомы 1–3, то операция (11) определяет на $M{\times}N/\sim$ квазигруппу.

Доказательство. Для доказательства леммы надо показать, что:

1) $f_{\alpha_0}(M/\sim) = f_{i_0}(N/\sim) = M{\times}N/\sim$ для любых $i_0 \in M$, $\alpha_0 \in N$;
2) для любых классов $[i,\alpha]$, $[j]$ существует единственный класс $[\beta]$ такой, что $f([j], [\beta]) = [i,\alpha]$;
3) для любых классов $[i,\alpha]$, $[\beta]$ существует единственный класс $[j]$ такой, что $f([j], [\beta]) = [i,\alpha]$.

(1) Возьмем $[i,\alpha] \in M{\times}N/\sim$. Из аксиомы 3 следует, что для любых $i_0 \in M$, $\alpha_0 \in N$ существуют i', α' такие, что $(i',\alpha_0) \sim (i,\alpha) \sim (i_0,\alpha')$. Отсюда следует, что $f_{\alpha_0}([i']) = f_{i_0}([\alpha']) = [i,a]$.

(2) В силу аксиомы 3 для любых $[j]$, $[i,\alpha]$ существует β, $(i, \alpha) \sim (j, \beta)$, что дает $f([j], [\beta]) = [i,\alpha]$. Единственность класса $[\beta]$ следует из лемма 1.

(3) Аналогично доказывается существование класса $[j]$ для классов $[i,\alpha]$, $[\beta]$ ■

Обозначим полученную квазигруппу как

$$\langle Q;\bullet\rangle,\ Q = M\times N/\sim \qquad (12)$$

Квазигруппа является лупой, если в ней есть единица. Квазигруппа (12) является лупой с единицей $e=[i_0,\alpha_0]$. Действительно, если q – некоторый элемент из Q, то по аксиоме 3, существуют $i\in M$, $\alpha\in N$, $[i, \alpha_0] = [i_0, \alpha] = q$. Тогда в соответствии с (11) $[i, \alpha_0]\bullet[i_0, \alpha_0] = [i, \alpha_0] = q = [i_0, \alpha] = [i_0, \alpha_0]\bullet[i_0, \alpha]$ и, следовательно, $qe = q = eq$.

Из аксиом 1-3 следует, что взаимосвязь величин M /~, N /~, осуществляемая отображением (10), может быть представлена лупой с операцией (12).

Лемма 3. Из условия Томсена вытекают аксиомы подстановочности 2.

Доказательство. Пусть $(i, \alpha) \sim (i, \beta)$ и дано некоторое $j \in M$. Надо доказать, что $(j, \alpha) \sim (j, \beta)$. По аксиоме неограниченной разрешимости для (i, α) и j существует γ такое, что $(i, \alpha) \sim (j, \gamma)$. Тогда из $(i, \alpha) \sim (i, \beta)$ следует, что $(j, \gamma) \sim (i, \beta)$. Подставляя в условие Томсена (**Определение 7**) $(j,\alpha)\sim(i,\beta)\ \&\ (k,\beta)\sim(j,\gamma)\Rightarrow(k,\alpha)\sim(i,\gamma)$ i вместо j и j вместо i и k, а α, β, γ вместо α, γ, β, получим $(i,\alpha)\sim(j,\gamma)\ \&\ (j,\gamma)\sim(i,\beta)\Rightarrow(j,\alpha)\sim(j,\beta)$. Отсюда следует, что $(j, \alpha) \sim (j, \beta)$. Вторая из аксиом подстановочности доказывается аналогично ■

Переформулируем условие Томсена для лупы $\langle Q;\bullet\rangle$. Представим классы $[j, \alpha]$, $[i, \beta]$, $[k, \beta]$, $[j, \gamma]$, $[k, \alpha]$, $[i, \gamma]$ как результаты применения операций $[j, \alpha_0]\bullet[i_0, \alpha] = [j, \alpha]$, $[i, \alpha_0]\bullet[i_0, \beta] = [i, \beta]$, и т. д. Если $[j, \alpha] = [i, \beta]$ и $[k, \beta] = [j, \gamma]$, что означает $(j, \alpha) \sim (i, \beta)$ и $(k, \beta) \sim (j, \gamma)$, то из условия Томсена будет следовать, что $(k, \alpha) \sim (i, \gamma)$ и $[k, \alpha] = [i, \gamma]$. Так как i, j, k, α, β, γ – произвольные элементы множеств M и N, то классы $[j, \alpha_0]$, $[i_0, \alpha]$, $[i_0, \alpha]$, $[i_0, \beta]$ и т. д. в силу **Лемма 2** – произвольные элементы Q. Поэтому условие Томсена для $\langle Q;\bullet\rangle$ будет иметь следующий вид.

Аксиома 4. условие Томсена для $\langle Q;\bullet\rangle$:

$(p_1\bullet q_2 = p_2\bullet q_1)\,\&\,(p_3\bullet q_1 = p_1\bullet q_3)\Rightarrow(p_3\bullet q_2 = p_2\bullet q_3)$.

Квазигруппа 12) является **группой**, если она ассоциативна и становится абелевой группой, если она не только ассоциативна, но и коммутативна.

Лемма 4. Модель $\langle M\times N;\sim\rangle$, $M \neq \varnothing$, $N \neq \varnothing$, удовлетворяющая аксиомам 1, 3 и условию Томсена, является абелевой группой с операцией (12).

Доказательство. Из предыдущего (лемма 3) следует, что на модели выполнены аксиомы 2 и на модели (лемма 2) определима лупа (12). На лупе выполнено условие Томсена (аксиома 4). Докажем, что лупа коммутативна. Подставив в аксиому 4 единичный элемент e вместо p_1 получим $(q_2 = p_2 \bullet q_1) \& (p_3 \bullet q_1 = q_3) \Rightarrow (p_3 \bullet q_2 = p_2 \bullet q_3)$ или, подставляя выражения для $(q_2 = p_2 \bullet q_1)$ и $(p_3 \bullet q_1 = q_3)$, получим

$$(p_3 \bullet (p_2 \bullet q_1) = p_2 \bullet (p_3 \bullet q_1)) \tag{13}$$

Подставив q_1 = e получим коммутативность $p_3 \bullet p_2 = p_2 \bullet p_3$.

Докажем ассоциативность. Из (13) и коммутативности следует, что $p_2 \bullet (q_1 \bullet p_3) = p_2 \bullet (p_3 \bullet q_1) = p_3 \bullet (p_2 \bullet q_1) = (p_2 \bullet q_1) \bullet p_3$ ■

Обратным элементом к элементу $[i,\alpha_0]$ является элемент $[i_0,\alpha']$, в котором α' определяется по разрешимости из эквивалентности $(i, \alpha') \sim (i_0, \alpha_0)$. Тогда $[i, \alpha_0]\bullet[i_0, \alpha'] = [i, \alpha'] = [i_0, \alpha_0]$.

По лемме 2, $f_{\alpha_0}(M/\sim) = f_{i_0}(N/\sim) = M{\times}N/\sim$. Тогда операцию (12) можно преобразованиями $f_{\alpha_0}^{-1}$ и $f_{i_0}^{-1}$ перенести на множества $M/\sim$, $N/\sim$. Получим операции

$$[i]\bullet[j] = f_{\alpha_0}^{-1}(f_{\alpha_0}([i]) \bullet f_{\alpha_0}([j])) = f_{\alpha_0}^{-1}([i, \alpha_0]\bullet[j, \alpha_0]),$$

$$[\alpha]\bullet[\beta] = f_{i_0}^{-1}(f_{i_0}([\alpha])\bullet f_{i_0}([\beta])) = f_{i_0}^{-1}([i_0, \alpha]\bullet[i_0, \beta]). \tag{14}$$

Эти операции определяют на $M/\sim$ и $N/\sim$ абелевы группы, изоморфные абелевой группе $\langle M \times N; \sim\rangle$.

Определение 9. **Алгебраическим представлением законов** ранга (2, 2) будем называть модель $\langle M \times N; \sim\rangle$, удовлетворяющую аксиомам 1, 3 и условию Томсена. Величинами будем называть абелевы группы $\langle M/\sim;\bullet\rangle$, $\langle N/\sim;\bullet\rangle$, $\langle M \times N/\sim;\bullet\rangle$ с операциями (14), изоморфные между собой. Закономерной связью между величинами будем называть операцию (11) связывающую величину $[i,\alpha_0]$ из $\langle M/\sim;\bullet\rangle$, величину $[i_0,\alpha]$ из $\langle N/\sim;\bullet\rangle$ и дающую результат из $\langle M \times N/\sim;\bullet\rangle$ ♦

13. Конструктивное числовое представление алгебраического представления физической структуры ранга (2,2).

Получим конструктивное числовое представление физической структуры ранга (2,2). Для этого найдем конструктивное числовое представление для алгебраического представления этой структуры в виде абелевых групп. Докажем теорему о конструктивном числовом представлении для конечно-порождённых абелевых групп. Для произвольных абелевых групп вопрос о построении конструктивных числовых представлений остается открытым.

Теорема 7. Модель $\langle M\times N;\sim\rangle$, конечно-порожденную относительно операции (12) и удовлетворяющую аксиомам 1, 3 и условию Томсена, можно изоморфно вложить в прямую сумму бесконечных циклических групп целых чисел и примарных циклических групп вычетов целых чисел $Z = Z_1 \oplus ... \oplus Z_n \oplus Z_{n+1}^{p_1} \oplus ... \oplus Z_{n+k}^{p_k}$. При этом величины будут представлены абелевыми группами $\langle M/\sim;\bullet\rangle$, $\langle N/\sim;\bullet\rangle$, $\langle M\times N/\sim;\bullet\rangle$ изоморфными Z, а закономерная связь, представленная операцией (12), перейдет в операцию сложения в Z. Таким образом, будут существовать изоморфизмы $\varphi: M/\sim\ \to Z$, $\psi: N/\sim\ \to Z$, $\chi: M\times N/\sim\ \to Z$, являющиеся конструктивными числовыми представлениями величин $\langle M/\sim;\bullet\rangle$, $\langle N/\sim;\bullet\rangle$, $\langle M\times N/\sim;\bullet\rangle$, связанные законом

$$\chi([i,\alpha]) = \varphi([i]) \oplus \psi([\alpha]), \tag{15}$$

где $\oplus$ операция в Z ■

Доказательство. Из **Лемма 4** и условия теоремы следует, что модели $\langle M\times N;\sim\rangle$, $\langle M/\sim;\bullet\rangle$, $\langle N/\sim;\bullet\rangle$ являются конечно-порожденными абелевыми группами, изоморфными между собой. Известно [57], что конечно-порожденные абелевы группы изоморфны некоторой прямой сумме бесконечных циклических групп целых чисел и примарных групп вычетов целых чисел $Z = Z_1 \oplus ... \oplus Z_n \oplus Z_{n+1}^{p_1} \oplus ... \oplus Z_{n+k}^{p_k}$.

Пусть $\chi: \langle M\times N/\sim;\bullet\rangle \to Z$ такой изоморфизм, тогда операция (11), связывающая величины $\langle M\times N;\sim\rangle$, $\langle M/\sim;\bullet\rangle$, $\langle N/\sim;\bullet\rangle$ перейдет в оперыцию:

$$\chi([i,\alpha]) = \chi([i,\alpha_0]\bullet[i_0,\alpha]) = \chi([i,\alpha_0]) \oplus \chi([i_0,\alpha]) = \chi(f_{\alpha_0}[i]) \oplus \chi(f_{i_0}[\alpha]),$$

где $i_0 \in M, \alpha_0 \in N$, $\oplus$ – сложение в Z. Определив $\varphi([i]) = \chi(f_{\alpha_0}[i])$, $\psi([\alpha]) = \chi(f_{i_0}[\alpha])$ получим конструктивное представление закона (15) ■

Алгебраическое представление закона ранга (2, 2) в разных предметных областях может дополняться различными аксиомами. В физике, поскольку используемые там физические величины линейно упорядочены и архимедовы, могут добавляться аксиомы вида 1–6 аддитивных соединительных структур. В других областях таких, как экономика, социология, психология и т. д., для числовых представлений величин могут использоваться не только линейные порядки и аксиома Архимеда, но и более сложные порядки (частичные, деревья, структуры и т. д.) и не архимедовы аксиомы. Тогда числовыми представлениями законов ранга (2, 2) в этих областях может быть конструктивное числовое представление (15), если для используемого порядка определимо отношение эквивалентности $\sim$. Дополнительные аксиомы порядка могут давать более богатые конструктивные числовые представления как, например, в работе по решеточно упорядоченным группам [59].

IV. Логическое программирование. Реляционные базы данных.

14. Логическое программирование.

1. Основные определения. Осуществляемая нами формализация процесса познания и дальнейшее построение «экспертной системы компьютерного познания» будет проводиться в рамках логического программирования. Поэтому приведём необходимые сведения из логического программирования.

Зафиксируем язык первого порядка L не более чем счетной сигнатуры $\Omega = \langle P_1,...,P_n,\rho_1,...,\rho_m,c_1,c_2,...\rangle$. Введем обозначения:

X – множество **переменных** x, y, z … ;

T – множество **термов**, обозначаемых через t, s, … , определяемых следующим образом:

константы $c_1, c_2, ...$ – есть термы;

переменные – есть термы, т.е. $X \subset T$;

если $t_1,\ldots,t_k \in T$, то $f(t_1,\ldots,t_k)$ – тоже терм.

U – множество всех **основных термов** не содержащих свободных переменных;

At – множество всех атомарных формул (атомов), обозначаемых через A, B, C, … и имеющих один из следующих двух видов:

$f(x_1,\ldots,x_k) = g(y_1,\ldots,y_l)$;

$P(x_1,\ldots,x_m)$.

Правилом будем называть выражение $A \leftarrow B_1,\ldots,B_k$, $k \geq 0$ сигнатуры Ω, где $A, A_1,\ldots,A_k \in At$, A – заголовок правила, а $B_1,\ldots,B_k$ – тело правила.

Целью (**запросом**) называется правило $\leftarrow A_1,\ldots,A_k$.

Правило $A \leftarrow$, где $k = 0$ называется **фактом**.

Логическая программа Pr есть конечная совокупность правил.

Подстановкой называется отображение θ: $X \rightarrow T$ в котором переменная X не входит в T. Подстановка $\theta(x) = x$ называется **тождественной**.

Подстановки естественным образом распространяются на произвольные выражения. Для терма $t = f(t_1,...,t_n)$ и атома $A = P(t_1,...,t_n)$ их подстановками являются соответственно $t\theta = f(t_1\theta,..., t_n\theta)$, $A\theta = P(t_1\theta,...,t_n\theta)$. Они называются **примерами** терма или атома.

Если θ – **перестановка переменных** X, то терм $t\theta$ и атом $A\theta$ являются **вариантами** соответствующих термов и атомов.

Подстановка θ называется **унификатором** выражений E_1, E_2, если $\theta E_1 = \theta E_2$. Унификатор θ выражений E_1, E_2 называется **наиболее общим унификатором**, если для любого другого унификатора θ' выражений E_1,E_2 найдется подстановка θ'' такая что $\theta' = \theta''\theta$.

2. Вычисление логической программы.

Правилом R вычисления называется правило, определяющее для каждого запроса $\leftarrow A_1,...A_i\ldots,A_k$ выделенный атом A_i с которым будет проводиться вычисление.

Определение 10. Для запроса $\leftarrow A_1,..., A_{i-1}, A_i, A_{i+1} \ldots,A_k$ и варианта $A_0 \leftarrow B_1,...,B_n$ некоторого правила программы Pr (в котором все переменный отличны от переменных запроса) **элементарным шагом вычисления (вывода)** называется нахождение наиболее общего унификатора θ для атомов A_i и A_0 (если таковой найдется) и переход к запросу

$\leftarrow \theta A_1,..., \theta A_{i-1}, \theta B_1,..., \theta B_n , \theta A_{i+1}\ldots,\theta A_k$ ♦

Пространством вычислений программы Pr для заданного правила вычисления R называется множество всех возможных запросов с заданным на нем отношением выводимости.

Вычислением запроса Q называется путь $Q = Q_1, Q_2, Q_3, \ldots$ в пространстве вычислений, начинающийся с Q, где Q_{i+1} выводится из Q_i элементарным шагом вычисления.

Вычисление может **закончиться** на запросе Q_n в двух случаях:

1. Q_n – пустой запрос. Тогда вычисление называется **успешным. Результатом вычисления** является суперпозиция подстановок $\theta = \theta_{n-1}\theta_{n-2}\ldots\theta_1$, где θ_i – подстановка, с помощью которой из запроса Q_i выводится запрос Q_{i+1}. Если $\langle x_1,\ldots,x_k\rangle$ – набор переменных запроса, то набор $\langle t_1= \theta x_1,\ldots, t_k= \theta x_k\rangle$ называется **ответом**, выдаваемым в результате вычислений. Если в запросе переменных нет, то результатом успешного вычисления является ответ «Да».

2. Q_n – не пусто и из него не выводим ни один запрос. В этом случае вычисление является **тупиковым**.

Каждому запросу соответствует часть пространства вычислений, содержащая все пути, ведущие из вершины этого запроса. Эти пути образуют **дерево вычислений запроса**.

Ответом программы Pr **на запрос** Q является ответ любого успешного вывода запроса Q.

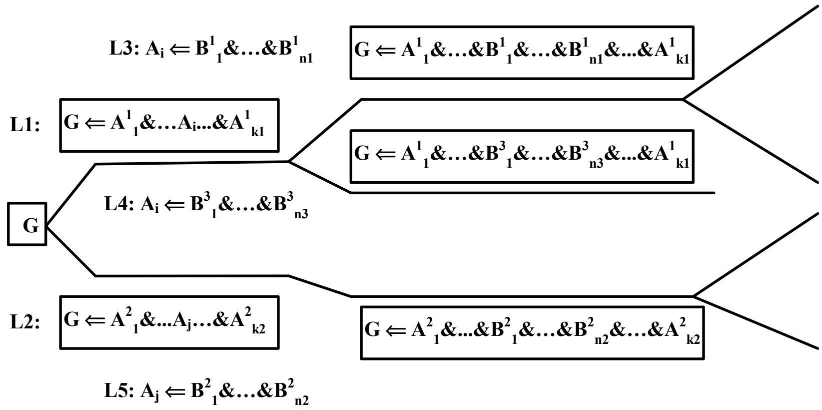


Рис. 5

Процесс вычисления (вывода) запроса $\leftarrow G$ можно представить в виде дерева Рис. 5. В нём запрос G унифицируется с заключениями правил L1 и L2 некоторой подстановкой θ_1. Если среди правил программы Pr есть правила L3, L4, L5, которые унифицируются с некоторыми атомами A_i или A_j, то посылка этих правил $B_1^1 \& \ldots \& B_{n_1}^1$ или $B_1^2 \& \ldots \& B_{n_2}^2$ или $B_1^3 \& \ldots \& B_{n_3}^3$ подставляется вместо соответствующих атомов A_i или A_j. Если какие-то правила L3, L4 или L5 являются фактами вида $A_i \leftarrow$, то соответствующий атом после унификации удаляется из посылки правила L1. Вывод (вычисление) заканчивается, когда найдена такая ветвь дерева вывода, которая содержит правило ($G \Leftarrow$).

3. Предсказания, решения и ответы на запросы в логическом программировании. Предсказания, решения, ответы формулируется как запрос $\leftarrow G$ или $\leftarrow A_1,\ldots,A_k$ ($G = A_1,\ldots,A_k$) к логической программе Pr.

Если получен ответ программы Pr на запрос $G(x_1,\ldots,x_n)$, то может быть доказано, что в этом случае:

1. существует вывод $\{L_1,\ldots, L_m, C_1,\ldots,C_n\} \vdash \exists x_1,\ldots,x_n G$;
2. ответом на запрос является набор термов $t_1,\ldots,t_n$, для которого верно, что $\{L_1,\ldots, L_m\ C_1,\ldots,C_n\ \} \vdash G[x_1/t_1,\ldots,x_n/t_n]$.

15. Метаинтерпретаторы: объяснение, работа с оценками, запрос информации у пользователя.

Логические программы можно применять к самим себе, поэтому можно задавать программы, называемые метаинтерпретаторами, которые отслеживают работу некоторых других логических программ.

Такие программы успешно применяются в экспертных системах.

Приведём некоторые, наиболее полезные метаинтерпретаторы.

1. Программа вычисления оценок утверждений.

Запрос: ← solve(Goal, Certainty)

Программа:

solve(true, 1).

solve((A,B), C) ← solve(A, C1), solve(B, C2), minimum(C1,C2,C).

solve(A, C) ← clause_cf(A, B, C1), solve(B, C2), C := C1*C2.

clause_cf(A, B, C1) – предикат присваивающий оценку определенности правилу A ← B.

2. Программа, которая в случае нехватки информации, запрашивает информацию у пользователя.

Запрос: ← solve(Goal)

Программа:

solve(true).

solve((A,B)) ← solve(A), solve(B).

solve(A) ← clause(A,B), solve(B).

solve(A) ← askable(A), not known(A), ask(A, Answer), respond(Answer, A).

первоначально задаётся множество фактов not known(A) ← для всех атомарных высказываний, не являющихся фактами.

askable – процедура, коротая, в случае безуспешного решения цели интерпретатором, может направить её на рассмотрение пользователю.

ask(A, Answer) ← write(A?), read(Answer) – печатает на мониторе вопрос A? и считывает ответ пользователя.

respond(yes, A) ← assert(A) – в программу вводится факт A ←.

respond(no, A) ← assert(untrue(A)), fail. (предикат, который никогда не выполняется).

known(A) ← A; known(A) ← untrue(A).

3. Программа, объясняющая как доказывается цель.

Запрос: ← how(Goal)

Программа:

```
how(Goal) ← solve(Goal, Proof), interpret(Proof).
solve(true, true).
solve((A,B),(ProofA, ProofB)) ← solve(A, ProofA), solve(B, ProofB).
solve(A, (A ← ProofB)) ← clause(A, B), solve(B, ProofB).
interpret((Proof1, Proof2)) ← interpret(Proof1), interpret(Proof2).
interpret(Proof) ← fact(Proof, Fact), nl, writeln([Fact,'факт в
базе данных'])
            fact((Fact ← true), Fact).
interpret(Proof) ← rule(Proof, Head, Body, Proof1),
            nl, writeln([Head, 'доказывается с помощью правила']).
            display_rule(rule(Head, Body)),
            interpret(Proof1).
rule((Goal ← Proof), Goal, Body, Proof) ← Proof ≠ true,
extract_body(Proof, Body).
extract_body((Proof1, Proof2), (Body1, Body2)) ←
extract_body(Proof1, Body1), extract_body(Proof2, Body2).
extract_body((Goal ← Proof), Goal).
display_rule(rule(A, B)) ← write('IF'), write_conjunction(B),
writeln(['THEN', A])
```

16. Базы данных. Реляционные таблицы.

В настоящее время обрабатываемые данные, как правило, хранятся в реляционных базах данных, поэтому до извлечения информации из данных они представляются некоторой реляционной базой данных. Приведем основные определения реляционных баз данных и языка запросов SQL оперирования с реляционными базами данных.

Рассмотрим конечное семейство доменов $D_i = \{d_i\}$.

Отношением называется отношение

$$R = R(D_1, \dots, D_n) \subset D_1 \times \dots \times D_n = \{(d_1, \dots, d_n)\}.$$

Атрибуты отношения $D^R_i = \{d_i \mid (d_1, \dots, d_i, \dots, d_n) \in R\}$.

Реляционная таблица:

D^R_1	…	D^R_n
d_{11}	…	d_{n1}
d_{12}	…	d_{n2}
…	…	…
d_{1k}	…	d_{nk}
…	…	…

Характеристическая функция отношения R: $F(x_1, \dots, x_n) = 1 \Leftrightarrow (d_1, \dots, d_n) \in R$, $x_1 = d_1, \dots, x_n = d_n$; $F(x_1, \dots, x_n) \in \{0,1\}$.

17. Реляционная алгебра.

Реляционная алгебра RA(T,O), где T – множество реляционных таблиц, O – множество операций над таблицами.

Теоретико-множественные операции: Union, Intersection, Difference, Symmetrical Difference.

Для операций 1-4 требуется совместимость: $R, S \subset D_1 \times \dots \times D_n$.

1. Объединение (Union).
   $R \cup S$.
2. Пересечение (Intersection).
   $R \cap S$.
3. Разность (Difference).
   $R \setminus S$.
4. Симметрическая разность (Symmetrical Difference).
   $R \nabla S$.

Реляционные операции: Selection, Product, Join, Projection.

5. Выборка (Selection).
   $R' = \sigma_F(R)$; $R' = \{(d_1, \dots, d_n) \in R \mid F(d_1, \dots, d_n)$, F – высказывание$\}$
6. Произведение (Product).
   $R \times S = \{(d_1, \dots, d_n, s_1, \dots, s_m) \mid (d_1, \dots, d_n) \in R, (s_1, \dots, s_m) \in S\}$
7. Проекция (Projection).

$$\frac{\downarrow}{i_1, \dots, i_k} R = \{(d_{i_1}, \dots, d_{i_k}) \mid (d_1, \dots, d_n) \in R\}, \{i_1, \dots, i_k\} \subset \{1, \dots, n\}$$

одинаковые картежи удаляются из проекции.

8. Соединение (Join).

$R \parallel S = \{(c_1, \ldots, c_{n1}, d_1, \ldots, d_{n2}, e_1, \ldots, e_{n3}) \mid$
$(c_1, \ldots, c_{n1}, d_1, \ldots, d_{n2}) \in R, (d_1, \ldots, d_{n2}, e_1, \ldots, e_{n3}) \in S \}$.

9. Тета-соединение (Teta-Join)

$$R \blacklozenge_F S = \sigma_F(R \times S)$$

Этот набор не полон и избыточен.

18. Представление реляционных операций.

Пять основных операций определяют реляционную алгебру: объединение, симметрическая разность, декартово произведение, проекция и выборка.

Покажем, как каждая из них выражается в логической программе.

1. Объединение.

$r\_inion\_s(X_1, ..., X_n) \leftarrow r(X_1, ..., X_n)$

$r\_inion\_s(X_1, ..., X_n) \leftarrow s(X_1, ..., X_n)$

2. Пересечение

$r\_meet\_s(X_1, ..., X_n) \leftarrow r(X_1, ..., X_n), s(X_1, ..., X_n)$

3. Симметрическая разность

$r\_diff\_s(X_1, ..., X_n) \leftarrow r(X_1, ..., X_n), \text{not } s(X_1, ..., X_n)$.

$r\_diff\_s(X_1, ..., X_n) \leftarrow s(X_1, ..., X_n), \text{not } r(X_1, ..., X_n)$.

4. Декартово произведение.

$r\_x\_s(X_1, \ldots, X_{m+n}) \leftarrow r(X_1, \ldots, X_m), s(X_{m+1}, \ldots, X_{m+n})$

5. Проекция

$r_{13}(X_1, X_3) \leftarrow r(X_1, X_2, X_3)$.

6. Выборка

$r_1(X_1, X_2, X_3) \leftarrow r(X_1, X_2, X_3), X_2 > X_3$

$r_2(X_1, X_2, X_3) \leftarrow r(X_1, X_2, X_3),$

19. Базисный язык SQL (Structured Query language)

I. **Подъязык запросов**.

1. Выборка данных из таблицы: select * from <имя таблицы>

2. Выбор различных записей: select distinct * from <имя таблицы>
3. Аналог операции select реляционной алгебры:

   select S.SN, S.City from S where City = “Париж” and …

   select * from SN where JST > 50;
4. Предикаты in и between:

   select * from S where City in (‘Осло’, ‘Париж’)

   select * from S where Pay between 2,5 and 3,5
5. Предикаты like, is NULL поиска подстрок в строке по шаблону,

   при этом могут использоваться символы: _ означает любой символ, % – последовательность символов:

   select * from S where SN like ‘Mac%’

   select * from S where SN is not NULL
6. Реализация операции соединения Join

   select * from R, S where …

II. **Подъязык манипуляции данными**.

7. Оператор insert into:

   ввести строку в таблицу insert into S values (‘s1’, ‘Смит’, NULL, 12)

   insert into SW select * from S where City = ‘Париж’

   таблицы SW и S должны быть совместимы по атрибутам;
8. Оператор delete:

   delete from S where City = ‘Париж’

   delete from S (все строки)
9. Оператор update:

   update S set JST = 50

   update S set JST = 50 where S# = ‘s1’

   update S set Pay = Pay*2

III. **Подъязык определения данных**.

10. Оператор create table

    create table S (S# integer, SN char(10), City char(10)) – создание пустой таблицы.

    Заполняется таблица операторами манипулирования данными.
11. Оператор create index JS# on J(S#)

12. Оператор alter table (изменить таблицу)

    alter table S delete SPD

    alter table S add PD decimal

IV. **Операции реляционной алгебры**.

Операции реляционной алгебры – проекция, селекция и соединение выражаются одной из форм оператора select

13. Проекция: select SN, Pay from S
14. Селекция: select SN, City from S where F (выражение)
15. Соединение, тета-соединение:

    select J.JN, S.SN, S.City from S, J where F (выражение)

Операторы:

16. Оператор union:

    <запрос> union [all] <запрос>

    select S#, SN from S where … union select J#, JN from J where …,

    типы и размеры данных должны совпадать
17. Оператор intersect (пересечения):

    select S#, SN from S where … intersect select J#, JN from J where …,

    типы и размеры данных должны совпадать.

V. ОБНАРУЖЕНИЕ ТЕОРИЙ ПРЕДМЕТНЫХ ОБЛАСТЕЙ

20. Определение закона.

Как говорилось во введении, предметная область может быть задана некоторой эмпирической системой $\mathfrak{I}_{\text{ПО}} = \langle \text{A}, \Omega_{\text{ПО}} \rangle$. Будем предполагать, что мы извлекли всю интерпретируемую информацию из интересующих нас величин, характеристик, признаков и т.д. и представили её эмпирической системой $\mathfrak{I}_{\text{ПО}} = \langle \text{A}, \Omega_{\text{ПО}} \rangle$, где A – потенциально бесконечное множество объектов предметной области.

Будем также предполагать, что из имеющихся данных, представленных некоторой реляционной базой данных, извлечена вся необходимая информация (см. раздел 3) и записана в виде эмпирических систем $\mathfrak{I} = \langle \text{A}, \Omega_{\mathfrak{I}} \rangle$, где $A = \{a_1, \ldots, a_m\}$ – конечное множество объектов на которых производилось измерение.

Рассмотрим **задачу обнаружения теории предметной области**, представленной некоторой эмпирической системой $\mathfrak{I} = \langle A, \Omega_{\mathfrak{I}} \rangle$ сигнатуры $\Omega = \langle P_1, ..., P_n \rangle$, где **A** – конечное множество объектов, а $\Omega_{\mathfrak{I}} = \langle P_0^{\mathfrak{I}}, ..., P_n^{\mathfrak{I}} \rangle$ - множество отношений эмпирической системы. Для простоты будем предполагать, что у нас нет функциональных символов и констант. Более общий случай с функциональными символами и константами рассмотрен в [22,165].

Рассмотрим теорию $Th(\mathfrak{I})$ эмпирической системы $\mathfrak{I}$, являющуюся совокупностью всех истинных на $\mathfrak{I}$ высказываний. Будем предполагать, что теория $Th(\mathfrak{I})$ является **совокупностью универсальных формул** (формул, содержащих только кванторы всеобщности). Это требование является достаточно естественным для некоторых теорий. Более точно его смысл определён в [21]. Будем предполагать также, что существует такое N, что любая аксиома из $Th(\mathfrak{I})$ имеет не более чем N кванторов всеобщности.

Определим, используемый далее, фрагмент языка первого порядка L сигнатуры Ω:

- $X = \{x_1, x_2, ...\}$ – множество **переменных**;
- At – множество **атомарных формул** (**атомов**) A, B, C, … вида $P(x_1, ... x_n)$;
- L – множество **литер** (множество всех атомарных формул и их отрицаний);
- $\Re(\Omega)$ – множество **утверждений** языка L, полученное замыканием множества At относительно логических операций &, v, ¬.

В рамках исчисления высказываний множество утверждений $\Re(\Omega)$ является булевой алгеброй, на которой определено тождество утверждений A ≡ B. Будем предполагать, что логические константы И ≡ A∨¬A и Л ≡ A&¬A принадлежат $\Re(\Omega)$.

Известно, что совокупность универсальных формул логически эквивалентна совокупности **правил** вида

$$\forall x_1, \ldots, x_n (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0) \qquad (16)$$

где $A_0, A_1, \ldots, A_k \in L$. Поэтому без потери общности можно предполагать, что теория $Th(\Im)$ – совокупность универсальных формул.

Сформулируем теперь задачу обнаружения теории предметной области.

Задача: Обнаружить теорию $Th(\Im)$ эмпирической системы $\Im = \langle A, \Omega_{\Im} \rangle$.

Проанализируем эту задачу. Рассмотрим истинность высказываний из $Th(\Im)$ на эмпирической системе $\Im$.

Правило $C = (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ может быть истинным на эмпирической системе только потому, что посылка правила всегда ложна. Как следует из нижеследующей теоремы, это означает, что на эмпирической системе истинно некоторое логически более сильное «подправило», связывающее между собой атомы посылки.

Правило C может быть истинным на эмпирической системе, потому что некоторое его логически более сильное «подправило», содержащее часть посылки, истинно на эмпирической системе.

Теорема 8. Правило $C = (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ логически следует (в исчислении высказываний) из любого правила вида:

1. $(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \Rightarrow \neg A_{i_0}) \vdash C$, $\{A_{i_1}, \ldots, A_{i_h}, A_{i_0}\} \subset \{A_1, \ldots, A_k\}$, $0 \le h < k$,

$(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \Rightarrow \neg A_{i_0}) \vdash \neg(A_1 \& \ldots \& A_k) \vdash (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$;

$\vdash$ - доказуемость в исчислении высказываний.

2. $(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \Rightarrow A_0) \vdash C$, $\{A_{i_1}, \ldots, A_{i_h}\} \subset \{A_1, \ldots, A_k\}$, $0 \le h < k$ ■

Доказательство. (1) Докажем сначала первую цепочку выводов $(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \Rightarrow \neg A_{i_0}) \equiv (\neg(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h}) \vee \neg A_{i_0}) \equiv (\neg A_{i_1} \vee \ldots \vee \neg A_{i_h} \vee \neg A_{i_0})$ $\equiv \neg(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \& A_{i_0})$. Так как $\{A_{i_1}, \ldots, A_{i_h}, A_{i_0}\} \subset \{A_1, \ldots, A_k\}$, то конъюнкция $A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \& A_{i_0}$ является частью конъюнкции $A_1 \& \ldots \& A_k$. Из аксиомы алгебры высказываний $A \& B \vdash A$ по правилу modus ponense следует, что $A_1 \& \ldots \& A_k \vdash A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \& A_{i_0}$. Поэтому из двух высказываний $(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \Rightarrow \neg A_{i_0})$, $A_1 \& \ldots \& A_k$ выводится противоречие $\neg(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \& A_{i_0}) \& (A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \& A_{i_0})$. Отсюда по принципу противоречия следует, что $(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \Rightarrow \neg A_{i_0}) \vdash \neg(A_1, \ldots, A_k)$.

Докажем, что $\neg(A_1 \& \ldots \& A_k) \vdash (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$. Так как $\neg(A_1 \& \ldots \& A_k) \equiv (\neg A_1 \vee \ldots \vee \neg A_k)$, то по правилу алгебры высказываний $A \vdash A \vee B$ выводим, что $\neg(A_1 \& \ldots \& A_k) \vdash (\neg A_1 \vee \ldots \vee \neg A_k \vee A_0) \equiv (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$.

2. Так как $(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h} \Rightarrow A_0) \equiv (\neg A_{i_1} \vee \ldots \vee \neg A_{i_h} \vee A_0)$, то по правилу алгебры высказываний $A \vdash A \vee B$ и правилу modus ponens получаем $(\neg A_{i_1} \vee \ldots \vee \neg A_{i_h} \vee A_0) \vdash (\neg A_1 \vee \ldots \vee \neg A_k \vee A_0) \equiv (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ ♦

Из логики и методологии науки известно, что те высказывания следует считать *законами*, которые, при одинаковой их подтверждённости на экспериментальных данных, наиболее фальсифицируемы, просты и/или содержат наименьшее число «параметров». В нашем случае все эти свойства, которые обычно трудно определить, следуют из определения логической силы высказывания.

"Подправила" одновременно является:

- логически более сильными высказываниями, чем само правило и более фальсифицируемыми, так как содержит более слабую посылку и, следовательно, применимы к большему объему данных и тем самым в большей степени подвержены фальсификации;
- более просты, так как содержит меньшее число атомарных высказываний, чем правило;
- включают меньшее число "параметров", так как лишние атомарные высказывания тоже являются параметрами "подстройки" высказывания под данные.

Почему же закон должен быть наиболее фальсифицируемым, прост и содержать наименьшее число параметров? Разные авторы придерживаются различных мнений на этот счет, либо не объясняют этого вообще. В нашем случае для гипотез вида (16) мы можем ответить на этот вопрос. Так как все описанные свойства закона вытекают из логической силы высказывания, то поиск логически наиболее сильных «подправил» позволяет нам решить другую принципиально более важную задачу: выяснить, а какова та наиболее сильная (логически) теория, которая описывает наши данные и, возможно, лежит в основании неизвестного нам закона их порождения. Решение этой *задачи обнаружения закона в данных* или поиска *сильнейшей теории эмпирической системы* как раз и требует нахождения логически наиболее сильных правил. Именно такие правила в соответствии с существующими представлениями и следует считать законами эмпирической системы.

Следствие 1. Если некоторое подправило правила C истинно на эмпирической системе $\Im$, то и само правило C истинно на $\Im$.

Определение 11. **Подправилом** правила C будем называть любое его логически более сильное правило вида 1 или 2, определенные в теореме 1♦

Определение 12. **Законом** эмпирической системы $\Im$ будем называть любое истинное на $\Im$ правило C, для которого каждое из его подправил уже не истинно на $\Im$ ♦

Обозначим через L множество всех законов эмпирической системы $\Im$.

Теорема 9. $L \vdash Th(\Im)$ ■

Доказательство: Для каждого правила $C \in Th(\Im)$ найдем его минимальное подправило, для которого уже нет его подправил истинных на $\Im$. Легко проверить, что эти подправила будут законами на $\Im$ и, в силу **Теорема 8** из них будет выводиться теория $Th(\Im)$ ♦

Таким образом, обнаружение множества всех законов L решает задачу обнаружения теории эмпирической системы $Th(\Im)$.

21. Понятие эксперимента. Определение закона на множестве возможных экспериментов.

Чтобы проверить является ли некоторое правило законом, надо проверить его истинность и ложность подправил на всей эмпирической системе. Эмпирическая система нам, как правило, не дана. Нам может быть известна некоторая система аксиом, которой удовлетворяет эмпирическая система, а также результаты экспериментов над отдельными объектами.

Проверить истинность или ложность правила на результатах эксперимента мы вполне можем. Поэтому необходимо формально определить понятие эксперимента на эмпирической системе $\Im$ и перенести понятие закона на множество экспериментов.

Свяжем проверку истинности системы аксиом на эмпирической системе $\Im$ с конкретными конечными экспериментами, на которых эта истинность проверяется. Тем самым мы не просто сделаем проверку аксиом конструктивной, а заменим задачу, которую можно выполнять только на теоретическом уровне, на задачу экспериментальной проверки.

Под **интерпретацией** языка L на эмпирической системе $\Im = \langle A, \Omega_\Im \rangle$ будем понимать два отображения:

- $I(\Im)$ – интерпретацию сигнатурных символов: $I(\Im): \Omega \to \Omega_\Im$, сопоставляющую каждому сигнатурному символу P_j, предикат $P_j^\Im \in \Omega_\Im$;
- I – интерпретацию переменных $I : X \to X(A)$, сопоставляющую взаимнооднозначно свободным переменным X переменные $X(A) = \{a,b,c,\dots\}$ по основному множеству A эмпирической системы $\Im$.

Под **состоянием** $s : X(A) \to A$ будем понимать отображение переменных из X(A) в некоторый набор объектов $\langle a_1,...a_m\rangle$ из A. Множество всех возможных состояний обозначим через St.

Эксперимент над набором объектов $\langle a_1,...a_m\rangle$ из основного множества A состоит в том, чтобы при заданных интерпретациях $I(\Im)$, I предикатных символов и переменных, подставить этот набор вместо переменных в атомарные формулы и определить значения истинности всех атомарных формул на $\langle a_1,...a_m\rangle$.

Определение 13. Для заданных интерпретаций $I(\Im)$, I определим **эксперимент** как набор

$$Exp(s) = \langle\langle a_1,...,a_m\rangle, sI\Omega_\Im\rangle,\ m \le N,$$

где $s \in St$, $s(X(A)) = \langle a_1,...a_m\rangle$; $sI\Omega_\Im$ – отображение предикатных переменных в набор объектов $\langle a_1,...a_m\rangle$. В результате эксперимента Exp(s) определяются значения истинности предикатов из $\Omega_\Im$ на наборе объектов $\langle a_1,...a_m\rangle$ и записываются в виде кортежа ♦

Поскольку для заданной эмпирической системы $\Im$ интерпретации $I(\Im)$, I предикатных символов и переменных фиксированы, то результаты эксперимента Exp(s) зависят только от состояния. Запись $\langle\langle a_1,...,a_m\rangle, sI\Omega_\Im\rangle$ означает, что значения истинности всех атомарных высказываний на объектах набора $\langle a_1,...a_m\rangle$ представлены в виде кортежа. Например, для $\Omega_\Im = \{\sim\}$ и объектов $\langle a,b,c\rangle$ эксперимент Exp(s) имеет вид:

$\mathrm{Exp}(s) = \langle\langle a,b,c\rangle,\ sI\Omega_{\Im}\rangle = \langle (a \sim a) = И, (b \sim b) = И, (c \sim c) = И, (a \sim b) = И,$
$(a \sim c) = Л, (b \sim c) = Л, (b \sim a) = И, (c \sim a) = Л, (c \sim b) = Л\rangle.$

Будем предполагать, что порядок атомарных высказываний в наборе $\langle\langle a, b, c\rangle, sI\Omega_{\Im}\rangle$ всегда фиксирован, поэтому, если взять данный набор значений истинности $\varepsilon(\mathrm{Exp}(s)) = \langle И, И, И, И, Л, Л, И, Л, Л\rangle$ (бинарный вектор $\varepsilon(\mathrm{Exp}(s))$ данного эксперимента), то он будет однозначно определять результаты эксперимента. Этот вектор можно представить как вершину девятимерного двоичного куба $\{0, 1\}^9$. Этот вектор будем называть значением эксперимента $\mathrm{Exp}(s)$.

Пусть у нас есть некоторый эксперимент $\mathrm{Exp}(s)$, множество значений которого представляет собой двоичный куб E. Рассмотрим взаимосвязь куба E и булевой алгебры $\Re(\Omega)$. Как известно, любое высказывание из $\Re(\Omega)$ есть дизъюнкция элементарных конъюнкций атомов или их отрицаний. Следовательно, значение истинности любого утверждения $A \in \Re(\Omega)$ на эксперименте $\mathrm{Exp}(s)$ определено и вычисляется по правилам алгебры высказываний. Любому утверждению $A \in \Re(\Omega)$ однозначно соответствует некоторое подмножество $E(A) \subset E$ бинарных векторов, на котором оно истинно. Так как $И \equiv A \vee \neg A$ и $Л \equiv A \,\&\, \neg A$ всегда принадлежат $\Re(\Omega)$, то всему множеству E и пустому подмножеству $\varnothing$ вершин также соответствуют некоторые высказывания из $\Re(\Omega)$. Поэтому, фактор алгебра $\Re(\Omega)/\equiv$ высказываний и множество всех подмножеств двоичного куба E изоморфны относительно логических операций на $\Re(\Omega)/\equiv$ и теоретико-множественных операций на E.

Каждому бинарному вектору, представляющему собой результаты эксперимента $\varepsilon(\mathrm{Exp}(s)) = \langle И, И, И, И, Л, Л, И, Л, Л\rangle \in E$, будет соответствовать при таком изоморфизме элементарная конъюнкция:

$$(a \sim a) \,\&\, (b \sim b) \,\&\, (c \sim c) \,\&\, (a \sim b) \,\&\, \neg(a \sim c) \,\&\, \neg(b \sim c) \,\&$$
$$(b \sim a) \,\&\, \neg(c \sim a) \,\&\, \neg(c \sim b) \in \Re(\Omega),$$

которую обозначим через $A(\mathrm{Exp}(s))$.

Определим для эмпирической системы $\Im = \langle A, \Omega_{\Im}\rangle$ **множество всех возможных экспериментов** $\mathrm{Exp} = \{\mathrm{Exp}(s) \mid s \in St\}$.

Определение 14. Формула $C \in \Re(\Omega)$ истинна на $\mathrm{Exp}(s)$, если $\varepsilon(\mathrm{Exp}(s)) \in E(C)$ ♦

Определение 15. Формула $C \in \Re(\Omega)$ истинна на Exp, если она истинна на каждом эксперименте $\mathrm{Exp}(s) \in \mathrm{Exp}$ ♦

Определение 16. Законом на Exp будем называть любое истинное на Exp правило C вида (16), каждое подправило которого уже не истинно на Exp ♦

Теорема 10. Правило C вида (16) является законом эмпирической системы $\Im$ тогда и только тогда, когда оно является законом на Exp ♦

Теорема непосредственно следует из следующей леммы.

Лемма 5. Формула $C \in \Re(\Omega)$ истинна на эмпирической системе $\Im = \langle A, \Omega_{\Im} \rangle$ тогда и только тогда, когда она истинна на Exp ♦

Доказательство.

1. Пусть формула C истинна на $\Im$. Это значит, что она истинна при любой подстановке объектов вместо переменных. Но в любом эксперименте именно такая подстановка и происходит. Поэтому формула C истинная на Exp.

2. Пусть формула C истинна на любом эксперименте из Exp. Докажем, что она истинна на эмпирической системе $\Im = \langle A, \Omega_{\Im} \rangle$. Возьмем произвольные объекты $a_1,...a_k \in \mathbf{A}$ и подставим их в формулу C вместо переменных $x_1,\ldots,x_k$. Докажем, что формула C будет истинной. Поставим эксперимент над набором объектов $\langle a_1,...a_k \rangle$, так что суперпозиция sI отображает переменные $x_1,\ldots,x_k$ в набор объектов $\langle a_1,...a_k \rangle$. По условию формула C истинна на этом эксперименте $\mathrm{Exp}(s)$ и, значит, она будет истинна на подставленных объектах ■

В силу теоремы множество всех законов на Exp совпадает с L, поэтому мы не будем вводить отдельного обозначения для множества всех законов на Exp.

Таким образом, задача обнаружения теории эмпирической системы $\mathrm{Th}(\Im)$ переходит в задачу определения множества L всех законов на Exp.

22. События и вероятности событий

Проверка того, что некоторое правило является законом на множестве всех экспериментов, также является очень сложной задачей. Реально есть только конечные серии экспериментов, поэтому сделаем следующий шаг обобщения: будем предполагать, что объекты для экспериментов выбираются некоторым случайным образом из основного множества A эмпирической системы как из генеральной совокупности объектов.

Это позволит нам ввести вероятность на множестве экспериментов, не меняя определения эксперимента как некоторого "фрагмента" эмпирической системы. Определим вероятность μ на двоичном кубе E размерности N.

Определение 17. *Вероятностью* на E будем называть отображение $\mu : E \to [0,1]$, удовлетворяющее условиям:

1. $\sum_{\varepsilon \in E} \mu(\varepsilon) = 1$;
2. $\mu(\varepsilon) = 0 \Leftrightarrow \{Exp(s) \mid \varepsilon(Exp(s)) = \varepsilon\} = \varnothing$.

Смысл условия 2 объясняется нижеследующей **Лемма 6** и состоит в том, что вероятность должна быть согласована с истинностью высказываний: если высказывание A тождественно истинно на $\Im$, то его вероятность должна быть равна 1, если же оно тождественно ложно, то его вероятность должна быть равна 0.

Определение 18. Событием в эксперименте $Exp(s)$ будем называть любое подмножество $E(A) \subseteq E, \varepsilon(Exp(s)) \in E(A),\ A \in \Re(\Omega)$. Вероятностью μ события E(A) будем называть величину

$$\mu(E(A)) = \sum_{\varepsilon \in E(A)} \mu(\varepsilon)$$

Будем говорить, что в результате эксперимента $Exp(s)$ произошло событие E(A) или событие A, если $\varepsilon(Exp(s)) \in E(A)$. Событие A является элементом булевой алгебры $\Re(\Omega)$, которую мы так же будем называть булевой алгеброй событий.

Вероятность μ индуцирует вероятность η на булевой алгебре высказываний $\Re(\Omega)$.

Лемма 6. Функция $\eta(A) = \mu(E(A))$, $A \in \Re(\Omega)$, определяет на $\Re(\Omega)$ вероятность и для любых $A, B \in \Re(\Omega)$ удовлетворяет следующим аксиомам вероятности [110; 115]:

1. $\eta(A \vee B) + \eta(A \& B) = \eta(A) + \eta(B)$;
2. $\eta(\neg A) = 1\text{-}\eta(A)$;
3. Если $\vdash A \equiv B$, то $\eta(A) = \eta(B)$;
4. Если $\vdash A$, то $\eta(A) = 1$,

где $\vdash$ доказуемость в исчислении высказываний.

Из условия 2 Определение 17 вероятности следует, что не только при доказуемости высказывания, но и при его истинности на эмпирической системе $\Im$, оно должно иметь вероятность 1.

Лемма 7. Для любого высказывания $A \in \Re(\Omega)$ выполнены следующие условия:

1. $\Im \vDash A \Leftrightarrow \eta(A) = 1$;
2. $\Im \vDash \neg A \Leftrightarrow \eta(A) = 0$.

Доказательство. Докажем, что условия 1 и 2 леммы эквивалентны. Подставим в условие 1 вместо высказывания A высказывание $\neg A$, получим: $\Im \vDash \neg A \Leftrightarrow \eta(\neg A) = 1 \Leftrightarrow (1 - \eta(A)) = 1 \Leftrightarrow \eta(A) = 0$. Докажем теперь условие 2. Пусть $\Im \vDash \neg A$, тогда A ложно на $\Im$ и, значит, в силу **Лемма 5** A ложно на Exp. Отсюда $\{Exp(s) \mid \varepsilon(Exp(s)) = \varepsilon\} = \varnothing$ и, значит, по условию 2 **Определение 17** $\mu(\varepsilon) = 0$, откуда следует, что $\eta(A) = 0$. Обратное доказывается обратным ходом рассуждений.

23. Определение вероятностного закона на Exp в детерминированном случае.

Введем определение вероятностного закона путем обобщения понятия закона на вероятностный случай. Сделаем это так, что бы понятие закона на Exp было частным случаем этого более общего определения.

Вспомним определение закона на Exp. Законом на Exp является истинное на Exp правило, все подправила которого ложны на Exp. Можно иначе переформулировать понятие закона на Exp. Законами являются такие правила, истинные на Exp, которые нельзя более упростить и/или логически усилить, сохраняя их истинность. Это свойство «неупрощаемости» позволяет сформулировать закон не только в терминах истинности, но и вероятности и тем самым перекинуть мост между детерминированным и вероятностным случаями.

Обозначим условную вероятность правила $C = (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ через $\eta(C) = \eta(A_0 / A_1 \& \ldots \& A_k)$

Теорема 11. Для правила $C = (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ вида (16) следующие два условия эквивалентны:

1) правило C является законом на Exp;

2) a) $\eta(C) = 1$ и условная вероятность определена $\eta(A_1 \& \ldots \& A_k) > 0$;

b) условная вероятность правила $\eta(C)$ строго больше условных вероятностей каждого его подправила ■

Доказательство. $(1 \rightarrow 2)$.

i) Предположим, что правило C является законом на $\Im$. Докажем, что оно определено. Если правило C является законом на $\Im$, то подправило $(A_2 \& \ldots \& A_k \Rightarrow \neg A_1)$ не всегда истинно на $\Im$ и, значит, есть эксперименты являющиеся исключениями из этого правила, на которых высказывание $(A_2 \& \ldots \& A_k \& \neg A_1)$ ложно, а высказывание $(A_2 \& \ldots \& A_k \& A_1)$ истинно. Тогда в силу свойств вероятности (свойство 2 **Определение 17**) $\eta(A_2 \& \ldots \& A_k \& A_1) > 0$. Отсюда получаем, что $\eta(A_1 \& A_2 \& \ldots \& A_k) > 0$ и, значит, условная вероятность правила C определена. Отсюда следует, что условные вероятности всех подправил определены, т.к. из $\{A_{i_1}, \ldots, A_{i_h}\} \subset \{A_1, \ldots, A_k\}$, следует $\eta(A_{i_1} \& \ldots \& A_{i_h}) \geq \eta(A_1 \& \ldots \& A_k) > 0$.

ii) Докажем теперь, что $\eta(C) = 1$ тогда и только тогда, когда правило C истинно на Exp. Докажем сначала, что из $\eta(C) = 1$ следует истинность правила C на Exp. Предположим противное, что оно не истинно на Exp. Тогда существуют эксперименты, на которых $(A_1 \& \ldots \& A_k \& \neg A_0)$ истинно и, значит, $\{Exp(s) \mid \varepsilon(Exp(s)) \in E(A_1 \& \ldots \& A_k \& \neg A_0)\} \neq \varnothing$. Отсюда, вследствие свойства 2 **Определение 17**, получаем $\mu(A_1 \& \ldots \& A_k \& \neg A_0) > 0$, что противоречит условию $\eta(A_0 / A_1 \& \ldots \& A_k) = 1$, т.к.

$$\eta(A_0 / A_1 \& \ldots \& A_k) = \eta(A_0 \& A_1 \& \ldots \& A_k) / \eta(A_1 \& \ldots \& A_k) =$$
$$\eta(A_0 \& A_1 \& \ldots \& A_k) / \eta(A_0 \& A_1 \& \ldots \& A_k) + \eta(\neg A_0 \& A_1 \& \ldots \& A_k)$$

и, если $\mu(\neg A_0 \,\&\, A_1 \,\&\ldots\&\, A_k) > 0$, то $\eta(A_0 / A_1 \,\&\ldots\&\, A_k) < 1$. Обратное доказательство, что из истинности правила C на Exp следует $\eta(C) = 1$, проводится теми же рассуждениями в обратном порядке. Таким образом, мы доказали, что из условия 1 следует условие 2a.

iii) Докажем условие 2b. Если правило C является законом на Exp, то любое подправило $(A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h} \Rightarrow L)$ правила C ложно на $\Im$, где L – литера вида $\neg A$, для подправил 1-го типа из **Теорема 8**, либо вида A, для правил 2-го типа. Ложность имеет место тогда и только тогда, когда $\{Exp(s) \,|\, \varepsilon(Exp(s)) \in E(A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h} \,\&\neg L)\} \neq \varnothing$, что в силу свойства 2 вероятности, эквивалентно условию $\eta(A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h} \,\&\neg L) > 0$. Из последнего неравенства следует, что:

$$\eta(L/A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h}) = \eta(A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h} \,\&\, L) / \eta(A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h}) =$$
$$\eta(A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h} \,\&\, L) / (\eta(A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h} \,\&\neg L) + \eta(A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h} \,\&\, L)) < 1.$$

Но поскольку, в силу пункта 2a, условная вероятность правила C равна 1, то ложность любого подправила на $\Im$ эквивалентна неравенству $\eta(L/A_{i_1} \,\&\ldots\&\, A_{i_h}) < 1$.

($2 \to 1$) Если для правила C условная вероятность определена, то в силу i) будут определены и условные вероятности всех его подправил. Так как условная вероятность правила C равна 1, то в силу (ii) правило C будет истинным на Exp. Чтобы доказать, что правило C будет законом, необходимо доказать, что каждое его подправило ложно. Это следует из рассуждений (iii) проведённых в обратном порядке ■

Данная теорема дает эквивалентное определение закона на Exp в терминах вероятностей.

Определение 19. **Вероятностным законом на Exp в детерминированном случае** будем называть правило $C = (A_1 \,\&\ldots\&\, A_k \Rightarrow A_0)$ вида (16), удовлетворяющее условиям:

a) условная вероятность правила C определена $\eta(A_1 \,\&\ldots\&\, A_k) > 0$ и $\eta(C) = 1$;

b) условная вероятность $\eta(C)$ правила C строго больше условных вероятностей каждого из его подправил.

Из **Теорема 11** непосредственно следует.

Следствие 2. Правило C является вероятностным законом на Exp в детерминированном случае ттогда, когда оно является законом эмпирической системы $\mathfrak{I}$.

Из данного следствия получаем, что множество вероятностных законов в детерминированном случае также равно L.

24. Определение вероятностного закона на Exp

Покажем, что в результате удаления условия $\eta(A_0 / A_1 \& \ldots \& A_k) = 1$ из определения вероятностного закона в детерминированном случае мы ничего не потеряем из существа определения закона.

Вспомним, что именно свойство «неупрощаемости» позволило нам сформулировать определение вероятностного закона в детерминированном случае. Обобщим понятие «неупрощаемости».

В вероятностных терминах свойство «неупрощаемости» закона звучит уже несколько иначе. Для правила, истинного на M с условной вероятностью 1, «неупрощаемость» правила означает, что, если мы возьмем любое логически более сильное его подправило, то его условная вероятность строго уменьшится и станет меньше 1. Таким образом, вероятностный закон на Exp в детерминированном случае нельзя упростить, не уменьшив его условную вероятность. Поэтому два эквивалентных определения закона, сформулированные в теореме, могут быть переформулированы в терминах «неупрощаемости» закона, только одно из них для значения истинности, а другое для условной вероятности. Из этой переформулировки видно, что для понятия закона важны не сама истинность, или то, что условная вероятность равна 1, а невозможность его упрощения с сохранением этих оценок (истинности, вероятности и т. д.). Это дает возможность дать более общее определение закона для правил вида (1), охватывающее как детерминированный, так и вероятностный случаи.

Определение 20. Законом является такое правило C вида (16), характеризуемое некоторой оценкой, что его нельзя «упростить» (логически усилить в соответствии с теоремой 1) не уменьшив существенно этой оценки.

Если мы удалим условие $\eta(A_0 / A_1 \& \ldots \& A_k) = 1$ из определения вероятностного закона в детерминированном случае, то мы ничего не потеряем из существа определения закона, в соответствии с **Определение 20** и, тем самым, обобщим определение закона на вероятностный случай.

Определение 21. **Вероятностным законом на Exp** будем называть правило $C = (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ вида (16), удовлетворяющее условию:

условная вероятность $\eta(C)$ правила C определена и строго больше условных вероятностей каждого из его подправил.

Обозначим через LP множество всех вероятностных законов. При переходе от определения вероятностного закона в детерминированном случае к Определение 21 вероятностного закона мы заменили оценку закона с условной вероятности равной 1 на просто оценку условной вероятности, оставаясь в рамках Определение 20 закона.

Определение 22. *Сильнейшим вероятностным законом* будем называть такой вероятностный закон C, который не является подправилом никакого другого вероятностного закона. Обозначим через СВЗ множество всех сильнейших вероятностных законов.

Предложение 1. $L \subset$ СВЗ $\subset LP$.

Доказательство. Очевидно.

Множество вероятностных законов шире множества законов поэтому, обнаруживая вероятностные законы, мы будем обнаруживать как теорию $Th(\mathfrak{I})$ так и просто вероятностные законы.

Вероятностные законы LP являются знаниями. Знания – это высказывания, имеющие некоторую степень вероятности, нечеткости, достоверности и т. д. При работе со знаниями возникают проблемы, которые будут обсуждаться в следующих параграфах.

25. Определение эксперимента с шумами

Определение эксперимента Exp(s), как некоторого "фрагмента", эмпирической системы не включает в себя случайностей, связанных с возможным искажением значений предикатов, которые могут встречаться в эксперименте. Поэтому обобщим понятие эксперимента, включив в него возможные искажения значений предикатов.

Определение 23. Эксперимент с шумами определим как набор

$$Exp(s) = F\langle\langle a_1, \ldots a_m\rangle, sI\Omega_{\mathfrak{I}}\rangle,\ m \le N,$$

где $F: E \to E$ - случайное взаимнооднозначное отображение. В случае, когда F – не тождественное отображение будем говорить, что мы имеем **"стохастический" эксперимент**. Характеристики функции F как случайного отображения определяются вероятностью μ_S.

Стохастический эксперимент Exp(s) можно рассматривать как двухэтапный эксперимент: сначала получается результат детерминированного эксперимента в соответствии с вероятностной мерой μ_D, а затем применяется случайное отображение F с вероятностной мерой μ_S, задающее **модель шумов** и отражающее влияние шумов, ошибок, неточности приборов и т. д. на результаты детерминированного эксперимента. При этом вероятность μ_S – есть вероятность реального эксперимента, а μ_D – вероятность гипотетического «идеального» эксперимента на эмпирической системе.

Введение стохастического эксперимента ставит следующую проблему: определить, какие модели шумов сохраняют множество вероятностных законов. То есть, чтобы множество правил $\{C_i\}$ являющихся множеством вероятностных законов в детерминированном случае (для вероятностной меры μ_D) совпадало с множеством вероятностных законов в стохастическом случае (для вероятностной мерой μ_S).

Определение 24. Назовем модель шумов, определяемую парой вероятностей μ_D и μ_S, *сохраняющей***,** если множество законов L для вероятности μ_D и множество вероятностных законов LP для вероятности μ_S совпадают.

Для сохраняющих моделей шумов задача обнаружения теории $Th(\Im)$ эмпирической системы $\Im$ решается путём обнаружения множества всех вероятностных закономерностей на $\Im$.

Таким образом, поставленная в начале главы задача обнаружения теории предметной области, в наиболее общем и приближенном к реальности случае решается путём обнаружения множества всех вероятностных законов LP.

Поэтому данное определение ставит проблему: найти сохраняющие модели шумов. В следующем разделе будет приведён пример сохраняющего шума.

26. Сохраняющий двоичный шум

Предположим, что у нас есть эксперимент $Exp(s) = F\langle\langle a_1,...a_m\rangle, sI\Omega_\Im\rangle$ с вероятностью в детерминированном случае μ_D. Определим шумы, задающие случайное преобразование $F: E \to E$ и вероятность μ_S.

Предположим, что каждое атомарное высказывание, значение которого получается в эксперименте, подвергается воздействию независимой и одинаково распределенной двузначной случайной величины Λ, принимающей значение 1 с вероятностью $\lambda > 0.5$ и 0 с вероятностью 1-λ. Если значение эксперимента представить как двоичный вектор $\langle 1,1,0,\ldots,0,1\rangle$, где 1 - истина, а 0 - ложь, то преобразование $F: E \to E$ примет вид:

$$\langle 1,1,0,\ldots,0,1\rangle \Rightarrow \langle \lambda_1 1, \lambda_2 1, \lambda_3 0, \ldots, \lambda_{n-1} 0, \lambda_n 1\rangle,$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots, \lambda_{n-1}, \lambda_n$ - различные независимые случайные величины с распределением Λ. Эксперимент с преобразованными значениями атомарных высказываний обозначим через $FExp(s)$.

Теорема 12. Множества законов L для эксперимента $Exp(s)$ с вероятностью μ_D и вероятностных законов LP для эксперимента $FExp(s)$ с вероятностью μ_S совпадают ■

Доказательство. Нужно доказать, что правило $C = (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ является вероятностным законом в детерминированном случае для эксперимента $Exp(s)$ тогда и только тогда, когда оно является вероятностным законом для эксперимента $FExp(s)$. В стохастическом эксперименте $FExp(s)$ правило $\lambda^* C$ примет вид $(\lambda_1^* A_1 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k \Rightarrow \lambda_0^* A_0)$, где $\lambda_1^*, \ldots, \lambda_k^*, \lambda_0^*$ – случайные величины вида $\lambda_1, \ldots, \lambda_k, \lambda_0$, если литера A_1, ..., A_k, A_0 не содержит отрицания, и случайные величины вида $1-\lambda_1, \ldots, 1-\lambda_k, 1-\lambda_0$, если литера содержит отрицание.

Надо доказать, что правила $C = (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ и $\lambda^* C = (\lambda_1^* A_1 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k \Rightarrow \lambda_0^* A_0)$ одновременно либо являются, либо не являются вероятностными законами. Докажем это последовательностью эквивалентных преобразований. Пусть правило $\lambda^* C$ является вероятностным законом. Тогда

$$\eta(\lambda_0^* A_0 / \lambda_1^* A_1 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k) > \eta(\lambda_0^* A_0 / \lambda_2^* A_2 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k), \qquad (17)$$

для подправила $(\lambda_2^* A_2 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k \Rightarrow \lambda_0^* A_0)$ вида 2 **Теорема 8**.

Распишем это неравенство:

$$\eta(\lambda_0^* A_0 / \lambda_1^* A_1 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0^* A_0 \& \lambda_1^* A_1 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_1^* A_1 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k) >$$
$$\eta(\lambda_0^* A_0 / \lambda_2^* A_2 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0^* A_0 \& \lambda_2^* A_2 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_2^* A_2 \& \ldots \& \lambda_k^* A_k).$$

Рассмотрим значения литер $A_0, A_1, ..., A_k$, как точку в двоичном кубе. Тогда мы можем заменить операцию конъюнкции на умножение, получим следующее эквивалентное неравенство:

$$\eta(\lambda_0^* A_0 \bullet \lambda_1^* A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_1^* A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) >$$
$$\eta(\lambda_0^* A_0 \bullet \lambda_2^* A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_2^* A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) .$$

В силу независимости случайных величин λ, как между собой, так и относительно литер $A_1, ..., A_k, A_0$, данное неравенство преобразуется эквивалентным образом в следующее:

$$\eta(\lambda_0^* A_0 \bullet \lambda_1^* A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_1^* A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0^* \bullet \lambda_1^* \bullet ... \bullet \lambda_k^* \bullet A_0 \bullet A_1 \bullet ... \bullet A_k) / \eta(\lambda_1^* \bullet ... \bullet \lambda_k^* \bullet A_1 \bullet ... \bullet A_k) >$$
$$\eta(\lambda_0^* A_0 \bullet \lambda_2^* A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_2^* A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0^* \bullet \lambda_2^* \bullet ... \bullet \lambda_k^* \bullet A_0 \bullet A_2 \bullet ... \bullet A_k) / \eta(\lambda_2^* \bullet ... \bullet \lambda_k^* \bullet A_2 \bullet ... \bullet A_k) .$$

Если два события A, B независимы, то $\eta(A \,\&\, B) = \eta(A)\eta(B)$. Так как операция $\bullet$ является конъюнкцией, то $\eta(A \bullet B) = \eta(A)\eta(B)$ для независимых событий. Отсюда получаем следующее эквивалентное преобразование неравенства:

$$\lambda_0^* \lambda_1^* ... \lambda_k^* \eta(A_0 \bullet A_1 \bullet ... \bullet A_k) / \lambda_1^* ... \lambda_k^* \eta(A_1 \bullet ... \bullet A_k) >$$
$$\lambda_0^* \lambda_2^* ... \lambda_k^* \eta(A_0 \bullet A_2 \bullet ... \bullet A_k) / \lambda_2^* ... \lambda_k^* \eta(A_2 \bullet ... \bullet A_k) \Leftrightarrow$$
$$\eta(A_0 \bullet A_1 \bullet ... \bullet A_k) / \eta(A_1 \bullet ... \bullet A_k) > \eta(A_0 \bullet A_2 \bullet ... \bullet A_k) / \eta(A_2 \bullet ... \bullet A_k) .$$

Последнее неравенство и есть то, что требуется доказать. Оно является вероятностным неравенством, аналогичным предыдущему неравенству, но только относительно правила C, а не правила $\lambda^* C$. Так как последнее неравенство было получено эквивалентными преобразованиями, то обратное неравенство так же верно. Справедливость аналогичного неравенства относительно других подправил вида (2) доказывается аналогично. Таким образом, справедливость теоремы относительно подправил вида 2 доказана.

Для завершения доказательства теоремы необходимо доказать аналогичное неравенство для подправил вида 1 **Теорема 8**.

Рассмотрим неравенство

$$\eta(\lambda_0^* A_0 / \lambda_1^* A_1 \,\&\, ... \,\&\, \lambda_k^* A_k) > \eta(\neg \lambda_1^* A_1 / \lambda_2^* A_2 \,\&\, ... \,\&\, \lambda_k^* A_k) .$$

Распишем его аналогичным образом. Отрицание $\neg\lambda_1^* A_1$ равно $(1-\lambda_1^*)A_1$, но, поскольку сама случайная функция λ_1^* есть либо λ_1, либо $1-\lambda_1$ в зависимости от наличия либо отсутствия отрицания у атома A_1, то обозначение случайной величины $\neg\lambda_1^*$ можно оставить тем же самым, а именно λ_1^*. Поэтому мы получим неравенства

$$\eta(\lambda_0^* A_0 / \lambda_1^* A_1 \,\&\, ... \,\&\, \lambda_k^* A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0^* A_0 \,\&\, \lambda_1^* A_1 \,\&\, ... \,\&\, \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_1^* A_1 \,\&\, ... \,\&\, \lambda_k^* A_k) >$$
$$\eta(\lambda_1^* A_1 / \lambda_2^* A_2 \,\&\, ... \,\&\, \lambda_k^* A_k) =$$
$$\eta(\lambda_1^* A_1 \,\&\, \lambda_2^* A_2 \,\&\, ... \,\&\, \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_2^* A_2 \,\&\, ... \,\&\, \lambda_k^* A_k).$$

Заменим операцию конъюнкции на операцию умножения

$$\eta(\lambda_0^* A_0 \bullet \lambda_1^* A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_1^* A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) >$$
$$\eta(\lambda_1^* A_1 \bullet \lambda_2^* A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_2^* A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k).$$

Проведем серию эквивалентных преобразований

$$\eta(\lambda_0^* A_0 \bullet \lambda_1^* A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_1^* A_1 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) =$$
$$\eta(\lambda_0^* \bullet \lambda_1^* \bullet ... \bullet \lambda_k^* \bullet A_0 \bullet A_1 \bullet ... \bullet A_k) / \eta(\lambda_1^* \bullet ... \bullet \lambda_k^* \bullet A_1 \bullet ... \bullet A_k) >$$
$$\eta(\lambda_1^* A_1 \bullet \lambda_2^* A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) / \eta(\lambda_2^* A_2 \bullet ... \bullet \lambda_k^* A_k) =$$
$$\eta(\lambda_1^* \bullet \lambda_2^* \bullet ... \bullet \lambda_k^* \bullet A_0 \bullet A_2 \bullet ... \bullet A_k) / \eta(\lambda_2^* \bullet ... \bullet \lambda_k^* \bullet A_2 \bullet ... \bullet A_k).$$

Отсюда получаем эквивалентность

$$\lambda_0^* \lambda_1^* ... \lambda_k^* \eta(A_0 \bullet A_1 \bullet ... \bullet A_k) / \lambda_1^* ... \lambda_k^* \eta(A_1 \bullet ... \bullet A_k) >$$
$$\lambda_1^* \lambda_2^* ... \lambda_k^* \eta(A_1 \bullet A_2 \bullet ... \bullet A_k) / \lambda_2^* ... \lambda_k^* \eta(A_2 \bullet ... \bullet A_k) \Leftrightarrow$$
$$\lambda_0^* \eta(A_0 \bullet A_1 \bullet ... \bullet A_k) / \eta(A_1 \bullet ... \bullet A_k) > \lambda_1^* \eta(A_0 \bullet A_2 \bullet ... \bullet A_k) / \eta(A_2 \bullet ... \bullet A_k).$$

Так как $\lambda_0^* = \lambda_1^* = \lambda$, то мы получаем требуемое неравенство, так как последнее неравенство и есть то, что нам требуется доказать. Аналогичное доказательство может быть проведено и относительно других подправил вида 1.

VI. РЕЛЯЦИОННЫЙ ПОДХОД К ИЗВЛЕЧЕНИЮ ЗНАНИЙ

Рассмотрим более общую задачу по отношению к задаче обнаружения теории предметной области – задачу обнаружения знаний о предметной области. Как говорилось во введении знания – это высказывания, понимаемые человеком и, значит, интерпретируемые в терминах онтологии предметной области. Проанализируем сначала, дают ли в этом смысле знания методы интеллектуального анализа данных.

27. Критический анализ применимости методов интеллектуального анализа данных

Проведем критический анализ возможностей применения методов Интеллектуального Анализа Данных (ИАД) и получения ими знаний на наиболее распространённых типах данных – матрицах объект-признак.

Методы интеллектуального анализа данных, за редким исключением, применяются следующим образом: данные либо усиливаются (в смысле теории измерений) путем абсолютизации числовых значений величин (т. е. с числами разрешается производить любые математические действия вне зависимости от их осмысленности и интерпретируемости), либо сводятся к дискретным данным путем различного рода градуирований. В первом случае вносится бессмысленная информация, которая проявляется в том, что невозможно приемлемым образом проинтерпретировать полученные результаты и получить какие-либо знания (или точнее, эти результаты не инвариантны относительно допустимых преобразований шкал), во втором случае часть информации теряется.

Рассмотрим отдельно шесть случаев:

1. Матрица объект-признак содержит только физические величины, и apriory известно, что решаемая задача относится к области физики. В этом случае эмпирические системы величин известны и применение методов ИАД наиболее обоснованно. Но даже в этом случае возникают следующие трудности:

а) так как величины являются физическими, и закономерная связь между величинами физически интерпретируема, то, как следует из теории измерений, эти величины измеряются в шкалах отношений или лог-интервальной шкале. Требование инвариантности методов обработки данных относительно допустимых преобразований шкал является необходимым критерием осмысленности получаемых методами результатов – результаты обработки данных не должны зависеть от нашего произвола в выборе числовых представлений величин и, в частности, от произвола в выборе единиц измерения. Проверка методов обработки данных на инвариантность и поиск инвариантных методов, как показано в работах [60; 76–77], является трудной математической задачей. Показано, что далеко не всякий метод инвариантен относительно допустимых преобразований шкал.

Требование инвариантности не является, тем не менее, достаточным критерием осмысленности.

б) Даже если метод обработки данных инвариантен относительно допустимых преобразований шкал, то, как показано в теории измерений [73; 136], это еще не означает, что результаты обработки данных интерпретируемы в терминах отношений из эмпирических систем. Такому более сильному требованию на интерпретируемость удовлетворяют основные законы классической физики, но существующие методы обработки данных ему, как правило, не удовлетворяют. Тем не менее, для получения знаний о предметной области требуется именно такая интерпретируемость – в онтологии предметной области.

2. Матрица объект–признак содержит только физические величины, но рассматриваемая задача не является физической, а, например, геологической, медицинской, сельскохозяйственной и т. д. В этом случае шкалы рассматриваемых физических величин не известны, так как не известны их множества допустимых преобразований. Допустимые преобразования определяются эмпирической и числовой системами. Если же решаемая задача принадлежит к другой области, то необходимо проверить, можно ли проинтерпретировать измерительную процедуру и отношения из эмпирической системы в терминах этой предметной области. Если какие-то отношения нельзя проинтерпретировать, то эмпирическую систему следует изменить, убрав, например, некоторые отношения. Это изменит эмпирическую систему и множество допустимых преобразований. Например, для многих физических величин существует эмпирически интерпретируемое физическое отношение •, обладающее свойствами операции сложения. Для физических величин, не имеющих этой операции, она определяется с помощью закона, связывающего эту величину с двумя другими физическими величинами, имеющими такое отношение. Примером может служить температура, измеряемая посредством термометра. Температура не имеет отношение • но его можно определить с помощью термометра, используя закон, связывающий температуру с длиной ртутного столба в термометре. Отношение $t_1 \bullet t_2 \sim t_3$ будет иметь место тогда и только тогда, когда для длин e_1, e_2, e_3 ртутного столба выполнено отношение $e_1 \bullet e_2 \sim e_3$.

Матрица объект-признак для медицинской задачи может содержать различные физические величины, характеризующие больных - температуру, давление, рост, вес и т. д. Отношение $t_1 \bullet t_2 \sim t_3$, обладающее свойствами операции сложения, в медицине не интерпретируемо. Но, может быть, операцию $t_1 \bullet t_2$ можно проинтерпретировать с помощью закона, связывающего температуру с какой-нибудь другой величиной, например ростом, весом, возрастом и т. д., как это имеет место в физике с термометром. В настоящее время такие законы не известны. Таким образом, операцию $e_1 \bullet e_2$ в медицине проинтерпретировать не удается. Тогда эмпирическая система температуры для медицинских задач должна быть какой-то другой, например, содержать только отношение порядка. Отсюда следует, что множество допустимых преобразований величины «температура» не определено и, значит, у нас нет даже необходимого критерия осмысленности результатов обработки данных – инвариантности относительно множества допустимых преобразований, так как это множество неизвестно.

3. Матрица объект–признак содержит нефизические количественные величины. Так как для нефизических количественных величин твердо установленных шкал практически не существует, то неопределенность во множестве допустимых преобразований еще больше. Поэтому мы придем к тому же выводу, что и в п. 2.

4. Матрица объект-признак содержит только дискретные данные (все признаки измерены в шкале наименований). Для шкал наименований нет разницы между эмпирической и числовой системами. Это следует из представимости дискретных данных в рамках эмпирических систем с помощью одноместных отношений. Числа в шкале наименований играют роль имен, а не собственно чисел, поэтому они легко переводятся в одноместные отношения. Требование инвариантности относительно допустимых преобразований шкал переходит в этом случае в требование инвариантности относительно переименований значений признаков. Существующие методы ИАД, которые правильно работают с числами в шкале наименований, как с именами, удовлетворяют этому требованию инвариантности. Они удовлетворяют и более сильному требованию на интерпретируемость – интерпретируемости в терминах отношений из эмпирической системы, т.к. эти методы нетрудно преобразовать в методы обработки данных в терминах одноместных отношений.

5. Матрица объект–признак содержит не количественные и не дискретные величины, а, например, ранговые, балльные, полупорядковые, балльные со сложением и т. д. В этом случае мы получим те же выводы, что и в п. 3. Отличие состоит в том, что такие матрицы часто пытаются свести к матрицам, содержащим только дискретные величины. Это делается путем

различного рода градуирований и разбиений значений признаков. Можно показать, что при таком сведении теряется довольно много существенной информации.

6. Матрица объект–признак содержит смесь различных данных. В этом случае возникают все из упомянутых уже трудностей и, кроме того, возникает необходимость разрабатывать методы, оперирующие смешанными данными. В настоящее время уже разработаны некоторые методы обработки смесей данных. При этом, как правило, для каждого сочетания различных данных разрабатываются свои методы.

28. Логический анализ методов извлечения знаний.

В данном параграфе проводится логический анализ методов *Machine Learning* и *KDD&DM*. Показывается, что для методов, использующих числовые данные, возникает проблема адекватности – доказательство инвариантности метода относительно допустимых преобразований шкал. В противном случае метод может давать различные результаты в зависимости от того, в каких единицах измерения измерены данные. Вводится определение инвариантности метода относительно выбора числовых представлений шкал. Показывается, как для любого метода Machine Learning и KDD&DM можно получить его логический аналог, для которого не возникает проблемы инвариантности.

Как говорилось во введении каждый метод KDD&DM и ML [30, 167, 168] имеет свою онтологию, состоящую из (1) типов данных, с которыми работает метод; (2) языка оперирования и интерпретации данных и (3) класса гипотез, проверяемого методом и сформулированного в языке интерпретации данных.

В данном разделе мы покажем, что для каждого метода Machine Learning и KDD&DM в результате анализа его онтологии можно выделить:

- тип данных, с которыми работает KDD&DM-метод в виде многосортной эмпирической системы;
- онтологию метода в виде множества отношений и операций, в которых записаны данные и представлены гипотезы метода;
- тип знаний метода в виде класса гипотез, которые проверяет метод.

Дадим определение инвариантности метода. Для этого представим числовые методы, как это показано на Рис. 6:

- W = {w} – обучающая выборка;

– $X(w) = (x_1, \ldots, x_n)$ – набор значений из n признаков для объектов обучения;

– $Y(w)$ – значения целевого признака для объектов обучения w;

KDD&DM метод M в результате обучения на обучающей выборке $\{X(w)\},\ w \in W$, порождает решающее правило

$$J = M(\{X(w)\}),$$

которое предсказывает значения целевого признака $Y(w)$. Например, рассмотрим объект w с неизвестным значением $Y(w)$, но известными значениями признаков $X(w)$, тогда

$$J(X(w)) \sim Y(w),$$

где $J(X(w))$ является значением сгенерированным правилом J, и ~ приблизительное равенство. Решающее правило J может быть алгебраическим или логическим выражением, решающим деревом, нейронной сетью или гибридным алгоритмом.

Для признаков $(x_1, \ldots, x_n, Y)$ существуют эмпирические системы $A_1, \ldots, A_n, B$, имеющие соответствующие группы преобразований $g_1, \ldots, g_n, g$. Группа преобразований для всех признаков определяется как группа $G = g_1 \times \ldots \times g_n \times g$.

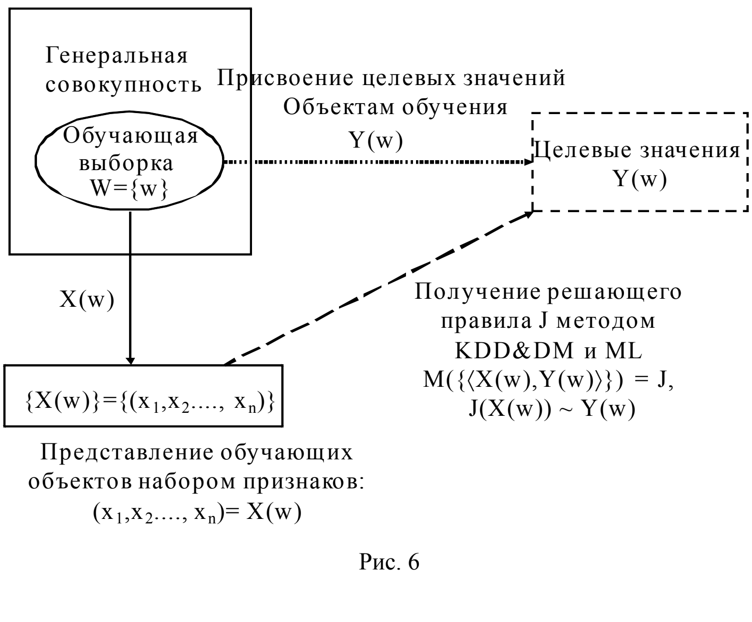


Рис. 6

Инвариантность KDD&DM-метода M относительно группы преобразований G определяется так: для любого допустимого преобразования $g \in G$ решающее правило $J = M(\{\langle X(w), Y(w)\rangle\})$, полученное методом M на выборке $\{\langle X(w), Y(w)\rangle\}$, должно давать теже решения, что и решающие правило $J_g = M(\{\langle gX(w), gY(w)\rangle\})$, полученные методом M на преобразованной выборке $\{\langle gX(w), gY(w)\rangle\}$, т.е.

$$J_g(g(X(w))) = g(J(X(w))),$$

$$J = M(\{\langle X(w), Y(w)\rangle\}),\ J_g = M(\{\langle gX(w), gY(w)\rangle\}).$$

Инвариантность метода тесно связана с интерпретируемостью его результатов. Если метод не инвариантен, то его результаты не могут быть полностью интерпретируемы.

Эмпирические системы $A_1, \ldots, A_n$, B признаков $(x_1, \ldots, x_n, Y)$, по определению, интерпретируемы в системе понятий предметной области. KDD&DM-методы будут инвариантны, если они используют в своей работе только интерпретируемую информацию из эмпирических систем $A_1, \ldots, A_n$, B и обнаруживают решающие правила J, являющиеся логическими выражениями в терминах этих эмпирических систем.

Покажем, как из любого метода KDD&DM можно извлечь инвариантный метод. Определим многосортную эмпирическую систему A как произведение эмпирических систем $A_1, \ldots, A_n$, B. Эмпирическая подсистема A(W), определённая на объектах обучающей выборки W, содержит всю интерпретируемую информацию относительно обучающей выборки W.

Рассмотрим числовые представления признаков $(x_1, \ldots, x_n, Y)$, которые получены сильными гоморфизмами

$\varphi_i : A_i \to Re^{n_i}$, $\varphi : B \to Re^n$.

Тогда преобразование

$(\varphi_1, \ldots, \varphi_n, \varphi) : A(W) \to \{\langle X(w), Y(w)\rangle\}$

переводит многосортную эмпирическую подсистему A(W) в числовое представление выборки. Отсюда получаем

$J = M(\{\langle X(w), Y(w)\rangle\}) = M((\varphi_1, \ldots, \varphi_n, \varphi)(A(W))) = ML(A(W))$,

где полученный метод ML делает всё то же самое, что и метод M, только вместо выборки W использует соответствующую ей эмпирическую систему A(W).

Аналогично определим правило JL:

$J(X(w)) = J((\varphi_1, \ldots, \varphi_n)A(w)) = JL(A(w)) \sim Y(w)$.

На основании метода ML и правила JL можно определить метод MLogic следующим образом:

MLogic(A(W)) = ML(A(W)) = J(X(w)) = JL(A(w)).

Формально метод MLogic и правило JL зависят только от эмпирической подсистемы A(W) и, следовательно, от интерпретируемой информации, но в своей работе они могут использовать математические действия, которые не интерпретируемы в терминах отношений и операций многосортной эмпирической системы A. Поэтому для получения инвариантного метода надо заменить все не интерпретируемые операции на интерпретируемые с сохранением смысла метода, если это удастся. Тогда мы получим интетпретируемый метод MLogic(A(W)). Будем считать, что нам это удалось, и мы получили интерпретируемый метод MLogic(A(W)).

Эта процедура преобразования метода моделирует ту сложную работу эксперта в некоторой прикладной области, которую проделывает эксперт при интерпретации результатов применения некоторого метода M к выборке данных W. Эксперт пытается из тех априорных форм (сфер, гиперповерхностей, кусочно-линейных поверхностей и т.д.), которыми аппроксимированы его данные, выделить ту информацию, которая для него имеет смысл и интерпретируема в онтологии предметной области и эмпирической системе A.

Рассмотрим все возможные выборки и применим метод M к ним. Получим все возможные правила JL, которые получает метод MLogic. Тем самым мы получим класс гипотез {JL} (тип знаний) метода M.

В результате проведенного анализа мы получим точно определённую онтологию некоторого KDD&DM-метода M:

1) тип данных, с которыми работает KDD&DM-метод M в виде многосортной эмпирической системы A(W);
2) онтологию метода в виде множества отношений и операций, в которых записаны данные и представлены гипотезы;
3) тип знаний метода M как класс правил {JL}.

В отличие от конкретного KDD&DM-метода разработанная в рамках реляционного подхода система *Discovery* не имеет ограничений ни в типе данных, ни в онтологии, ни в классе обнаруживаемых знаний.

29. Реляционный подход к извлечению знаний.

Анализ онтологии KDD&DM методов приводит к выводу о том, что не надо разрабатывать разнообразные KDD&DM методы, а надо разработать один достаточно общий метод, который бы:

1) работал с любой информацией, извлечённой из данных и представленной многосортной эмпирической системой;
2) обнаруживал любой класс гипотез (в языке первого порядка), которые могут быть представлены в терминах отношений и операций этой эмпирической системы (онтологии метода).

В разработке такого метода и подхода к обнаружению знаний и состоит разработанный нами реляционный подход.

В результате, реляционный подход состоит из следующих этапов:

1) извлечь интерпретируемую информацию из данных с помощью онтологии и теории измерений и представить её в виде многосортной эмпирической системы A(W);
2) определить онтологию для множества проверяемых гипотез (закономерностей) как множество отношений и операций эмпирической системы A(W);
3) задать тип обнаруживаемых знаний как класс гипотез {JL}.
4) единой программной системой Discovery обнаружить знания путём проверки выполнимости гипотез на эмпирической системе.

Реляционный подход позволяет решать следующий задачи, которые не решают традиционные методы:

1. проводить исследование данных (data exploration), когда обнаруживаемая закономерность заранее не известна и требуется одновременно варьировать как анализируемые данные, так и гипотезы;
2. интерактивно проверять соответствие экспертных знаний имеющимся данным, когда эксперт в диалоге формулирует различные гипотезы и проверяет, являются ли они закономерностями в данных;
3. служить инструментом создания и отладки баз знаний и экспертных систем путем сверки обнаруженных знаний с экспертными.

В рамках реляционного подхода снимаются все ограничения с ML-, KDD&DM-методов за счет использования теории измерений для представления онтологии метода и использования логики первого порядка для представления типа знаний метода. В реляционном подходе к извлечению знаний снимаются следующие ограничения с существующих ML-, KDD&DM-методов:

1) ограничения с используемых типов данных, за счет использования теории измерений и многосортных эмпирических систем;

2) использование теории измерений и онтологии ПО позволяет извлекать всю информацию из данных, что не делают другие методы;

3) ограничения в использовании априорного знания, путем представления априорного знания в логике первого порядка;

4) ограничения с классов проверяемых гипотез, за счет введения типа обнаруживаемых знаний Rule Type в языке первого порядка;

5) разработана система Discovery, обнаруживающая множество гипотез заданного типа RuleType, которые могут не обнаруживаются другими методами;

6) база знаний, обнаруживаемая системой Discovery полна в двух смыслах:

   a) в смысле полноты извлечения информации из данных за счет использования теории измерений;

   b) полноты обнаруживаемого множества правил (см. раздел 37).

30. Программная система извлечения знаний «Discovery»

Программная система *Discovery* обнаруживает множество законов L, вероятностных законов LP, сильнейших вероятностных законов СВЗ и максимально специфических правил (см. раздел 36).

Определение законов L, LP, СВЗ осуществлено в терминах вероятности. Для реальных данных эти вероятности нам не известны и их необходимо как-то оценивать по данным. Способ оценки и используемые статистические критерии приведены далее.

Система *Discovery* позволяет реализовать стратегию направленного и все более детального анализа эмпирического содержания данных, задавая последовательно уточняющиеся параметрические семейства формул [20–21; 34–35; 40; 134; 138]. Эта стратегия согласуется с теорией измерений, показывающей, что шкалы величин упорядочены в соответствии с богатством информации, содержащейся в значениях величин – от шкалы наименований и шкалы порядка к шкале интервалов, отношений и абсолютной шкале.

В соответствии с этой стратегией сначала следует провести грубую обработку данных в шкале наименований. Имеющиеся числовые значения следует разбить на интервалы, которые можно задавать параметрами. Затем следует найти все закономерности в шкале порядка и наименований. После такой обработки все признаковое пространство разобьется на области, выделяемые именами или интервалами, внутри которых будет иметь место монотонная зависимость в шкале порядка между некоторыми признаками.

Более точный анализ вида зависимости должен проводиться за счет информации, содержащейся в более сильных шкалах, используя соответствующие этим шкалам отношения и операции. Для этого следует проверить выполнимость известных систем аксиом теории измерений на обнаруженных участках монотонности. Это можно сделать системой *Discovery*, проверяя выполнимость заложенных в ней систем аксиом теории измерений. Если какая-либо система аксиом выполнена, то это позволяет определить вид функциональной зависимости и адекватные решаемой задаче шкалы величин.

31. Метод обнаружения вероятностных законов

Понятие вероятностного закона требует проверки вероятностных неравенств. Проверить выполнимость этих вероятностных неравенств на выборке из серии экспериментов можно с помощью определенных статистических критериев. Предположим, что случайно и независимо в соответствии с вероятностной мерой μ проведена серия экспериментов и получена выборка экспериментов $\mathrm{Samp} \subset \mathrm{Exp}$. Эти эксперименты попадут в некоторые точки двоичного куба для этого эксперимента. Для статистической проверки вероятностных неравенств надо иметь статистику – число повторений каждого события для интересующего нас высказывания. Статистика $n(A)$ любого события A в соответствии с **Определение 18** является суммой всех случаев, когда эксперимент попал в одну из вершин $E(A)$ двоичного куба, соответствующего событию A.

Для проверки того, что некоторое правило $C = (A_1 \& \ldots \& A_k \Rightarrow A_0)$ является вероятностным законом в соответствии с **Определение 21** надо, во-первых, проверить, что условная вероятность правила определена $\eta(A_1 \& \ldots \& A_k) > 0$. Для этого в силу **Определение 17** достаточно проверить, что $n(A_1 \& \ldots \& A_k) > 0$.

Перейдем к статистической проверке того, что условная вероятность правила C строго больше условных вероятностей всех его подправил.

Рассмотрим сначала правила вида $P_1^{\varepsilon_1} \Rightarrow P_0^{\varepsilon_0}$, где $\varepsilon_0, \varepsilon_1 \in \{0,1\}$ и означает наличие/отсутствие отрицания 1/0. Подправилом правила $P_1^{\varepsilon_1} \Rightarrow P_0^{\varepsilon_0}$ является правило $\Rightarrow P_0^{\varepsilon_0}$ с пустой посылкой. Тогда вероятность правила $\Rightarrow P_0^{\varepsilon_0}$ должна быть строго меньше условной вероятности правила $P_1^{\varepsilon_1} \Rightarrow P_0^{\varepsilon_0}$, т. е.

$$\eta(P_0^{\varepsilon_0} / P_1^{\varepsilon_1}) > \eta(P_0^{\varepsilon_0}).$$

Последнее неравенство можно переписать в виде

$$\eta(P_0^{\varepsilon_0} \,\&\, P_1^{\varepsilon_1}) > \eta(P_0^{\varepsilon_0})\eta(P_1^{\varepsilon_1}).$$

Для проверки этого неравенства сформулируем гипотезу H_0 о независимости предикатных символов $P_1^{\varepsilon_1}$ и $P_0^{\varepsilon_0}$:

$$H_0: \ \eta(P_0^{\varepsilon_0} \,\&\, P_1^{\varepsilon_1}) = \eta(P_0^{\varepsilon_0})\eta(P_1^{\varepsilon_1})$$

против альтернатив:

$$H_1: \ \eta(P_0^{\varepsilon_0} \,\&\, P_1^{\varepsilon_1}) \neq \eta(P_0^{\varepsilon_0})\eta(P_1^{\varepsilon_1}).$$

Эта гипотеза является сложной с одним ограничением и двумя степенями свободы [55]. Если гипотеза H_0 верна, то предикатные символы $P_1^{\varepsilon_1}$ и $P_0^{\varepsilon_0}$ независимы и неравенство для условной вероятности не выполнено. Тогда формула $P_1^{\varepsilon_1} \Rightarrow P_0^{\varepsilon_0}$ не является вероятностной закономерностью. Если гипотеза H_0 неверна, то верна одна из альтернативных гипотез H_1 и тогда значения $P_1^{\varepsilon_1}$ и $P_0^{\varepsilon_0}$ зависимы между собой.

Гипотезу H_0 можно переформулировать также следующим образом. Пусть числа $n(P_1^{\varepsilon_1})$ и $n(P_1^{1-\varepsilon_1})$ фиксированы, а числа $n(P_1^{\varepsilon_1} \,\&\, P_0^{\varepsilon_0})$ и $n(P_1^{1-\varepsilon_1} \,\&\, P_0^{\varepsilon_0})$ являются независимыми случайными величинами. Тогда гипотеза H_0 является гипотезой о равенстве вероятностей в двух совокупностях [55]:

$$H_0: \eta(P_0^{\varepsilon_0} / P_1^{\varepsilon_1}) = \eta(P_0^{\varepsilon_0})$$

против альтернатив:

$$H_1: \eta(P_0^{\varepsilon_0} / P_1^{\varepsilon_1}) \neq \eta(P_0^{\varepsilon_0}).$$

Если гипотеза H_0 неверна, то верна одна из гипотез H_1, и либо $\eta(P_0^{\varepsilon_0} / P_1^{\varepsilon_1}) > \eta(P_0^{\varepsilon_0})$, либо $\eta(P_0^{\varepsilon_0} / P_1^{\varepsilon_1}) < \eta(P_0^{\varepsilon_0})$.

Если верно первое неравенство, то тестируемая формула

$$P_1^{\varepsilon_1} \Rightarrow P_0^{\varepsilon_0}$$

является вероятностной закономерностью, если второе, то не является.

По соотношениям

$$n(P_0^{\varepsilon_0} \& P_1^{\varepsilon_1}) > (n(P_0^{\varepsilon_0})n(P_1^{\varepsilon_1}))/N,$$

$$n(P_0^{\varepsilon_0} \& P_1^{\varepsilon_1}) < (n(P_0^{\varepsilon_0})n(P_1^{\varepsilon_1}))/N,$$

где N – общее количество экспериментов, можно определить, какое из неравенств первое или второе имеет место.

Чтобы проверить гипотезу H_0 против альтернатив H_1 воспользуемся точным критерием независимости Фишера [Там же; с. 739]. Этот критерий является равномерно наиболее мощным, несмещенным критерием как в случае проверки гипотезы о двумерной независимости, так и в случае проверки гипотезы о равенстве вероятностей в двух совокупностях [Там же; с. 742]. Применив этот критерий с некоторым доверительным уровнем α, мы получим, что, либо гипотеза H_0 верна и, следовательно, значения истинности предикатных символов $P_1^{\varepsilon_1}$ и $P_0^{\varepsilon_0}$ независимы и, значит, закономерной связи нет, либо H_0 не верна, и мы принимаем одну из гипотез H_1. Если гипотеза H_1 означает что $\eta(P_0^{\varepsilon_0} / P_1^{\varepsilon_1}) > \eta(P_0^{\varepsilon_0})$, то тестируемая формула является вероятностной закономерностью с доверительным уровнем α.

Рассмотрим произвольное правило $C = (P_1^{\varepsilon_1} \& \ldots \& P_n^{\varepsilon_n} \Rightarrow P_0^{\varepsilon_0})$. Сведем этот случай к предыдущему. Введем обозначения $DC = \{P_1^{\varepsilon_1}, \ldots, P_n^{\varepsilon_n}\}$, $D \subset DC$ (включение строгое), $DC^{\&} = P_1^{\varepsilon_1} \& \ldots \& P_n^{\varepsilon_n}$, $D^{\&}$ – конъюнкция литер из D.

Для проверки является ли правило C вероятностной закономерностью, надо проверить, выполняется ли для любого подмножества D (включая $\varnothing$) соотношение

$$\eta(P_0^{\varepsilon_0} / DC^{\&}) > \eta(P_0^{\varepsilon_0} / D^{\&}).$$

Будем рассматривать конъюнкцию $D^{\&}$ как одно высказывание R_1, а конъюнкцию литер из $DC \setminus D$ как другое R_2. В случае, когда $D = \varnothing$, R_1 = true, а $\eta(P_0^{\varepsilon_0} / D^{\&}) = \eta(P_0^{\varepsilon_0})$. Тогда получим неравенство

$$\eta(P_0^{\varepsilon_0} / R_1 \& R_2) > \eta(P_0^{\varepsilon_0} / R_1).$$

Так как

$$\eta(P_0^{\varepsilon_0} / R_1 \& R_2) = \eta(P_0^{\varepsilon_0} \& R_1 \& R_2) / \eta(R_1 \& R_2) = \eta(P_0^{\varepsilon_0} \& R_2 / R_1) / \eta(R_2 / R_1),$$

то предыдущее неравенство перейдет в неравенство

$$\eta(P_0^{\varepsilon_0} \& R_2 / R_1) > \eta(R_2 / R_1)\eta(P_0^{\varepsilon_0} / R_1) .$$

Все преобразования корректны, поскольку ни одна из вероятностей в знаменателе не равна 0, т.к. $n(A_1 \& ... \& A_k) > 0$ и, в силу включений $D \subset DC$ и $DC \setminus D \subset DC$, будут иметь место неравенства $\eta(DC^{\&}) > 0$, $\eta(R_1) > 0$, $\eta(R_2) > 0$.

Для проверки последнего неравенства также сформулируем гипотезу о независимости

$$H_0 : \eta(P_0^{\varepsilon_0} \& R_2 / R_1) = \eta(R_2 / R_1)\eta(P_0^{\varepsilon_0} / R_1)$$

против альтернатив:

$$H_1 : \eta(P_0^{\varepsilon_0} \& R_2 / R_1) \neq \eta(R_2 / R_1)\eta(P_0^{\varepsilon_0} / R_1) .$$

Ограничимся рассмотрением только тех событий, для которых формула R_1 истинна. Для этого определим подалгебру $\mathfrak{R}(\Omega)(R_1)$ булевой алгебры $\mathfrak{R}(\Omega)$, рассматривая только события, на которых высказывание R_1 истинно. На этих событиях определим вероятностную меру $\eta'(E) = \eta(E \& R_1) / \eta(R_1)$. Тогда гипотезы H_0 и H_1 примут вид:

$$H_0: \eta'(P_0^{\varepsilon_0} \& R_2) = \eta'(R_2)\eta'(P_0^{\varepsilon_0}) ,$$

$$H_1: \eta'(P_0^{\varepsilon_0} \& R_2) \neq \eta'(R_2)\eta'(P_0^{\varepsilon_0}) .$$

Гипотеза H_0 также проверяется с помощью критерия Фишера с некоторым доверительным уровнем α.

Правило $C = (P_1^{\varepsilon_1} \& \ldots \& P_n^{\varepsilon_n} \Rightarrow P_0^{\varepsilon_0})$ будем вероятностным законом с доверительным уровнем α, если гипотеза H_0 отвергается с уровнем α для любого подмножества $D \subset DC$ и принимается одна из гипотез H_1 с неравенством >.

Если правило C не является вероятным законом, то необходимо проверить не является ли какая-нибудь более общая часть правила C вероятностным законом. Для этого в качестве DC надо брать последовательно все возможные подмножества $D \subset DC$ и для каждого $D' \subset D \subset DC$ снова проверять все гипотезы и неравенства с целью определить является ли правило с посылкой D вероятностным законом.

VII. ЗНАНИЯ И ПРОБЛЕМА ПРЕДСКАЗАНИЯ

32. Проблемы работы со знаниями и проблема предсказания.

Рассмотрение знаний сталкивается со следующими принципиальными и нерешенными проблемами:

1. Индуктивно выводимые знания противоречивы и не образуют теорию;
2. Проблема статистической двусмысленности – предсказания получаемые из знаний, статистически двусмысленны;
3. Проблема вывода знаний, оценки высказываний резко падают в процессе вывода;
4. Проблема синтеза логики и вероятности;
5. Проблема синтеза логики, вероятности и обучения;
6. Проблема определения предсказания для индуктивных знаний – предсказание для знаний плохо определено, вероятностные оценки знаний резко падают в процессе логического вывода;
7. Проблема формализации когнитивных процессов.

Эти проблемы известны и обсуждаются, например, в широко цитируемой работе L. De Raedt and K. Kersting. «Probabilistic logic learning» [148]. В ней говорится, что «одними из центральных вопросов методов извлечения знаний и искусственного интеллекта является вероятностное логическое обучение, т. е. интеграция реляционных или логических представлений, вероятностного вывода и обучения».

Проблемы 1–3 являются следствием более глубокой проблемы:

8. в настоящее время не существует адекватного синтеза логики и вероятности.

Этой проблеме в 2002 г. был посвящен workshop «*Combining Probability and Logic*» (King's College London 4th–6th November 2002). В аннотации к workshop говорится: «Artificial intelligence is one key discipline in which probability theory competes with other logics for application. It is becoming vitally important to evaluate and integrate systems that are based on very different approaches to reasoning, and there is strong demand for theoretical understanding of the relationships between these approaches».

Во введении к спецвыпуску «Journal of Applied Logic» 1 (2003), Special issue on Combining Probability and Logic, посвященному этому workshop, Jon Williamson, Dov Gabbay писали: «One approach is to argue that ***probabil-***

ity is logic, which requires showing that probability is a determinate relation between statements. Kyburg, Howson and Paris and Vencovská appeal to the concepts of frequency, consistency and entropy respectively to determine this relation. Alternatively one can explore other formalisms which ***interface between probability and logic***: argumentation in the case of Fox and Kohlas; default reasoning in the case of Bourne and Weydert». Однако настоящего синтеза логики, вероятности и обучения.

Мы покажем, что это связано с нерешенностью проблемы 4. Решение проблемы 4 как и других проблем связано с радикальным изменением парадигмы в логике: предсказание нельзя вывести, его можно только вычислить. Такой процесс вычисления нами разработан на основе семантического вероятностного вывода, который следует идее семантического подхода к программированию выдвинутого Ю. Л. Ершовым, С. С. Гончаровым и Д. И. Свириденко. Идея семантического программирования состоит в том, чтобы процесс вычисления рассматривать как проверку истинности утверждений (включая возможное использование логического вывода) на некоторой модели (моделью могут быть данные, представленные некоторой многосортной системой; некоторая специальная модель теории или абстрактного типа данных и т. д.). При таком взгляде на процесс вычисления, процедуру логического вывода можно обобщить, рассматривая более разнообразные взаимоотношения высказываний и модели – рассмотреть процесс вычисления как, например, определение наиболее вероятных, подтвержденных или нечетких высказываний на модели. Такой обобщенный вывод будем называть семантическим.

33. Проблема статистической двусмысленности.

Предсказание является одним из важнейших понятий в науке, однако до сих пор адекватного, с нашей точки зрения, определения этого понятия не существует. В настоящее время определение понятия предсказания для индуктивных теорий, содержащих знания, осуществляется Индуктивно-статистическим I–S (Inductive–Statistical) выводом. Гемпелем было замечено, что предсказания получаемые *I–S-выводом* статистически двусмысленны. Что бы избежать такой двусмысленности он ввел для законов, используемых в I–S-выводе, требование максимальной специфичности RMS (*Requirement of Maximum Specificity*). Он не дал формального определения этому требованию, но дал достаточно четкую формулировку. Различные формализации этой формулировки показали, что они также не решают проблемы статистической двусмысленности. Из-за этой проблемы считается, что предсказание для индуктивных теорий не поддается адекватной формализации.

Классический пример статистической двусмысленности. В отличие от дедуктивного вывода, в индуктивном выводе мы можем получить утверждения, из которых выводятся противоречивые утверждения. Приведем классический пример.

Предположим, что в теории T есть следующие высказывания:

(Л1) – ‘почти все случаи заболевания стрептококком быстро вылечиваются инъекцией пенициллина’;

(Л2) – ‘Почти всегда устойчивая к пенициллину стрептококковая инфекция не вылечивается после инъекции пенициллина’;

(С1) – ‘Джейн Джонс заболел стрептококковой инфекцией’;

(С2) – ‘Джейн Джонс получил инъекцию пенициллина’;

(С3) – ‘Джейн Джонс имеет устойчивую к пенициллину стрептококковую инфекцию’.

Из этой теории можно вывести два противоречивых утверждения: одно, объясняющее почему Джейн Джонс выздоровеет быстро (E), и другое, объясняющее отрицание первого: почему Джейн Джонс не выздоровеет быстро (¬E).

Объяснение 1			**Объяснение 2**	
L1			L2	
C1, C2	[r]		C2, C3	[r]
E			¬E	

Условия обоих объяснений не противоречат друг другу, оба они могут быть истинны. Тем не менее, их выводы противоречат друг другу. Поэтому набор правил T приводит к противоречивым выводам.

Гемпель надеялся решить эту проблему, требуя что бы статистические законы удовлетворяли требованию максимальной специфичности (Они должны содержать всю относящуюся к рассматриваемому вопросу информацию). В нашем примере условие C3 второго объяснения опровергает условие первого объяснения в силу того, что закон L1 не максимально специфичен по отношению ко всей информации относительно Джонса в теории T. Потому теория T может объяснить только утверждение ¬E, но не E.

34. Модели предсказания.

Вывод предсказания обычно описывается покрывающими моделями (Covering Law Models) состоящими в том, чтобы вывести факт как частный случай закона. Выделяют две модели предсказания:

1. Дедуктивно-номологическую модель (Deductive-Nomological (D-N)), основанную на фактах и дедуктивных законах;
2. Индуктивно-статистическую модель (Inductive-Statistical (I-S)), основанную на фактах и вероятностных законах.

Дедуктивно-номологическая модель может быть представлена следующей схемой.

$L_1,\ldots,L_m$		
$C_1,\ldots,C_n$		
G		

i) $L_1,\ldots,L_m$ - множество законов;

ii) $C_1,\ldots,C_n$ - множество фактов;

iii) G – предсказываемое высказывание;

iv) $L_1,\ldots,L_m,C_1,\ldots,C_n \vdash G$;

v) множество $L_1,\ldots,L_m,C_1,\ldots,C_n$ непротиворечиво;

vi) $L_1,\ldots,L_m \nvdash G$, $C_1,\ldots,C_n \nvdash G$;

vii) Законы $L_1,\ldots,L_m$ содержат только кванторы всеобщности. Множество фактов $C_1,\ldots,C_n$ – бескванторные формулы;

Индуктивно-статистическая модель аналогична предыдущей с тем отличием, что иначе формулируется свойство vii и добавляется свойство RMS:

$L_1,\ldots,L_m$		
$C_1,\ldots,C_n$	[r]	
G		

Удовлетворяет условиям i-vi дедуктивно-номологической модели.

vii) множество $L_1,\ldots,L_m$ содержит статистические законы. Множество фактов $C_1,\ldots,C_n$ – бескванторные формулы;

viii) RMS: Все законы $L_1,\ldots,L_m$ максимально специфичны.

По Гемпелю [Hempel,C.G.,1968] *требование максимальной специфичности* RMS определяется следующим образом: I-S вывод вида

p(G;F) = r		
F(***a***)	[r]	
G(***a***)		

является приемлемым при состоянии знания K, если для каждого класса H, для которого оба нижеследующих высказывания принадлежат K

$\forall x(H(x) \Rightarrow F(x))$,

H(***a***),

существует статистический закон p(G;H) = r’ в K такой, что r = r’.

Идея требования RMS состоит в том, что если F и H оба содержат объект ***a***, и H является подмножеством F, то H обладает более специфической информацией об объекте ***a***, чем F и следовательно закон p(G;H) должен предпочитаться закону p(G;F). Тем не менее закон p(G;H) имеет ту же вероятность, что и закон p(G;F)

35. Вывод предсказаний в логическом программировании.

Представим процесс предсказания I-S выводом в рамках логического программирования.

В логическом программировании вывод **предсказания можно рассматривать как вычисление**.

Предсказание в логическом программировании формулируется как запрос G к множеству законов $L_1,\ldots, L_m$ вида (1) и фактов $C_1,\ldots,C_n$ представленных правилами ($\Rightarrow C_1$),…,($\Rightarrow C_n$).

В процессе вычисления ответа на запрос $G(x_1,...,x_n)$ вычисляется:

1. вывод $\{L_1,\ldots, L_m, C_1,\ldots,C_n\} \vdash \exists x_1,...,x_n G$;

2. набор термов $t_1,\ldots,t_n$ таких, что

$\{L_1,\ldots, L_m, C_1,\ldots,C_n\} \vdash G[x_1/t_1,...,x_n/t_n]$.

Для вывода предсказаний из знаний, имеющих некоторую оценку вероятности, достоверности, нечеткости [r] необходимо вычислять эти оценки, как было показано в *метаинтерпретаторе*.

Проблемой существующей для I-S выводов является несогласованность вероятностных оценок с логическим выводом. Известно, что вероятностные оценки высказываний резко падают в процессе логического вывода и эти оценки нельзя улучшить. Вероятность и вывод по существу не согласованы.

Вычислению этих оценок посвящены *работы по вероятностной логике* ([Fitting M.C., 88], [Shapiro E., 83]; [Kifer M., V.S.Subrahmanian, 90], [Ng R.T., Subrahmanian V.S., 90a,b]; [Gaifman H., 64], [Nillson N.J., 86], [Hailperin T., 84], [Halpern J.Y., 90], [Scott D.S., Krauss P., 66], [Adams Er.W., 75], [Van Emden M.N., 86].

Есть работы, в которых *вероятность рассматривается как значение истинности утверждений*, а процесс логического вывода обобщается до так называемой “*количественных дедукций*” (дедуктивных систем, в которых значения истинности непрерывны и принимают значения в интервале [0,1]): [Shapiro E., 83], [Kifer M., V.S.Subrahmanian, 90], [Ng R.T., Subrahmanian V.S. 90a,b]; [Van Emden M.N., 86].

В работах ([Ng R.T., Subrahmanian V.S. 90a,b]; [Van Emden M.N., 86]) описываются довольно богатые формальные системы, содержащие как частные случаи основные известные “количественные дедукции”.

Но, несмотря на значительный прогресс в разработке формальных систем все они *основаны на логическом выводе знаний* - вероятностные оценки высказываний вычисляются после получения логического вывода. Анализ вероятностных оценок утверждений в процессе логического вывода показывает, что они всегда уменьшаются и, как правило, существенно. И это не случайно.

Дело в том, что *использование правил вывода неявно предполагает абсолютную достоверность* (или гипотетичность) используемых в выводе знаний и отвечает требованиям сохранения истинности, а не вероятности. Только для достоверного знания можно применять правила вывода неограниченное число раз, и только в этом случае они действительно являются правилами вывода - сохраняют значения истинности.

Неограниченное применение правил вывода к вероятностным знаниям неприменимо, т.к. может приводить к знаниям со сколь угодно низкой оценкой вероятности, которые фактически не являются знаниями.

Логический вывод не предназначен для сохранения значения вероятности.

Понятие предсказания для индуктивных знаний отсутствует.

Первый шаг к синтезу логики и вероятности был сделан в “количественных дедукциях”, где значения истинности были обобщены до значений вероятности. Но в количественных дедукциях **сохраняется очевидное несоответствие**: при обобщении значений истинности, не обобщаются правила вывода. Правила вывода применяются для сохранения значений истинности, но *если значения истинности обобщены, то и правила вывода должны быть обобщены* так, чтобы сохранять эти обобщенные значения, а не значения истинности.

Для решения данной проблемы нужен более радикальный пересмотр самого подхода к выводу, чем это делается в работах workshop.

Каким образом можно обобщить вывод?

Рассмотрим процесс вывода с точки зрения “семантического” подхода к программированию [Goncharov S.S., Ershov Yu.L., Sviridenko D.I., 86].

Семантический подход к логическому программированию состоит в рассмотрении теоретико-модельной семантики логических программ, состоящей в том, что факты являются высказываниями некоторой модели, эмпирической системы $\Im = \langle A, \Omega_{\Im} \rangle$, представляющей предметную область.

В этом случае процесс *вывода* предсказания можно рассматривать как *вычисление* предсказания состоящее в обнаружении таких фактов $C_1,\ldots,C_n$ в эмпирической системе $\Im$, из истинности которых по законам $L_1,\ldots, L_m$ выводится предсказываемое высказывание. Тогда будет иметь место не просто вывод высказывания G, а еще и истинность $\Im \vDash x_1,\ldots,x_n G$, $\Im \vDash G[x_1/t_1,\ldots,x_n/t_n]$.

Такой *процесс вывода* можно рассматривать как *вычисление истинности* предсказываемого факта G на модели представляющей наш мир.

При таком взгляде на вывод его можно обобщить, определяя новые взаимоотношения высказываний и модели. Можно рассмотреть вывод не только как проверку истинности на модели, но и как поиск фактов в модели, предсказывающих интересующее нас высказывание с максимальной вероятностью, или как поиск наиболее подтверждающих фактов, и т.д. Такие выводы будем называть семантическими.

Такой вывод возможен потому, что истинность имеет только два значения, а вероятность, подтверждённость, достоверность и т.д. имеют континуум значений. Поэтому, если использовать не значения истинности: истина и ложь, среди которых не имеет смысла искать “более истинное”, а континуум значений, то поиск наиболее вероятного, достоверного и т.д. утверждения уже имеют самостоятельный смысл, которого нет в обычном понимании вывода.

При таком выводе мы даже не нуждаемся в правилах вывода.

С нашей точки зрения предсказание нельзя вывести и соединить с каким-то процессом вывода, его можно только **вычислить** без использования какого-либо вывода. Замена вывода предсказания на его вычисление является *радикальной сменой парадигмы предсказания*.

Определим семантический вероятностный вывод (СВВ), основанный на приведенной идее семантического программирования.

Для СВВ вероятностные оценки высказываний не только не падают в процессе вывода, а наоборот строго возрастают. Кроме того, в нём синтезируется логика, вероятность и обучение, а также решается проблема статистической двусмысленности.

36. Семантический вероятностный вывод.

Определение 25. Под семантическим вероятностным выводом (СВВ) некоторого сильнейшего вероятностного закона (СВЗ) мы понимаем такую последовательность вероятностных законов $C_1 \sqsubset C_2 \sqsubset \ldots \sqsubset C_n$, что

$$\begin{aligned}
&C_1, C_2, \ldots, C_n \in LP,\ C_i = (A_1^i \,\&\ldots\&\, A_{k_i}^i \Rightarrow G),\ i = 1, 2, \ldots, n,\ n \geq 1,\\
&\text{правило } C_i \text{ является подправилом правила } C_{i+1},\\
&\eta(C_{i+1}) > \eta(C_i),\ i = 1, 2, \ldots, n-1,\\
&C_n - \text{СВЗ-правило.}
\end{aligned} \qquad (18)$$

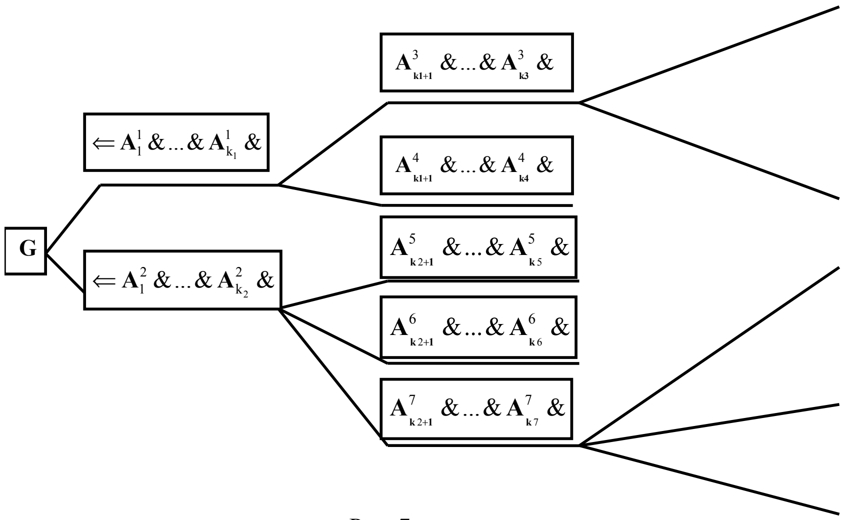


Рис. 7

Предложение 2. Любой вероятностный закон принадлежит некоторому СВВ-выводу.

Предложение 3. Для любого СВЗ-закона существует СВВ-вывод этого правила.

Следствие 3. Для любого закона из L существует СВВ-вывод этого закона.

Рассмотрим множество всех СВВ-выводов некоторого факта G. Это множество можно представить как семантическое вероятностное Дерево выводов (СВДВ-дерево) факта G (Рис. 7).

Сравнение Рис. 5 и Рис. 7 показывает, что по структуре семантический вероятностный вывод полностью аналогичен выводу предсказания в логическом программировании за исключением того, что для проведения семантического вероятностного вывода не нужны правила L1, L2, L3, L4, L5 и, значит, не нужен логический вывод, представленный на Рис. 5. Единственно, что нужно – это уточнение посылки правил путем добавления дополнительных условий в посылку так, чтобы оценка вероятности предсказания атома G строго увеличивалась. Поскольку вероятность является числом, то для увеличения оценки вероятности предсказания не нужен логический вывод, можно просто искать в модели факты, увеличивающие вероятность предсказания атома G.

Определение 26. Максимально специфическим законом вывода факта G (МСЗ(G)) мы определим сильнейший вероятностный закон СВДВ-дерева вывода факта G, имеющий максимальное значение условной вероятности среди всех других сильнейших вероятностных законов СВДВ-дерева вывода факта G.

Множество всех максимально специфических законов МСЗ(G) для всех атомов $G \in U(\Omega)$ обозначим через МСЗ.

Предложение 3. $L \subset МСЗ \subset СВЗ \subset LP$.

37. Требование максимальной специфичности. Решение проблемы статистической двусмысленности.

Определим Требование Максимальной Специфичности (ТМС) и докажем, что все максимально специфические законы из МСЗ удовлетворяют требованию максимальной специфичности – содержат всю информацию требуемую для предсказания некоторого факта G и эти законы нельзя уточнить выбирая подмножества объектов.

Будем предполагать, что класс H объектов в определении RMS является предложением $H \in \Re(\Im)$. Тогда ТМС говорит о том, что должно быть выполнено равенство $\eta(G / H) = \eta(G / F) = r$ для любого $H \in \Re(\Im)$.

Определение 27. Требование максимальной специфичности (ТМС):

При добавлении любого предложения $H \in \Re(\Im)$ к посылке правила $C = (F \Rightarrow G)$, если выполнено условие $F(a) \& H(a)$, то должно выполняться равенство $\eta(G / F \& H) = \eta(G / F) = r$.

Другими словами ТМС означает, что не существует высказывания $H \in \Re(\Im)$, которое увеличивает (или уменьшает, смотри нижеследующую лемму) условную вероятность $\eta(G / F) = r$ путем добавления его в посылку правила.

Лемма 8. Если утверждение $H \in \Re(\Im)$ уменьшает условную вероятность $\eta(G / F \& H) < \eta(G / F)$, то утверждение $\neg H$ увеличивает её и $\eta(G / F \& \neg H) > \eta(G / F)$, если $\eta(F \& H) \neq 0, \eta(F \& \neg H) \neq 0$.

Доказательство. Введем обозначения $a = \eta(G \& F \& H)$, $b = \eta(F \& H)$, $c = \eta(G \& F \& \neg H)$, $d = \eta(F \& \neg H)$. Тогда неравенство $\eta(G / F \& H) < \eta(G / F)$ перейдет в неравенство $a / b < (a + c) / (b + d)$, из которого следует, что

$(a+c)/(b+d) < c/d \Leftrightarrow \eta(G/F) < \eta(G/F\&\neg H)$ ■

Лемма 9. Для любого правила $C = (B_1\& \ldots \&B_t \Rightarrow A_0)$, $\eta(B_1\& \ldots \&B_t) > 0$ существует вероятностный закон $C' = (A_1\& \ldots \&A_k \Rightarrow A_0)$ на M, являющийся подправилом правила C и $\eta(C') \geq \eta(C)$ ■

Теорема 4. Любое максимально специфическое правило МСЗ(G) удовлетворяет ТМС ■

Доказательство. Нам надо доказать, что для любого предложения $H \in \Re(\Im)$ равенство $\eta(G/F\&H) = \eta(G/F) = r$ имеет место для любого МСП(G) правила $C = (F \Rightarrow G)$.

Из условия b следует, что $\eta(F\&H) > 0$ и, следовательно, условная вероятность определена.

Рассмотрим случай, когда предложение H является некоторым атомом B или отрицанием атома $\neg B$ и $\eta(G/F\&H) \neq r$. Тогда одно из правил $(F\&B \Rightarrow G)$ или $(F\&\neg B \Rightarrow G)$ (лемма 8) имеет большее, чем r значение условной вероятности, т.е. $\eta(F\&B \Rightarrow G) > r$ или $\eta(F\&\neg B \Rightarrow G) > r$. Тогда существует вероятностный закон (лемма 9) C', являющийся подправилом правила C, такой что $\eta(C') \geq \eta(C) > r$. Правило C' принадлежит СВДВ-дереву и имеет большее значение условной вероятности, что противоречит

$$\frac{\eta(G\&F)}{\eta(F)} = r = \frac{\begin{array}{c}\eta(G\&F\&B_1\&B_2)) + \eta(G\&F\&\neg B_1\&B_2)) + \\ \eta(G\&F\&B_1\&\neg B_2)) + \eta(G\&F\&\neg B_1\&\neg B_2))\end{array}}{\begin{array}{c}\eta(F\&B_1\&B_2) + \eta(F\&\neg B_1\&B_2) + \\ \eta(F\&B_1\&\neg B_2) + \eta(F\&\neg B_1\&\neg B_2)\end{array}},$$

предположению о том, что правило C является МСЗ(G)-правилом.

Рассмотрим случай, когда предложение H является конъюнкцией двух атомов $B_1\&B_2$, для которых теорема доказана. Если одно из неравенств $\eta(G/F\&B_1\&B_2) > r$, $\eta(G/F\&\neg B_1\&B_2) > r$, $\eta(G/F\&B_1\&\neg B_2) > r$, $\eta(G/F\&\neg B_1\&\neg B_2) > r$ выполнено, то существует вероятностный закон (лемма 9) $C' \in$ СВДВ$-$дереву, являющийся подправилом правила C, такой, что $\eta(C') \geq \eta(C) > r$. Но это невозможно, так как правило C является МСЗ(G)-правилом. Следовательно, для всех этих неравенств мы имеем только равенство = или неравенство < . Последний случай невозможен из-за следующего равенства

Случай, когда предложение H является конъюнкцией нескольких атомов или их отрицаний доказывается индукцией.

В общем случае предложение $H \in \Re(\Im)$ может быть представлено как дизъюнкция непересекающихся конъюнкций атомов или их отрицаний. Для завершения доказательства нам достаточно рассмотреть случай, когда предложение H является дизъюнкцией двух непересекающихся предложений $D \vee E$, $\eta(D \,\&\, E) = 0$, для которых теорема уже доказана и $\eta(G / F \,\&\, D) = \eta(G / F \,\&\, E) = \eta(G / F) = r$. Оно следует из следующего равенства:

$$\eta(G / F \,\&\, (D \vee E)) = \frac{\eta(G\&F \,\&\, (D \vee E))}{\eta(F \,\&\, (D \vee E))} = \frac{\eta(G\&F \,\&\, D) + \eta(G\&F \,\&\, E)}{\eta(F \,\&\, D) + \eta(F \,\&\, E)} = r$$

Случай дизъюнкции большего числа непересекающихся предложений следует по индукции из случая двух непересекающихся предложений ■

Лемма 10. Любой закон из L удовлетворяет требованию ТМС.

Теорема 13. Предсказание по максимально специфическим законам непротиворечиво. Среди максимально специфических законов нет двух законов $A,B \in МСЗ$, $A = (A_1 \,\&\ldots\&\, A_k \Rightarrow G)$, $B = (B_1 \,\&\ldots\&\, B_m \Rightarrow \neg G)$, $\eta((A_1 \,\&\ldots\&\, A_k)\&(B_1 \,\&\ldots\&\, B_m)) > 0$, которые бы давали противоречивые предсказания. ■

Доказательство. Предположим противное, что есть два максимально специфических закона $A,B \in МСЗ$, что $A = (\overline{A} \Rightarrow G)$, $B = (\overline{B} \Rightarrow \neg G)$, $\overline{A} = A_1 \,\&\ldots\&\, A_k$, $\overline{B} = B_1 \,\&\ldots\&\, B_m$, $\eta(\overline{A}\&\overline{B}) > 0$. Докажем, что в этом случае существует правило с тем же заключением, имеющее строго большую оценку условной вероятности. Тогда по лемме 9 существует вероятностный закон с большей условной вероятностью, чем одно из правил A, B, что противоречит их максимальной специфичности.

Предположим противное, что все другие правила, имеют условную вероятность не большую, чем правила $A,B \in МСЗ$.

Рассмотрим правило $\overline{A}\&\overline{B} \Rightarrow G$. По предположению $\eta(G / \overline{A}\&\overline{B}) \le \eta(G / \overline{A})$. Рассмотрим три случая:

1) $\eta(G/\bar{A}\&\bar{B})<\eta(G/\bar{A})$, $\eta(\bar{A}\&\neg\bar{B})\neq 0$. Тогда в силу Лемма 8, если высказывание $\bar{B}$ уменьшает вероятность правила, то добавление отрицания высказывания увеличивает его вероятность, поэтому $\eta(G/\bar{A}\&\neg\bar{B})>\eta(G/\bar{A})$. Докажем, что в этом случае существует правило, имеющее строго большую условную вероятность, чем A. Распишем условную вероятность

$\eta(G/\bar{A}\&\neg\bar{B})=\eta(G/\bar{A}\&(\neg B_1\vee\ldots\vee\neg B_m))$.

Представим дизъюнкцию $\neg B_1\vee\ldots\vee\neg B_m$ как дизъюнкцию конъюнкций $\bigvee\limits_{i=(0,\ldots,0)}^{i=(1,\ldots 1,0)}(B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})$, где $i=(i_1,\ldots,i_m)$, $i_1,\ldots,i_m\in\{0,1\}$, ноль означает наличие отрицания у соответствующего атома, а единица - отсутствие отрицания. Дизъюнкция не включает набор (1,…,1), соответствующий конъюнкции $B_1\ \&\ldots\&\ B_m$.

Тогда условная вероятность $\eta(G/\bar{A}\&(\neg B_1\vee\ldots\vee\neg B_m))$ перепишется как $\eta\left(G/\bigvee\limits_{i=(0,\ldots,0)}^{i=(1,\ldots 1,0)}(\bar{A}\ \&\ B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})\right)$.

Докажем, что если $\eta(G/\bar{A}\&\neg\bar{B})>\eta(G/\bar{A})$, то также будет выполнено одно из неравенств

$\eta(G/\bar{A}\&B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})>\eta(G/\bar{A})$, где $(i_1,\ldots,i_m)\neq(1,\ldots,1)$.

Предположим противное, что одновременно выполнены все неравенства

$\eta(G/\bar{A}\&B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})\leq\eta(G/\bar{A})$, где $(i_1,\ldots,i_m)\neq(1,\ldots,1)$

в тех случаях, когда $\eta(\bar{A}\&B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})>0$.

Тогда

$\eta(G\ \&\ \bar{A}\&B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})\leq\eta(G/\bar{A})\eta(\bar{A}\&B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})$,

$(i_1,\ldots,i_m)\neq(1,\ldots,1)$,

$$\eta\left(G/\bigvee\limits_{i=(0,\ldots,0)}^{i=(1,\ldots 1,0)}(\bar{A}\ \&\ B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})\right)=\frac{\eta\left(\bigvee\limits_{i=(0,\ldots,0)}^{i=(1,\ldots 1,0)}(G\ \&\ \bar{A}\ \&\ B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})\right)}{\eta\left(\bigvee\limits_{i=(0,\ldots,0)}^{i=(1,\ldots 1,0)}(\bar{A}\ \&\ B_1^{i_1}\ \&\ldots\&\ B_m^{i_m})\right)}=$$

$$\frac{\sum\limits_{i=(0,\dots,0)}^{i=(1,\dots 1,0)} \eta(G \,\&\, \overline{A} \,\&\, B_1^{i_1} \,\&\dots\&\, B_m^{i_m})}{\sum\limits_{i=(0,\dots,0)}^{i=(1,\dots 1,0)} \eta(\overline{A} \,\&\, B_1^{i_1} \,\&\dots\&\, B_m^{i_m})} \le \frac{\eta(G/\overline{A}) \sum\limits_{i=(0,\dots,0)}^{i=(1,\dots 1,0)} \eta(\overline{A} \,\&\, B_1^{i_1} \,\&\dots\&\, B_m^{i_m})}{\sum\limits_{i=(0,\dots,0)}^{i=(1,\dots 1,0)} \eta(\overline{A} \,\&\, B_1^{i_1} \,\&\dots\&\, B_m^{i_m})} = \eta(G/\overline{A}),$$

что противоречит неравенству $\eta(G/\overline{A}\&\neg\overline{B}) > \eta(G/\overline{A})$. Поэтому наше предположение неверно и существует правило вида

$$\overline{A}\&B_1^{i_1} \,\&\dots\&\, B_m^{i_m} \Rightarrow G,$$

имеющее строго большую оценку условной вероятности, чем A, что, в свою очередь, противоречит его максимальной специфичности. Поэтому в этом случае теорема верна.

2) случай $\eta(G/\overline{A}\&\overline{B}) = \eta(G/\overline{A})$ будет рассмотрен далее.

3) случай $\eta(\overline{A}\&\neg\overline{B}) = 0$ сводиться к случаю 2, т.к. $\eta(\overline{A}\&\overline{B}) > 0$ и

$$\eta(G/\overline{A}) = \frac{\eta(G\,\&\,\overline{A})}{\eta(\overline{A})} = \frac{\eta(G\,\&\,\overline{A}\,\&\,\overline{B}) + \eta(G\,\&\,\overline{A}\,\&\,\neg\overline{B})}{\eta(\overline{A}\,\&\,\overline{B}) + \eta(\overline{A}\,\&\,\neg\overline{B})} =$$

$$\frac{\eta(G\,\&\,\overline{A}\,\&\,\overline{B})}{\eta(\overline{A}\,\&\,\overline{B})} = \eta(G/\overline{A}\,\&\,\overline{B}).$$

Теперь рассмотрим другое правило $\overline{A}\&\overline{B} \Rightarrow \neg G$. Также по предположению $\eta(\neg G/\overline{A}\&\overline{B}) \le \eta(\neg G/\overline{B})$. Проводя аналогичные рассуждения, как в случае правила $\overline{A}\&\overline{B} \Rightarrow G$, получим, что либо теорема верна, либо надо рассмотреть оставшийся случай

$$\eta(\neg G/\overline{A}\&\overline{B}) = \eta(\neg G/\overline{B}).$$

Рассмотрим оставшиеся случаи равенств

$$\eta(G/\overline{A}\&\overline{B}) = \eta(G/\overline{A}),\ \eta(\neg G/\overline{A}\&\overline{B}) = \eta(\neg G/\overline{B}).$$

Тогда $\eta(G/\overline{A}\&\overline{B}) + \eta(\neg G/\overline{A}\&\overline{B}) = 1 = \eta(G/\overline{A}) + \eta(\neg G/\overline{B})$.

Но поскольку правила $\overline{A} \Rightarrow G$, $\overline{B} \Rightarrow \neg G$ являются вероятностными законами и удовлетворяют условиям $\eta(G/\overline{A}) > \eta(G)$, $\eta(\neg G/\overline{B}) > \eta(\neg G)$, то получим противоречие

$$1 = \eta(G/\overline{A}) + \eta(\neg G/\overline{B}) > \eta(G) + \eta(\neg G) = 1 \ \blacksquare$$

Проиллюстрируем эту теорему на примере статистической двусмысленности, приведенном в §1. Максимально специфичными правилами для высказываний E и ¬E будут следующие правила МСЗ(E) и МСЗ(¬E):

(Л1)' : 'Почти все случаи заболевания стрептококком, **который не является устойчивым к пенициллину**, быстро вылечиваются инъекцией пенициллина';

(Л2): 'Почти всегда устойчивая к пенициллину стрептококковая инфекция не вылечивается после инъекции пенициллина'.

Правило (Л1)' имеет большую условную вероятность, чем исходное правило (Л1) и, следовательно, оно должно быть максимально специфичным МСЗ(Е) правилом для высказывания Е. Правила (Л1)' и (Л2) уже не могут быть выполнены на одних и тех же данных и поэтому не противоречат друг другу.

Выводы. Итак, мы определили семантический вероятностный вывод, который обладает следующими свойствами:

1. в нем **синтезируется логика, вероятность и обучение** для вычисления (вывода) предсказаний следующим образом:
    a. вывод заменяется на вычисление;
    b. истинность обобщается до вероятности;
    c. **синтеза логики, вероятности и обучения:** Нами доказано, что получающиеся правила **максимально специфичны**, т.е. они содержат максимум информации, требующийся для максимально точного и непротиворечивого предсказания. Этот **процесс в точности совпадает с целью обучения** и индуктивного вывода знаний.
2. **предсказания**, получающиеся семантическим вероятностным выводом по максимально специфическим правилам обладают следующими преимуществами по сравнению с традиционными:
    a. **предсказания непротиворечивы**;
    b. для них **не возникает проблема статистической двусмысленности**;
    c. они получаются на основании **максимально специфических правил**.
3. Покажем, что **главной задачей мозга является предсказание**.

    Займемся **естественным интеллектом**.
4. Реализация логического пути познания осуществлена нами в виде реляционного подхода к извлечению знаний и теорий. Нами разработана программная система Discovery, реализующая семантический вероятностный вывод и позволяющая обнаружить на данных все упомянутые в предыдущем параграфе множества:

a) все правила, истинные на эмпирической системе;
b) все правила, имеющие максимальные значения условной вероятности;
c) все максимально специфические правила.

38. Процесс познания предметной области.

Суммируем результаты предыдущих разделов в виде экспертной системы компьютерного познания. Рассмотрим, как должен осуществляться процесс познания некоторой предметной области в соответствии с предложенной теорией.

Задание предметной области. Для познания некоторой предметной области надо сначала задать эту предметную область (см. первый блок на **Рис. 8**) Как говорилось во введении, предметная область задаётся множеством объектов A и предметом исследования, задаваемым онтологией $\Omega_{ПО}$ предметной области. В эмпирическую систему предметной области $\mathfrak{I}_{ПО} = \langle A, \Omega_{ПО}, S^{\Omega} \rangle$ может входить априорное знание и экспертное знания в виде системы аксиом S^{Ω} сигнатуры **Ω**. Имеющиеся данные, включающие-различные таблицы и матрицы могут быть заданы некоторой базой данных.

Во введении также говорилось, что для *познания* предметной области необходимо её *понимание* и *интерпретация* человеком, т.е. извлечение *информации* из предметной области. «*Информация* – это понимание (смысл, представление, интерпретация) возникающие в аппарате мышления человека, в результате получения им данных, взаимоувязанное с предшествующими знаниями и понятиями» [89]. В результате такой интерпретации получаем *знание* о предметной области. «Знания – это воспринятая, осознанная и ставшая личностно значимой информация» [8].

Далее во введении говорилось, что сами по себе числа смысла не имеют. Поэтому для познания предметной области и получения знаний в указанном смысле необходимо из потенциально бесконечного множества признаков, свойств и величин, характеризующих объекты, извлечь информацию. Для этого была определена процедура **извлечения информации из данных,** как определение множества интерпретируемых отношений и операций $\Omega_{\mathfrak{I}} = \langle P_0^{\mathfrak{I}}, ..., P_n^{\mathfrak{I}}, \rho_1^{\mathfrak{I}}, ..., \rho_m^{\mathfrak{I}}, c_1^{\mathfrak{I}}, c_2^{\mathfrak{I}}, ... \rangle$ и представления имеющихся данных в виде (многосортной) эмпирической системы $\mathfrak{I} = \langle A, \Omega_{\mathfrak{I}} \rangle$, являющейся подсистемой $\mathfrak{I}_{ПО}$. В разделе 3 было показано, как можно извлечь информацию из данных для матриц бинарных отношений, упорядочений, близости и объект–признак.

Кроме данных о предметной области могут быть известны некоторые *априорные знания*, представленные множеством высказываний S^{Ω} в сигнатуре Ω. Напомним, что сигнатура Ω включает систему понятий предметной области. А поскольку знания должны быть интерпретируемы в системе понятий предметной области, то они должны быть записаны в сигнатуре Ω. Априорными знаниями могут быть: взаимосвязь понятий, аксиоматические свойства величин, известные законы, структуры рассматриваемых ситуаций (семантические сети).

В описание предметной области могут также входить имеющиеся *экспертные знания*. Экспертные знания могут быть извлечены из эксперта, например, методом раздела 48.

Познание предметной области. В соответствии с упомянутыми выше рузультатами переход теории из качественного состояния в количественное должен осуществляться через логическую эмпирическую теорию, осуществляющую аксиоматический анализ предметной области. Переход от качественной теории к логической осуществляется выделением из величин, данных и знаний их логико-операциональной составляющей - всей эмпирической информации, выразимой в логике первого порядка и интерпретируемой в системе понятий качественной теории. Переход от логической эмпирической теории к количественной осуществляется использованием Теории Измерений и Аксиоматической Теории Принятия Решений. Переход от логической эмпирической теории к конструктивной эмпирической теории осуществляется применением Теории Конструктивных Моделей [10]. Количественная и конструктивная эмпирические теории дополняют друг друга и отличаются выбором действительных или натуральных чисел для получения числовых представлений.

Результирующая эмпирическая теория характеризуется тем, что в ней есть реляционная база данных, база знаний, функциональные и конструктивные зависимости и есть вопросно-ответная система, основанная на логическом программировании. Все данные, знания и результаты интерпретируемы в системе понятий предметной области. Интерпретация доступна конечному пользователю.

39. Экспертная система компьютерного познания.

Качественная, логическая, количественная и конструктивная эмпирические теории строятся последовательно. Циклы их формирования обозначены на рис.1 соответственно одинарной, двойной и тройной пунктирными линиями.

1. **Качественная теория** является исходным пунктом построения эмпирических теорий. Она даёт описание рассматриваемой предметной области и тех знаний о предметной области, которые имеются к началу работы. Допускаются мало разработанные и чисто интуитивные теории. Минимальные требования к качественной теории состоят в том, чтобы, во-первых, существовала **система понятий**, в которой она формулируется и интерпретируется и, во-вторых, существовали свойства, признаки, величины и соответствующие измерительные процедуры, интерпретируемые в этих понятиях. Построенные далее логическая, количественная и конструктивная эмпирические теории интерпретируются в системе понятий качественной теории.

3. Начальное состояние логической эмпирической теории, получается из качественной теории переводом на теоретико-модельный уровень ее логико-операционной составляющей в соответствии с методологическим принципом теории измерений: «свойства определяются отношениями». Из всех свойств, величин, и признаков качественной теории эксперт (пользователь) выделяет множество V интерпретируемых в системе понятий отношений и операций. Выделение множества V проводится в соответствии с работой [1]. Результаты измерительных процедур и данные качественной теории представляются частично определенными многосортными алгебрами $M = \langle A_{s\in I};V\rangle$. Это может быть сделано простыми программами преобразования данных. Априорные знания качественной теории (backgraund knowledge) представляются системой аксиом S. Из всех эмпирически осмысленных аксиом можно, как правило, удалить кванторы существования, вводя в них интерпретируемые (в системе понятий качественной теории) операции над объектами (скулемовские функции). В результате можно получить систему аксиом S, включающую только универсальные формулы. Известно [2], что множество универсальных формул логически эквивалентно множеству формул вида

$$\forall x_1, \dots ,x_k(A_1^{\varepsilon 1} \& \dots \& A_k^{\varepsilon k} \Rightarrow A_0^{\varepsilon 0}) \quad (1)$$

$A_0,A_1,\dots, A_k$ – атомарные формулы, $\varepsilon 0,\varepsilon 1,\dots,\varepsilon k = 1$ (0), если атомарная формула берется без отрицания (1) или с отрицанием (0).

Формулы (1) часто используются в базах знаний, поэтому некоторые априорные знания качественной теории могут быть сразу заданы формулами вида (1). Дальнейшее построение логической эмпирической теории происходит за счет усиления системы аксиом S системой Discovery [3,4]. Применяя эту систему к имеющимся данным M с некоторым уровнем доверия α, получим множество закономерностей F_α в виде совокупности формул (1). В [5,4] доказано, что этим методом можно обнаружить любую закономерность, выраженную универсальной формулой. Ставя эксперименты по анализу зависимостей между различными величинами, и обрабатывая получающиеся данные можно пополнить систему аксиом S различными множествами закономерностей F_α и получить в результате **теорию** T **предметной области** как совокупность формул (1). Эту теорию назовем **логической эмпирической теорией**.

Если независимо определить атомарные формулы и их отрицания, то формулы (1) можно представить как хорновы дизъюнкты, а теорию T как программу в логическом программировании. Это обеспечивает эффективное использование теории и получение из нее различных следствий. К теории T как к программе можно обращаться с любым вопросом вида $A_1\&...\&A_k$ и автоматически получить ответ. Теория может использоваться также для получения предсказаний неизвестных значений признаков методом [3,4]. Результаты логической эмпирической теории интерпретируются в системе понятий качественной теории. Интерпретируемость результатов следует из интерпретируемости отношений и операций и интерпретируемости формул, следствий и предсказаний.

4. **Количественная эмпирическая теория** строится на основании результатов Теории Измерений (ТИ) и Теории Принятия Решений (ТПР) по анализу и построению числовых представлениях величин, законов и функций полезности. Если в теории T содержится какая-либо система аксиом ТИ или ТПР, то, используя соответствующие процедуры шкалирования [6] можно получить числовые представления величин, функциональных зависимостей и функций полезности. Выводимость систем аксиом из теории T может быть установлена логическим выводом, либо методом обнаружения закономерностей. Шкалирование может быть осуществлено либо методом решения систем линейных неравенств, либо в диалоге с экспертом, как это делается, например, в [6], либо планированием эксперимента (в случае величин измеряемых приборами). Функциональные зависимости и функции полезности получаются из систем аксиом с одновременным построением числовых представлений, входящих в них величин. Это позволяет простыми функциональными зависимостями описывать целые классы функций. В Теории Измерений найдены системы аксиом для многих физических величин и фундаментальных физических законов [7]. Многие системы аксиом, описывающие функциональные зависимости и функции полезности, содержат только отношения линейного порядка для системы взаимосвязанных величин. Это позволяет применять их в разных предметных областях. Числовые представления величин, функциональных

зависимостей и функций полезности, получаемые из систем аксиом, адекватны и интерпретируемы в системе понятий качественной теории.

5. **Конструктивная эмпирическая теория.** В теории измерений [7,8,9] и теории принятия решений [9] нельзя получить числовые представления некоторых величин и закономерных связей в силу ограниченности, используемого в них понятия числового представления. Величины и закономерные связи, описываемые частичными порядками, толерантностями, решетками и т.д. не могут быть сильным гомоморфизмом вложены в поле вещественных чисел. Для числового представления таких величин и закономерных связей между ними можно использовать конструктивные числовые представления. Значениями величин в этом случае являются натуральные, рациональные или другие эффективно вычислимые числа (например, коды). Ближе всего к понятию числового представления Теории Измерений находится понятие конструктивного числового представления [10], основанное на конструктивизации эмпирических систем [11]. Понятие конструктивизации обобщает понятие числового представления таким образом, что теперь числовой способ кодирования эмпирической системы заменяется на просто **произвольное кодирование эмпирической системы.** При этом должно быть выполнено условие, чтобы на полученных кодах были определены некоторые эффективно вычислимые функции (общерекурсивные функции), точно соответствующие эмпирическим отношениям и операциям. Понятие конструктивного числового представления делает явной идею самого числового представления – получить числовое представление эмпирической системы с тем, чтобы **эффективно** работать с самой эмпирической системой. Грубо говоря, все **числовые представления есть просто эффективная кодировка нашей операциональной деятельности во внешнем мире** с помощью различных операций и приборов. Конструктивные числовые представления естественным образом интерпретируются в системе понятий качественной теории.

2. Построение количественной эмпирической теории (КЭТ) осуществляется на основании результатов теории измерений, дающих числовые представления величин / законов. В теории измерений найдены системы аксиом для многих физических величин и фундаментальных физических законов [136]. Если в ЛЭТ содержится какая-либо система аксиом теории измерений, то она дает числовые представления величин и функциональных зависимостей. Эти числовые представления величин и функциональных зависимостей, получаемые из систем аксиом, интерпретируемы в системе понятий ПО.

Проблема в построении КЭТ состоит в том, что далеко не для всех систем аксиом, которые могут быть получены в результате индуктивного вывода ЛЭТ, существуют соответствующие им результаты теории измерений. Кроме того, нет классификации всех возможных законов природы, что не дает гарантии в определении числового представления закона по найденной системе аксиом. Потому возникают следующие задачи.

Задача 1. Определить классификацию всех возможных законов природы.

Единственной теорией, в которой такая классификация существует, является теория физических структур (ТФС). В **Ошибка! Источник ссылки не найден.** описывается классификация возможных законов природы, полученная в ТФС. Нами установлена связь между ТФС и теорией измерений. В 6 для физической структуры ранга (2,2) доказывается, что из нее вытекает система аксиом аддитивной соединительной структуры теории измерений. Более того найдено алгебраическое и конструктивное представление этой физической структуры. Установленное соответствие указывает путь получения классификации всех возможных законов в теории измерений.

Задача 2. Найти обобщение теории измерений, которое бы позволяло строить числовые представления величин и законов практически для любой системы аксиом.

Такое обобщение получено путем использования теории конструктивных моделей [45; 48]. Значениями величин в этом случае являются натуральные, рациональные или другие эффективно вычислимые числа (например, коды). Теория конструктивных моделей наиболее полно отражает смысл построения числовых представлений – закодировать эмпирическую систему числами или кодами так, чтобы можно было легко и удобно по этим кодам вычислять все значения отношений и операций на эмпирической системе. В результате такой кодировки мы получаем эмпирическую теорию, которую мы назвали конструктивной.

Таким образом, по обнаруженной системе аксиом строятся либо числовые, либо конструктивные числовые представления.

3. Построение конструктивной эмпирической теории (КонЭТ**).** В теории измерений [73; 136] нельзя получить числовые представления некоторых величин и законов в силу ограниченности используемого в них понятия числового представления. Величины и законы, описываемые частичными порядками, толерантностями, решетками и т. д., не могут быть сильным гомоморфизмом вложены в поле вещественных чисел. Для числового представления таких величин и закономерных связей нами предложено использовать конструктивные числовые представления. Значениями величин в этом случае являются натуральные, рациональные или другие эффективно вычислимые числа (например, коды).

Понятие конструктивного числового представления, сформулированное в 7, обобщает понятие числового представления таким образом, что числовое кодирование эмпирической системы заменяется на **кодирование любыми числами – действительными, натуральными и рациональными.** При этом должно быть выполнено условие, чтобы на полученных кодах были определены некоторые эффективно вычислимые функции (общерекурсивные функции), точно соответствующие эмпирическим отношениям и операциям.

В 7 приведены проблемы существования, единственности и адекватности числовых представлений, решаемые в теории измерений при построении числовых представлений. Нами сформулированы совершенно аналогичные проблемы для построения конструктивного числового представления.

Понятие конструктивного числового представления делает явной идею самого числового представления – получить числовое представление эмпирической системы с тем, чтобы эффективно работать с самой эмпирической системой. Все числовые представления есть просто эффективный способ кодирования нашей операциональной деятельности во внешнем мире. Конструктивные числовые представления естественным образом интерпретируются в системе понятий качественной теории.

На примере одной их наиболее распространенных экстенсивных величин в 9 доказано, что конструктивное числовое представление этих величин даёт конструктивное представление рациональных делений шкалы приборов этих величин.

В 8 приведены примеры конструктивных представлений величин и законов. Примерами конструктивных числовых представлений законов являются, например, психологические тесты.

Предметная область: онтология, система понятий, признаки, величины, аналитические суждения. **Данные** – разных типов, взятые из баз данных. **Знания -** априорные знания, экспертные знания.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ЭМПИРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ вещественные числа

Данные, экспертные оценки – массивы и матрицы числовых значений величин.

⇒ **Процедуры** извлечения информации из данных и представление её многосортными эмпирическими системами.

⇐ Построение числовых представлений величин (шкал) и законов. Определение групп допустимых преобразований величин.

Априорные, экспертные знания.

Индуктивные знания – функциональные зависимости.

⇒ аксиоматический анализ функциональных зависимостей.

⇐ обнаружение законов, упрощение функциональных зависимостей перешкалирование шкал величин.

ЛОГИЧЕСКАЯ ЭМПИРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Предметная область - многосортная эмпирическая система $\mathfrak{I} = \langle \mathbf{A}; \Omega_{\mathfrak{I}} \rangle$.

Данные – конечная многосортная эмпирическая система M**;**

Априорные и экспертные знания включаются в систему аксиом S.

Индуктивные знания – множества: **законов** $\boldsymbol{L} \vdash \mathbf{Th}(\mathbf{M})$, вероятностных законов ***LP*** и максимально специфических законов ***MSR***.

Аксиоматический анализ величин и законов.

Базы знаний – согласованные экспертные и индуктивные знания.

КОНСТРУКТИВНАЯ ЭМПИРИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ рациональные, натуральные числа

Данные, экспертные оценки, предпочтения.

⇐ Представление структурных величин многосортными эмпирическими системами.

⇒ Определение конструктивных числовых представлений структурных величин.

Априорные, экспертные знания в виде анкет, тестов …

Индуктивные знания – анализ тестов, анкет, предпочтений и функций полезности.

⇐ аксиоматический анализ тестов, анкет и предпочтений;

⇒ построение конструктивных числовых представлений величин и законов.

ПОЛЬЗОВАТЕЛЬ. ВОПРОСНО-ОТВЕТНАЯ СИСТЕМА. ТЕОРИЯ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ. Вывод предсказаний, решений, диагнозов из экспертной системы. Реляционный подход.

Рис. 8

VIII. ЕСТЕСТВЕННАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ КАК ЗАКОН ПРИРОДЫ.

40. Что такое естественная классификация.

Понятие естественной классификации развивалось в 1970–1980 гг. в рамках классификационного движения. В рамках этого направления был систематизирован опыт естествоиспытателей по созданию естественных классификаций, организовано несколько конференций и создана библиография. В частности, В.Ю. Забродин систематизировал *критерии* "естественности" классификации, которые в различное время выдвигались естествоиспытателями [50]. Приведем эти критерии.

1. Смирнов Е.С. [82]: "Таксономическая проблема заключается в "индикации": от бесконечно большого числа признаков нам нужно перейти к ограниченному их количеству, которое заменило бы все остальные признаки";
2. Рутковский Л. [75]: "Чем в большем числе существенных признаков сходны сравниваемые предметы, тем вероятнее их одинаковость и в других отношениях";
3. Уэвель В. [50]: "Чем больше общих утверждений об объектах дает возможность сделать классификация, тем она естественней";
4. Любищев А.А. [50]: "Наиболее совершенной системой является такая, где все признаки объекта определяются положением его в системе. Чем ближе система стоит к этому идеалу, тем она менее искусственна, и естественной следует называть такую, где количество свойств объекта, поставленных в функциональную связь с его положением в системе, является максимальным (в идеале это все его свойства)".

Участники классификационного движения по инициативе организатора движения Кожара В.Л. также сформулировали свои определения «естественной» классификации:

5. Забродин В.Ю. [50]: « «Естественной» является та, и только та классификация, которая выражает закон природы»;
6. Шрейдер С.А. [93]: «В многообразии объектов, образующих «естественную» классификацию, можно обнаружить два типа закономерностей:
   а) соотношения, связывающие «короткое» описание архетипа, достаточное для диагностирования принадлежности объекта

к данному классу, с «полным» описанием. В сущности, это законы, позволяющие на основании принадлежности объекта к некоторому естественному классу прогнозировать все его свойства;

b) правила, показывающие, как деформируются свойства объектов при переходе к смежным классам. Именно они гарантируют возможность переноса знаний с одного объекта на все принадлежащие данному классу и, несколько сложнее, на объекты смежных классов»;

7. Витяев Е.Е. [16]: «Разбиение на классы должно производиться так, чтобы объекты одного класса подчинялись одним и тем же закономерностям, объекты разных классов подчинялись разным группам закономерностей. Объекты одного класса, кроме того, должны обладать некоторой целостностью. Целостность определим как взаимную согласованность закономерностей каждой группы по предсказанию различных свойств объектов. У групп закономерностей могут быть общие закономерности, устанавливающие взаимосвязь признаков объектов из разных классов».

Далее мы приведем формальное определение «естественной» классификации и систематики объясняющее перечисленные выше свойства.

41. Основа «естественной» классификации - целостность объектов

Устойчивость целого обеспечивается характерным для него способом организации взаимодействующих частей: "Между частями органичного целого … существует не простая функциональная зависимость, а значительно более сложная система разнокачественных связей - структурных, генетических, связей субординации, управления и т.п., в рамках которой причина одновременно выступает как следствие. ... Взаимосвязь частей такова, что она выступает не в виде линейного причинного ряда, а в виде своеобразного *замкнутого круга* (выд. Е.Е.), внутри которого каждый элемент связи является условием другого и обусловлен им" ([91], статья «часть и целое»).

В соответствии с определением 7 «разбиение на классы должно производиться так, чтобы объекты одного класса подчинялись одним и тем же закономерностям, объекты разных классов подчинялись разным группам закономерностей» устойчивость целого определяется *системной взаимосвязью закономерностей*, которая специфична для данного целого (класса). Эта системная связь по «замкнутому кругу» определяет взаимосвязь частей и признаков объекта.

Если на индуктивные закономерности онтологии (п.5 определения онтологии в разд. 1) закономерности смотреть как на систему аксиом, сформулированную в системе понятий онтологии, а на объекты как на модели этой системы аксиом, то системная связь закономерностей применимых к некоторому объекту (классу объектов) автоматически вытекает из целостности самого объекта (класса объектов). Системная связь закономерностей даёт *структурный закон строения объекта* (класса объектов). В нём «взаимосвязь частей объекта» проявляется в виде структурной закономерной связи по «замкнутому кругу», где каждый элемент объекта (признак, свойство, характеристика) является условием наличия другого элемента объекта.

Совокупность всех таких объектов-моделей для законов онтологии дает картину всех возможных объектов данной онтологии и позволяет предсказывать существование новых объектов, удовлетворяющих системе аксиом.

42. Классы - качественные состояния целостных объектов.

Формой проявления целого всегда является то или иное *качество*. При этом если для целостности объекта безразлично, какая именно система связей его определяет (лишь бы она была устойчивой), то для качества существенна ещё и конкретная организация связей. "Качество отражает устойчивое взаимоотношение составных элементов объекта, которое характеризует его специфику, дающую возможность отличать один объект от других... Вместе с тем качество выражает и то общее, что характеризует весь класс однородных объектов" ([91], ст. «Качество»). Итак, в основе определенного качественного состояния объекта лежит соответствующая система взаимосвязей его составных элементов – структурный закон, который обнаруживается в этой взаимосвязи.

Здесь необходимо отметить, что наиболее существенное сходство объектов проявляется не просто как некоторая эвристически заданная близость наборов значений признаков, как это понимается в методах интеллектуального анализа данных, а как "закономерная форма связи вещей, явлений и процессов в составе целого" ([91], ст. «Общее»). И система взаимосвязи частей в составе целого отражается не просто в виде точек в многомерном признаковом пространстве, а главным образом в виде закономерностей, связывающих значения одних признаков со значениями других. "Наука движется от качественных оценок и описаний явлений к установлению количественных закономерностей, опираясь на последние, она получает возможность глубже исследовать качество" ([91], ст. «Количество»).

Количественные закономерности, характерные для данного качества, проявляются только до тех пор, пока сохраняется это качество, то есть в границах его *меры*. "Мера - это своего рода зона, в пределах которой данное качество может модифицироваться, сохраняя при этом свои существенные характеристики" ([91], ст. «Мера»). Если качество характеризуется некоторым структурным законом, то мера, как "единство качественных и количественных характеристик объекта" ([91], ст. «Мера»), должна содержать, кроме набора интервалов изменений значений признаков, также и весь набор количественных закономерностей – количественный структурный закон строения объекта, в котором качество объекта определяется структурой взаимосвязей частей (признаков) объекта.

43. Закон перехода количества в качество. Таксономическая структура.

До сих пор мы рассматривали количественные изменения внутри одного качества. А что происходит при выходе за пределы меры? С точки зрения системы взаимосвязанных элементов мы вправе ожидать реализации двух принципиально различных возможностей:

- во-первых, это разрушение целостности объекта с полным распадом до элементов;
- во-вторых, это преобразование структурного закона строения объекта в новую структуру, т.е. переход в новое качество.

В первом случае количественные изменения приводят к прекращению существования объекта по законам данной предметной области, а во втором - к переходу количества в качество. "Появление нового качества по существу означает появление предмета с новыми закономерностями и мерой, в которой заложена уже иная количественная определенность. ...Начало скачка от одного явления в другое характеризуется началом коренного преобразования всей системы связей между элементами целого, самой природы элементов. Завершение скачка означает образование единства качественно новых элементов и иной структуры целого" (ФЭС, ст. «Переход количественных изменений в качественные»).

Вспомним наше определение классификации: «Разбиение на классы должно производиться так, чтобы объекты одного класса подчинялись одним и тем же закономерностям, объекты разных классов подчинялись разным группам закономерностей». При переходе количества в качество «коренное преобразование всей системы связей между элементами целого» означает переход от одной группы закономерностей (одного структурного закона), которой подчиняются «взаимосвязь частей объекта» к другой, определяющей другое качество.

Таксономическая структура (структура классов) включает архетипы (описания) всех классов и закономерности переходов между классами. В нашем определении: «У групп закономерностей могут быть общие закономерности, устанавливающие взаимосвязь признаков объектов из разных классов». Таксономическая структура определяется «закономерностями, устанавливающими взаимосвязь между признаками объектов разных классов» или как в определении 6.б Шрейдера «правила, показывающие как деформируются свойства объектов при переходе к смежным классам».

44. Формальное определение естественной классификации и систематики

Будем предполагать, что предметная область задана эмпирической системой $\mathfrak{I}_{ПО} = \langle A, \Omega_{ПО} \rangle$, в которой признаки, характеристики и величины $x_1, x_2, ..., x_k, ...$ заданы предикатами вида $(x^i = y^i_j)$.

Определение 28. Определим ***закономерную модель объекта*** $M_a = \langle \Omega_a, Z_a \rangle$ некоторого объекта **a** как:

- Ω_a – множество значений всех понятий, признаков, характеристик и величин $x_1, x_2, ..., x_k, ...$, которые применимы к объекту **a** и принимают на нём определенные значения $y^1_{j_1}, y^2_{j_2}, ..., y^k_{j_k}, ...$ (истинности, числовые и т.д.);
- Z_a – множество законов и закономерностей онтологии вида:
  $(x^i_1 = y^{i_1}_{j_1}) \& (x^i_2 = y^{i_2}_{j_2}) \& ... \& (x^i_k = y^{i_k}_{j_k}) \Rightarrow (x^i_0 = y^{i_0}_{j_0})$,
  применимых к объекту **a**. Здесь $y^{i_1}_{j_1}, y^{i_2}_{j_2}, ..., y^{i_k}_{j_k}, y^{i_0}_{j_0}$ – значения признаков $x^i_1, x^i_2, ..., x^i_k, x^i_0$. Множество Z_a дает структурный закон строения объекта, его качество ■

Рассмотрим некоторый класс $\mathfrak{C}$ объектов.

Определение 29. Определим ***закономерную модель класса*** $M_{\mathfrak{C}} = \langle \Omega_{\mathfrak{C}}, Z_{\mathfrak{C}} \rangle$ как пересечение всех закономерных моделей объектов класса $\mathfrak{C}$, в которой:

- $\Omega_{\mathfrak{C}}$ – множество значений всех понятий, признаков, характеристик и величин $x_1, x_2, ..., x_k, ...$, которые применимы к каждому объекту **a** класса $\mathfrak{C}$ и принимают на нём определенные значения $y^1_{j_1}, y^2_{j_2}, ..., y^k_{j_k}, ...$;
- $Z_{\mathfrak{C}} = \cap Z_{a \in \mathfrak{C}}$.

Проанализируем критерий Е.С. Смирнова [82]. Разнообразие классов всегда несопоставимо меньше разнообразия комбинаций значений признаков и, следовательно, между значениями признаков должно существовать огромное количество закономерных связей. Если число классов, например 100, а признаки бинарные, то независимыми среди них могут быть только около 7 признаков: $128 = 2^7$. При классификации животных, растений, почв и т.д. естествоиспытатели могут использовать огромное, потенциально бесконечное, множество признаков и характеристик. Но среди них только 7 признаков могут быть независимыми, а остальные признаки связаны между собой закономерностями так, что из 7 признаков предсказываются значения всех остальных признаков.

Найти признаки, из которых предсказываются все остальные признаки, и составляет проблему «индикации» [82]. Такими значениями признаков в закономерной модели класса $M_{\mathfrak{C}}$ являются *порождающие совокупности значений признаков*.

Определение 30. Набор $\langle x_1^i = y_{j_1}^{i_1}, x_2^i = y_{j_2}^{i_2}, ..., x_m^i = y_{j_m}^{i_m} \rangle$ значений признаков является ***порождающим*** в закономерной модели класса $M_{\mathfrak{C}} = \langle \Omega_{\mathfrak{C}}, Z_{\mathfrak{C}} \rangle$, если по закономерностям из $Z_{\mathfrak{C}}$ мы можем предсказать все остальные значения признаков $\Omega_{\mathfrak{C}}$ объектов класса.

Понятно, что набор значений порождающих признаков определяется неоднозначно.

Рассмотрим задачу построения *систематики*. Рассмотрим в качестве примера таблицу 1. В ней множество объектов $A = \{a_1, a_2, ..., a_9\}$ разбито на 4 класса, описываемых 30-ю признаками. Предположим, что классы $\mathfrak{C}_1, \ldots, \mathfrak{C}_4$ нам известны, и мы знаем закономерные модели этих классов. Задача построения систематики состоит в том, что бы найти такие признаки $x_1^i, x_2^i, ..., x_m^i$, среди данных 30-и признаков, что бы для каждого класса $\mathfrak{C}_1, \ldots, \mathfrak{C}_4$ набор $\langle x_2 = y_{j_2}^2, x_8 = y_{j_8}^8, x_{11} = y_{j_{11}}^{11}, x_{15} = y_{j_{15}}^{15}, x_{21} = y_{j_{21}}^{21}, x_{28} = y_{j_{28}}^{28} \rangle$ значений этих признаков являлся порождающим. Эти признаки x_2, x_8, x_{11}, x_{15}, x_{21}, x_{28} в таблице выделены серым.

Определение 31. Набор признаков $S = \langle x_1^i, x_2^i, ..., x_m^i \rangle$ будем называть ***системообразующим*** для классов $\{\mathfrak{C}_{i\in I}\}$, если для каждого класса из $\{\mathfrak{C}_{i\in I}\}$ значения признаков $\langle x_1^i = y_{j_1}^{i_1}, x_2^i = y_{j_2}^{i_2}, ..., x_m^i = y_{j_m}^{i_m} \rangle$ системообразующего набора различны и являются для него порождающими совокупностями.

В этом случае каждый класс будет однозначно определяться набором значений системообразующих признаков. Понятно, что наборы системообразующих признаков также определяются неоднозначно. Задача построения *систематики* и состоит в том, что бы найти наиболее компактный и информативный набор системообразующих признаков. В работах [9,173] также рассматривается задача нахождения минимального множества «существенных» признаков.

Таблица 1. Построение систематики классов.

Классы	x_1	$\mathbf{x_2}$	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	$\mathbf{x_8}$	x_9	x_{10}	$\mathbf{x_{11}}$	x_{12}	x_{13}	x_{14}	$\mathbf{x_{15}}$	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	$\mathbf{x_{21}}$	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	$\mathbf{x_{28}}$	x_{29}	x_{30}
Класс 1	a_1	$y^2_{j_2}$						$y^8_{j_8}$			$y^{11}_{j_{11}}$				$y^{15}_{j_{15}}$						$y^{21}_{j_{21}}$							$y^{28}_{j_{28}}$		
	a_2	$y^2_{j_2}$						$y^8_{j_8}$			$y^{11}_{j_{11}}$				$y^{15}_{j_{15}}$						$y^{21}_{j_{21}}$							$y^{28}_{j_{28}}$		
Класс 2	a_3	$y^2_{j_2}$						$y^8_{j_8}$			$y^{11}_{j_{11}}$				$y^{15}_{j_{15}}$						$y^{21}_{j_{21}}$							$y^{28}_{j_{28}}$		
	a_4	$y^2_{j_2}$						$y^8_{j_8}$			$y^{11}_{j_{11}}$				$y^{15}_{j_{15}}$						$y^{21}_{j_{21}}$							$y^{28}_{j_{28}}$		
	a_5	$y^2_{j_2}$						$y^8_{j_8}$			$y^{11}_{j_{11}}$				$y^{15}_{j_{15}}$						$y^{21}_{j_{21}}$							$y^{28}_{j_{28}}$		
Класс 3	a_6	$y^2_{j_2}$						$y^8_{j_8}$			$y^{11}_{j_{11}}$				$y^{15}_{j_{15}}$						$y^{21}_{j_{21}}$							$y^{28}_{j_{28}}$		
	a_7	$y^2_{j_2}$						$y^8_{j_8}$			$y^{11}_{j_{11}}$				$y^{15}_{j_{15}}$						$y^{21}_{j_{21}}$							$y^{28}_{j_{28}}$		
Класс 4	a_8	$y^2_{j_2}$						$y^8_{j_8}$			$y^{11}_{j_{11}}$				$y^{15}_{j_{15}}$						$y^{21}_{j_{21}}$							$y^{28}_{j_{28}}$		
	a_9	$y^2_{j_2}$						$y^8_{j_8}$			$y^{11}_{j_{11}}$				$y^{15}_{j_{15}}$						$y^{21}_{j_{21}}$							$y^{28}_{j_{28}}$		

Систематика состоит в том, чтобы представить некоторым образом, например, таблицей, как изменяются наборы значений системообразующих признаков при переходе от объектов одного класса к объектам другого класса. Значения остальных признаков объектов класса будут предсказываться по значениям системообразующих признаков данного класса. Изменение значений системообразующих признаков может удовлетворять некоторому закону, вследствие чего систематику можно представить некоторым специальным образом, чтобы этот закон был виден наглядно.

Определение 32. Определим ***закономерную модель систематики*** как $M_S = \langle S, Z_S \rangle$, где S – набор системообразующих признаков, а Z_S – ***закон систематики*** – закон изменения значений признаков из S при переходе от класса к классу. Каждому набору значений системообразующих признаков S соответствует некоторый класс $\mathfrak{C}$ и закономерная модель класса $M_{\mathfrak{C}} = \langle \Omega_{\mathfrak{C}}, Z_{\mathfrak{C}} \rangle$. Тогда закон систематики Z_S является метазаконом по отношению к закономерностям класса $Z_{\mathfrak{C}}$. Закон систематики Z_S связан с законами классов, как это определено в определении С.А. Шрейдера [93]. Закономерностями первого типа в его определении являются закономерности класса $Z_{\mathfrak{C}}$, а закономерностями второго типа – закон систематики Z_S.

Закон систематики всегда можно представить следующей таблицей 2. Приведем её на примере классификации таблицы 1. В таблице 2 закон систематики представлен таблицей наборов порождающих совокупностей для всех классов. Например, для класса 1 этот набор имеет вид $\langle y^1_{j_2}, y^1_{j_8}, y^1_{j_{11}}, y^1_{j_{15}}, y^1_{j_{21}}, y^1_{j_{28}} \rangle$.

Таблица 2.

Классы	$\mathbf{x_2}$	$\mathbf{x_8}$	$\mathbf{x_{11}}$	$\mathbf{x_{15}}$	$\mathbf{x_{21}}$	$\mathbf{x_{28}}$
Класс 1	$\langle y^2_{j_2}$	$y^8_{j_8}$	$y^{11}_{j_{11}}$	$y^{15}_{j_{15}}$	$y^{21}_{j_{21}}$	$y^{28}_{j_{28}} \rangle$
Класс 2	$\langle y^2_{j_2}$	$y^8_{j_8}$	$y^{11}_{j_{11}}$	$y^{15}_{j_{15}}$	$y^{21}_{j_{21}}$	$y^{28}_{j_{28}} \rangle$
Класс 3	$\langle y^2_{j_2}$	$y^8_{j_8}$	$y^{11}_{j_{11}}$	$y^{15}_{j_{15}}$	$y^{21}_{j_{21}}$	$y^{28}_{j_{28}} \rangle$
Класс 4	$\langle y^2_{j_2}$	$y^8_{j_8}$	$y^{11}_{j_{11}}$	$y^{15}_{j_{15}}$	$y^{21}_{j_{21}}$	$y^{28}_{j_{28}} \rangle$

Рассмотрим критерий А.А.Любищева [50]. Системой по Любищеву является такое представление классификации объектов, когда по месту объекта в системе определяются все его признаки. В нашем определении значения признаков объектов определяются взаимодействием двух законов:

– закона систематики Z_S, используя который мы по положению объекта в системе (таблице) можем определить класс объекта и значения системообразующих признаков;
– по закономерностям класса $Z_{\mathfrak{C}}$ и значениям системообразующих признаков мы можем определить все остальные признаки объекта.

Определение 33. Определим ***систематику*** как набор $\Sigma = \langle S, Z_S, \{Z_{\mathfrak{C}_i}\}_{i \in I} \rangle$.

Задача построения систематики состоит в том, чтобы выбрать наиболее совершенную систему, объясняющую свойства и строение объектов простейшим образом. Несмотря на субъективность выбора систематики, она является законом природы, потому что из неё можно предсказать потенциально бесконечное количество свойств объектов. Таблица 2 сжимает без потери потенциально бесконечное количество информации.

Все предыдущие рассуждения проводились в предположении того, что классы нам известны и по ним мы можем найти порождающие совокупности признаков. В реальных задачах разбиение объектов на классы естествоиспытателю неизвестно. Задача построения систематики в этом случае состоит в нахождении такого разбиения множества объектов на классы, что бы построенная на этих классах систематика была наиболее совершенной и простой. Такая классификация называется «естественной».

45. Метод построения «естественной» классификации

Перейдем теперь к рассмотрению основного механизма построения «естественной» классификации. Проанализируем таблицу 1. В каждом классе $\mathfrak{C}$, по закономерностям класса $Z_{\mathfrak{C}}$ и по порождающим значениям признаков, предсказываются значения всех остальных признаков объектов класса. В качестве порождающих значений признаков можно брать различные наборы признаков и их значений. Фактически, класс определяется не порождающими признаками, а множеством взаимосвязанных по предсказанию закономерностей $Z_{\mathfrak{C}}$, что соответствует определению «естественной» классификации: «Объекты одного класса, кроме того, должны обладать некоторой целостностью. Целостность определим как взаимную *согласованность закономерностей* каждой группы *по предсказанию свойств объектов*». Согласованность закономерностей $Z_{\mathfrak{C}}$ по предсказанию означает, что по значениям $\langle x_1^i = y_{j_1}^{i_1}, x_2^i = y_{j_2}^{i_2}, ..., x_m^i = y_{j_m}^{i_m} \rangle$ одних признаков объектов класса предсказываются значения некоторых других признаков $\langle x_1^k = y_{j_1}^{k_1}, x_2^k = y_{j_2}^{k_2}, ..., x_m^k = y_{j_m}^{k_m} \rangle$ объектов этого же класса. Таким образом, значения признаков класса предсказывают друг друга по закономерностям из $Z_{\mathfrak{C}}$ как бы по «замкнутому кругу».

Если классы нам не известны, то искать их надо путём обнаружения наборов взаимно предсказывающих значений признаков $\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$. Если мы не знаем классы, то и не знаем и множества закономерностей классов $\{Z_{\mathfrak{C}_i}\}_{i \in I}$. В нашем распоряжении есть только множество всех закономерностей $Z = \bigcup_{i \in I} Z_{\mathfrak{C}_i}$, которые можно обнаружить на всех объектах. Множество закономерностей Z можно обнаружить системой Discovery на эмпирической системе предметной области $\Im_{ПО} = \langle A, \Omega_{ПО} \rangle$.

По закономерностям из Z можно обнаружить набор взаимно предсказывающих значений признаков $\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$ в соответствии с определением «разбиение на классы должно производиться так, чтобы объекты одного класса подчинялись одним и тем же закономерностям, объекты разных классов подчинялись разным группам закономерностей». Тогда закономерностями класса $Z_{\mathfrak{C}}$ будут те, и только те закономерности из Z, которые применимы к значениям признаков набора $\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$. Далее нужно определить объекты класса.

Как найти такие наборы значений признаков $\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$ и определить, что некоторый объект **a** принадлежит классу, определяемому этим набором значений. Объекты могут содержать ошибки в измерениях значений признаков и, тем не менее, принадлежать классу. Поэтому просто по совпадению значений признаков объекта со значениями признаков набора $\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$ нельзя определить принадлежность объекта к классу, определяемому этим набором. Для этого по закономерностям из Z мы последовательно выполним следующую коррекцию значений признаков объекта **a**:

a) возьмём набор значений признаков $\langle y_a^1, y_a^2, ..., y_a^m \rangle$, описывающий объект **a**.
b) Добавим в этот набор новые значения признаков, которые с высокой вероятностью предсказываются закономерностями Z, применимыми к набору $\langle y_a^1, y_a^2, ..., y_a^m \rangle$, и сами хорошо предсказывают другие значения признаков набора;
c) удалим значения признаков из набора, противоречащие предсказаниям закономерностей Z, применимых к набору $\langle y_a^1, y_a^2, ..., y_a^m \rangle$.
d) продолжаем шаги b), c) до тех пор, пока не будут включены все необходимые (с точки зрения предсказаний) значения и не будут удалены все случайные значения (противоречащие закономерностям).

Контролировать этот процесс должен определённый критерий качества взаимосогласованности закономерностей по предсказанию на наборе $\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$, который приведён в [16].

Эту процедуру будем называть процедурой *идеализации*. Она соответствует понятию «идеального» в философии и даёт в определённом смысле

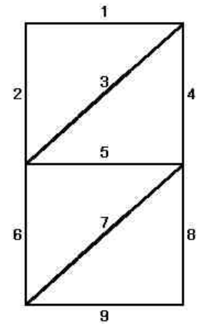


Рис. 10

«идеальные» наборы значений классов $\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$. «Сотри случайные черты, и ты увидишь - мир прекрасен» – эти слова Александра Блока как нельзя лучше характеризуют процесс идеализации.

Проведя процедуру *идеализации* для всех имеющихся объектов, мы получим наборы объектов классов $\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$. Таким образом, каждый класс $\mathfrak{C}$ будет характеризоваться:

1. набором «идеальных» значений признаков $\mathfrak{C}\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$ класса;
2. множеством закономерностей $Z_{\mathfrak{C}}$ класса;
3. множеством объектов класса, значения признаков которых в процессе идеализации будут приведены к набору значений $\mathfrak{C}\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle$. Множество объектов отнесенных к классу $\mathfrak{C}$ обозначим через $A_{\mathfrak{C}}$.

Таким образом, полученная «естественная» классификация будет характеризоваться набором $\langle \mathfrak{C}\langle y_{j_1}^{i_1}, y_{j_2}^{i_2}, ..., y_{j_N}^{i_N} \rangle, Z_{\mathfrak{C}}, A_{\mathfrak{C}} \rangle$. На основании этой «естественной» классификации можно построить систематику, как было описано выше.

Вернемся к понятию онтологии. Как видно из предыдущих рассуждений, для построения «естественной» классификации и систематики достаточно иметь только онтологию и предположить, что множество индуктивных законов (см. пункт 5 определения онтологии в разд. 1) обнаруживается системой Discovery.

46. Пример построения систематики цифр индекса.

Рассмотрим цифры индекса как набор из 10 объектов $A = \{0,..,9\}$. Определим предикаты P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, означающие наличие i-го признака в начертании цифры. Занумеруем признаки как показано на **Рис. 10**. Например, $P_1(3) = 1$ означает, что в начертании цифры 3 есть линия номер 1. Определим значения всех предикатов (признаков) на 10 объектах **Рис. 11**.

Тогда наша предметная область будет описываться моделью M $=\{A, Q\}$, $Q = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9\}$.

Для построения «естественной» классификации системой Discovery обнаружим на M множество Z всех детерминированных законов вида:

$$P_{i_1}^{\varepsilon_1}(a),...,P_{i_m}^{\varepsilon_m}(a) \Rightarrow P_{i_0}^{\varepsilon_0}(a),$$

где $\{P_{i_1}(a),...,P_{i_m}(a),P_{i_0}(a)\} \subset \{P_1,\ldots,P_9\}$; $\varepsilon = 1(0)$ обозначает берется ли отношение без отрицания (с отрицанием). Системой Discovery было обнаружено 3743-и закономерности.

В данном примере классы известны и каждый объект представляет собой отдельный класс. Для каждого класса $\mathfrak{C} \in A$ найдем закономерности из Z, которые на нём выполняются, и получим множества закономерностей $Z_{\mathfrak{C}}$ для каждого класса. Например, для цифры 2 будет выполнено 529 закономерности. Поэтому закономерной моделью цифры 2 будет модель $M_2 = \langle 2, Z_2 \rangle$.

Для построения систематики цифр A, определим для каждого класса минимальные порождающие совокупности. Для цифры 2 это, например, будет совокупность $\{P_2,P_3\}$, т.к. значения остальных признаков предсказываются по следующим закономерностям из Z_2:

$\neg P_3 \& \neg P_2 \Rightarrow P_1$
$\neg P_3 \& \neg P_2 \& P_1 \Rightarrow P_4$
$P_4 \& \neg P_2 \& P_1 \Rightarrow \neg P_5$
$\neg P_3 \& \neg P_2 \& P_1 \Rightarrow \neg P_6$
$\neg P_6 \& \neg P_5 \& P_4 \& P_1 \Rightarrow P_7$

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	0
2	1	0	0	1	0	0	1	0	1
3	1	0	1	0	1	0	1	0	0
4	0	1	0	1	1	0	0	1	0
5	1	1	0	0	1	0	0	1	1
6	0	0	1	0	1	1	0	1	1
7	1	0	1	0	0	1	0	0	0
8	1	1	0	1	1	1	0	1	1
9	1	1	0	1	1	0	1	0	0

Рис. 11.

$P_7\&\neg P_3\&P_1 \Rightarrow \neg P_8$
$\neg P_8\&\neg P_6\&\neg P_5\&\neg P_2 \Rightarrow P_9$

Как уже упоминалось, порождающие совокупности определяются не единственным образом, например, набор $\{P_5, P_7\}$ также будет порождающий совокупностью для цифры 2, т.к. по следующим закономерностям из Z_2 предсказываются значения остальных признаков цифры 2:

$P_7 \Rightarrow P_1$
$P_7\&\neg P_5 \Rightarrow \neg P_2$
$P_7\&\neg P_5 \Rightarrow P_4$
$P_4\&\neg P_2\& P_1 \Rightarrow \neg P_3$
$\neg P_3\&\neg P_2 \Rightarrow P_9$
$P_4\&\neg P_2 \Rightarrow \neg P_6$
$P_9\&\neg P_6\& P_4 \Rightarrow \neg P_8$

Построим закономерную модель систематики. Её закон Z_S представим в виде таблицы. Для выбора набора системообразующих признаков надо рассмотреть различные порождающие совокупности классов.

Максимальная по количеству признаков минимальная порождающая совокупность у цифры 8, состоящая из 3-х признаков. Значит, набор системообразующих признаков систематики состоит не меньше, чем из трех признаков. Минимальные порождающие совокупности классов не всегда позволяют выявить минимальную совокупность систематики. Например, минимальные порождающие совокупности для цифры 3 это $\{P_3, P_7\}$, $\{\neg P_4, P_7\}$, тогда как порождающие совокупности, состоящие из 3 признаков, не содержат 7-го признака. Следовательно, нужно рассматривать не только все порождающие совокупности длины 2, но и порождающие совокупности длинны 3 и более 3 признаков.

Так как $2^3 = 8$ меньше, чем число классов 10, то 3-х признаков будет заведомо недостаточно для однозначного определения класса. Поэтому нужно рассмотреть различные комбинации из 4-х признаков. В результате получим минимальный набор системообразующих признаков для цифр $\{P_4, P_5, P_6, P_7\}$ (см. Рис. 12).

0	1	0	1	0	$\{P_4, P_5, P_6\}$
1	1	0	0	0	$\{P_5, P_6, P_7\}$
2	1	0	0	1	$\{P_5, P_7\}$
3	0	1	0	1	$\{P_4, P_7\}$
4	1	1	0	0	$\{P_4, P_5, P_6, P_7\}$
5	0	1	0	0	$\{P_4, P_6, P_7\}$
6	0	1	1	0	$\{P_4, P_5, P_6\}$
7	0	0	1	0	$\{P_4, P_5\}$
8	1	1	1	0	$\{P_4, P_5, P_6\}$
9	1	1	0	1	$\{P_4, P_5, P_7\}$

Рис. 12. Систематика цифр.

Систематика цифр индекса, показанная на Рис. 12, содержит в первом столбце цифру, в 2-5 столбцах значения системообразующих предикатов P_4 ,P_5, P_6, P_7 для этой цифры и в столбце 6 минимальный порождающий набор предикатов из числа P_4 ,P_5, P_6, P_7.

IX. ПРИМЕНЕНИЕ РЕЛЯЦИОННОГО ПОДХОДА В МЕДИЦИНЕ

47. Извлечение знаний из эксперта.

Проблемы извлечения знаний из эксперта.

1. Невозможность сформулировать интуитивные знания;
2. Невозможность задать большое число вопросов. Например, для 11 бинарных диагностических признаков сгруппированных кальцинозов есть (2^{11} = 2 048) комбинаций признаков, каждый из которых представляет новый случай. Лобовой метод потребовал бы опроса радиолога для каждой из этих 2 048 комбинаций;
3. Возможная сложность правил: Обычно порядка 60–70 % времени при разработке системы, основанной на правилах, тратиться на извлечение знаний; Эксперт обдумывает альтернативные сценарии и, говорит: «Я думаю, что при обстоятельствах, X, наиболее вероятное заключение – Y, но если есть дополнительный факт, скажем F, то более вероятное заключение могло бы быть P»;
4. Сложность точной формулировки правил ввиду массы *неявных предположений*;
5. Необходимость *отладки экспертных систем*;
6. *Экспертное мнение субъективно*, что бы проверить его на *объективность и дополнить* экспертное знание, надо применить систему *Discovery* и обнаружить правила на данных;
7. *Идентифицировать противоречия* между экспертными правилами и правилами, извлеченными из данных:
    a. обнаруженное правило похоже на экспертное. Эксперт может проверить:
        i. Подтверждает ли правило существующее экспертное знание?
        ii. Если правило содержит меньше признаков, чем экспертное, то эксперт может найти, что правило совместимо с его/ее предыдущим опытом, но он/она хотел ли бы, чтобы оно было более надежным.
        iii. Имеющихся данных недостаточно для достоверного обнаружения правила и возможно эксперт

преувеличивает значимость признака либо у него есть дополнительная информация, не содержащаяся в данных, для такого правила;

   iv. Если правило содержит признаки, не содержащиеся в экспертных правилах, то эксперт либо не учитывает некоторые важные данные, либо сами данные односторонни и их надо расширить;

b. обнаружение правил в данных, не обнаруженных в процессе опроса эксперта;
   i. мнение эксперта одностороннее и требует пересмотра. Система улучшает опыт эксперта;
   ii. данные собраны односторонне и рассматриваемые случаи надо расширить или классифицировать;
c. обнаружены правила, которые противоречат его/ее знанию или пониманию:
   i. правило было обнаружено путем использования вводящих в заблуждение случаев. Правило должно быть отклонено и обучающиеся данные должны быть расширены;
   ii. Эксперт может признать, что его/ее знания не имеют под собой реального основания и основаны на некоторых теоретических соображениях, требующих дополнительную проверку или пересмотра. Система улучшает опыт эксперта;

8. *Устранить противоречия* и получить полную и совместную базу знаний и экспертную систему, в которой улучшены как экспертные правила, так и правила извлеченные из данных.
9. Если эксперт может ясно сформулировать процесс принятия решений, то подход, основанный на правилах, подходит для создания экспертной системы.

48. Метод извлечения диагностических правил из эксперта.

Иерархический подход. Опрос эксперта основанный на оригинальном методе восстановления монотонных Булевых функций.

Можно попросить эксперта, что бы он описал случаи множеством бинарных признаков.

Типичный вопрос будет иметь следующий формат:

Если признак 1 имеет значение V_1, признак 2, имеет значение V_2 ..., признак n имеет значение V_n, то нужно ли рекомендовать:

– биопсию или нет?
– либо набор значений признаков соответствует случаю подозрительному к раку или нет?

Мы строим иерархию медицинских интерпретируемых признаков, начиная с обобщенного уровня до все менее обобщенного уровня.

Эта иерархия начинается с определения 11 медицинских бинарных признаков.

Медик-эксперт определил, что первичные 11 бинарных признаков w_1, w_2, w_3, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, x_3, x_4, x_5 могут быть организованы в иерархию с добавлением двух новых обобщенных признаков x_1 и x_2: x_1 – w_1, w_2, w_3; x_2 – y_1, y_2, y_3, y_4, y_5.

Новый обобщенный признак:

x_1 – «Количество и объем кальцинозов» со стадиями (0 – «доброкачественный» и 1 – «рак») был введен на основании признаков:

w_1 – количество кальцинозов / см^3,

w_2 – объем кальциноза, см^3 и

w_3 – общее количество кальцинозов.

Мы рассматриваем признак x_1 как функцию $\nu(w_1, w_2, w_3)$, которую надо определить.

Аналогично, новый признак:

x_2 – «Форма и плотность кальциноза» со значениями: (1) – «рак» и (0) – «доброкачественная» является обобщением признаков:

y_1 – «Нерегулярность в форме индивидуальных кальцинозов»,

y_2 – «Изменение в форме кальцинозов»,

y_3 – «Изменение в размере кальцинозов»,

y_4 – «Изменение в плотности кальцинозов»,

y_5 – «Плотность кальцинозов».

Мы рассматриваем x_2 как функцию $x_2 = \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$, которая должна быть идентифицирована для диагностики рака.

Мы рассматриваем пять бинарных признаков x_1, x_2, x_3, x_4 и x_5, на уровне 1.

В результате мы получили декомпозицию задачи $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$

$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = f(\nu(w_1, w_2, w_3), \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5), x_3, x_4, x_5)$.

Будем предполагать, что наши признаки сводятся к следующим пяти признакам, имеющим значения 0 – «доброкачественный», 1 – «рак»:

x_1 – [количество и объем, занятый кальцинозами];

x_2 – [форма и плотность кальцинозов];

x_3 – [ориентация протоков];

x_4 – [сравнение с предыдущей экспертизой];

x_5 – [ассоциированные результаты исследования].

49. Свойство монотонности

Если радиолог правильно диагностировал набор (10100) как злокачественный, то, используя свойство монотонности, мы можем также заключить, что клинический случай (10110) также должен быть злокачественным.

Медику-эксперту представили идеи относительно монотонности функций, как было определено выше. Кроме того, диалог, который следовал, подтверждал законность этого предположения. Точно так же функция $x_2 = \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$ для x_2 была подтверждена как монотонная Булева функция.

Булева функция – компактное представление набора диагностических правил. Булева дискриминантная функция может быть представлена в форме множества ЕСЛИ–ТО правил.

Таким образом, **основными шагами извлечения правил из медика-эксперта** являются следующие:

– разработать иерархию понятий и представить их как ряд монотонных Булевых функций;

– восстановить каждую из этих функций с минимальной последовательностью вопросов эксперту;

– объединить обнаруженные функции в полную диагностическую функцию;

– представить полную функцию как традиционный набор простых диагностических правил вида: *Если A и B и … F TO Z.*

Опишем восстановления каждой монотонной Булевой функции с минимальной динамической последовательностью вопросов.

Эта последовательность основана на фундаментальной лемме Hansel [108]. т. е. минимальное количество вопросов обязано восстанавливать самую сложную монотонную Булеву функцию с n аргументами.

Табл. иллюстрирует процедуру.

Столбцы 3 и 4 представляют собой значения определенных выше функций f и ψ. Мы опускаем восстановление функции $\nu(w_1, w_2, w_3)$, потому что нужно немного вопросов для восстановления этой функции.

В таблице первый вопрос: «Представляет ли последовательность (01100) доброкачественный случай?» Здесь, $x_1 = 0$ и $(01100) = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$. Если ответ «да» (1), то следующий вопрос будет о доброкачественности случая (01010). Если ответ «нет» (0), то следующий вопрос будет о доброкачественный для случая (11100).

Все 32 возможных случая с пятью бинарными признаками $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ представлены в столбце 1 табл. Они сгруппированы в группы называемыми цепями Hansel.

Таблица. Динамическая последовательность интервью с экспертом

Дело	f Рак	ψ Форма и плотность кальцинозов	Монотонное удлинение		Цепь	Дело
			1→ 1	0→ 0		
1	3	4	5	6	7	8
(01100)	1*	1*	1.2;6.3;7.3	7.1;8.1	Цепь 1	1.1
(11100)	1	1	6.4;7.4	5.1;3.1		1.2
(01010)	0*	1*	2.2;6.3;8.3	6.1;8.1	Цепь 2	2.1
(11010)	1*	1	6.4;8.4	3.1;6.1		2.2
(11000)	1*	1*	3.2	8.1;9.1	Цепь 3	3.1
(11001)	1	1	7.4;8.4	8.2;9.2		3.2
(10010)	0*	1*	4.2;9.3	6.1;9.1	Цепь 4	4.1
(10110)	1*	1	6.4;9.4	6.2;5.1		4.2
(10100)	1*	1*	5.2	7.1;9.1	Цепь 5	5.1
(10101)	1	1	7.4;9.4	7.2;9.2		5.2
(00010)	0	0*	6.2;10.3	10.1	Цепь 6	6.1
(00110)	1*	0*	6.3;10.4	7.1		6.2
(01110)	1	1	6.4;10.5			6.3
(11110)	1	1	10.6			6.4
(00100)	1*	0*	7.2;10.4	10.1	Цепь 7	7.1
(00101)	1	0*	7.3;10.4	10.2		7.2

(01101)	1	1*	7.4;10.5	8.2;10.2		7.3
(11101)	1	1	5.6			7.4
(01000)	0	1*	8.2	10.1	Цепь 8	8.1
(01001)	1*	1	8.3	10.2		8.2
(01011)	1	1	8.4	10.3		8.3
(11011)	1	1	10.6	9.3		8.4
(10000)	0	1*	9.2	10.1	Цепь 9	9.1
(10001)	1*	1	9.3	10.2		9.2
(10011)	1	1	9.4	10.3		9.3
(10111)	1	1	10.6	10.4		9.4
(00000)	0	0	10.2		Цепь 10	10.1
(00001)	0*	0	10.3			10.2
(00011)	1*	0	10.4			10.3
(00111)	1	1*	10.5			10.4
(01111)	1	1	10.6			10.5
(11111)	1	1				10.6
Вопросов	13	12				

Чтобы строить цепи, представленные в табл. (с пятью измерениями, например x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 или y_1, y_2, y_3, y_4, y_5), используется последовательный процесс.

Каждый шаг порождения цепи состоит в использовании текущей i–размерной цепи и построения (i + 1)-размерной цепи. Поколение цепей для следующего измерения (i + 1) появляется в результате следующего процесса.

- Мы клонируем i–пространственную цепь, например, имея 1-мерную цепь (0) < (1) мы производим ее копию: (0) < (1).
- После этого мы наращиваем цепь добавляя второе измерение.
- Цепь 1 : (00) < (01).
- Цепь 2 : (10) < (11).
- Затем мы отделяем главный случай (11) от цепи 2 и добавляем его в качестве головы к цепи 1, создавая две 2-мерные цепи:

  Новая цепь 1 – (00) < (01) < (11) и

Новая цепь 2 – (10).

- Затем снова клонируем цепи и добавляем 0 и 1. Получим:

(000) < (001) < (011) и
(100) < (101) < (111) и
(010) < (110)

- Отделяем главный случай:

(000) < (001) < (011) < (111)
(100) < (101)
(010) < (110)

- Продолжаем процесс клонирования:

(0000) < (0001) < (0011) < (0111)
(1000) < (1001) < (1011) < (1111)
(0100) < (0101)
(1100) < (1101)
(0010) < (0110)
(1010) < (1110)

- Отделяем главный случаи:

(0000) < (0001) < (0011) < (0111) < (1111)
(1000) < (1001) < (1011)
(0100) < (0101) < (1101)
(1100)
(0010) < (0110) < (1110)
(1010)

- Продолжаем процесс клонирования:

(00000) < (00001) < (00011) < (00111) < (01111)
(10000) < (10001) < (10011) < (10111) < (11111)
(01000) < (01001) < (01011)
(11000) < (11001) < (11011)
(00100) < (00101) < (01101)
(10100) < (10101) < (11101)
(1100) < (1100)
(0010) < (0110) < (1110)

(0010) < (0110) < (1110)

(1010) < (1010)

- Отделяем главный случаи:

(00000) < (00001) < (00011) < (00111) < (01111) < (11111)

(10000) < (10001) < (10011) < (10111)

(01000) < (01001) < (01011) < (11011)

(11000) < (11001)

(00100) < (00101) < (01101) < (11101)

(10100) < (10101)

(01100) < (11100)

(00010) < (00110) < (01110) < (11110)

(10010) < (10110)

(01010) < (11010)

- Группируем в цепи:

Цепь 1: (01100) < (11100)

Цепь 2: (01010) < (11010)

Цепь 3: (11000) < (11001)

Цепь 4: (10010) < (10110)

Цепь 5: (10100) < (10101)

Цепь 6: (00010) < (00110) < (01110) < (11110)

Цепь 7: (00100) < (00101) < (01101) < (11101)

Цепь 8: (01000) < (01001) < (01011) < (11011)

Цепь 9: (10000) < (10001) < (10011) < (10111)

Цепь 10: (00000) < (00001) < (00011) < (00111) < (01111) < (11111)

Табл. представляет результат этого процесса.

Цепи пронумерованы от 1 до 10, каждый случай имеет свой номер в цепи.

Например, 1.2 означает второй случай в первой цепи.

*Знак « * » в столбцах 2, 3 и 4 маркируют ответы, полученные от эксперта.*

Например, 1* для случая (01100) в столбце 3 означает, что эксперт ответил «да».

Остающиеся ответы для той же самой цепи в столбце 3 автоматически получены, используя монотонность. Признак $f_1(01100) = 1$ для случая 1.1 расширен для случаев 1.2, 6.3. и 7.3.

Аналогично вычисляются значения третьей монотонной Булевой функции ψ, используя таблицу. Признаки в последовательности (10010) интерпретируются как y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 вместо x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 которые использовались для f_1 и f_2. Цепи Hansel те же самые, так как количество признаков то же самое.

В столбцах 5 и 6 выписаны случаи, расширяющие значения функций, без опроса эксперта. Столбец 5 предназначен для расширения значений функции с 1 до 1, столбец 6 для расширения значений с 0 до 0.

Если бы эксперт дал противоположный ответ ($f(01100) = 0$) по сравнению с представленным в табл. для функции f и случая 1.1 (01100), то значения 0 могут быть расширены в столбце 2 для случаев 7.1 (00100) и 8.1 (01000). Эти случаи перечислены в столбце 6 для случая (01100). Тогда нет необходимости спрашивать эксперта о случаях 7.1 (00100) и 8.1 (01000).

Общее количество случаев со знаком « * » для столбцов 3,4 равны соответственно 13 и 12.

Эти количества показывают, что 13 вопросов необходимы для восстановления функции f от x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и 12 вопросов необходимы для восстановления функции ψ от y_1, y_2, y_3, y_4, y_5. Это только 37.5 % из 32 возможных вопросов.

Полное восстановление функции f с 11 аргументами без оптимизации процесса интервью потребовало бы до $2^{11} = 2048$ вопросов к медику-эксперту.

Иерархия уменьшает максимальное количество вопросов для восстановления монотонных Булевых функций.

50. Обнаружение диагностических правил на данных

Правила были извлечены с использованием 156 случаев (73 злокачественный, 77 доброкачественный, 2 очень подозрительны и 4 со смешанным диагнозом).

Таблица 3. **Примеры извлеченных диагностических правил**

Диагностическое правило	F-критерий		Значение F-критерия			Точность диагноза на контроле
			0.01	0.05	0.1	
IF NUMber of calcifications per cm^2 is between 10 and 20 AND VOLume > 5 cm^3 THEN Malignant	NUM VOL	0.0029 0.0040	+ +	+ +	+ +	93.3%
IF TOTal # of calcifications >30 AND VOLume > 5 cm^3 AND DENSITY of calcifications is moderate THEN Malignant	TOT VOL DEN	0.0229 0.0124 0.0325	- - -	+ + +	+ + +	100.0%
IF VARiation in shape of calcifications is marked AND NUMber of calcifications is between 10 and 20 AND IRRegularity in shape of calcifications is moderate THEN Malignant	VAR NUM IRR	0.0044 0.0039 0.0254	+ + -	+ + +	+ + +	100.0%
IF variation in SIZE of calcifications is moderate AND Variation in SHAPE of calcifications is mild AND IRRegularity in shape of calcifications is mild THEN Benign	SIZE SHAPE IRR	0.0150 0.0114 0.0878	- - -	+ + -	+ + +	92.86%

Мы рассмотрели три уровня 0.7, 0.85 и 0.95.

Более высокий уровень условной вероятности **уменьшает количество правил и диагностированных пациентов**, но увеличивает точность диагноза.

Было обнаружено 44 статистически значительных диагностических правила при 0.05 уровне F-критерия с условной вероятностью, не меньшей, чем 0.75.

Было обнаружено 30 правил с условной вероятностью, не меньшей, чем 0.85.

Было обнаружено 18 правил с условной вероятностью, не меньшей, чем 0.95.

Точность диагноза по правилам с условной вероятностью, не меньшей, чем 0.75 при скользящем контроле – 82 %. Ошибка первого рода была 6.5 % (9 злокачественных случаев были диагностированы как доброкачественные); ошибка второго рода была 11.9 % (16 доброкачественных случаев были диагностированы как злокачественные).

Точность диагноза по правилам с условной вероятностью, не меньшей, чем 0.85 дали точность 90 %,

Точность диагноза по правилам с условной вероятностью, не меньшей, чем 0.95 дали точностью 96.6 %, только с тремя ошибками второго рода (3.4 %).

51. Извлечение правил из монотонных Булевых функций

Мы получили Булево выражение для формы и плотности кальциноза $x_2 = \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5)$ из информации в столбцах 1 и 4, следуя следующим шагам:

i) найти все максимальные нижние единицы для цепей в виде элементарных конъюнкций;

ii) исключить избыточные термины (конъюнкции) из окончательной формулы.

Таким образом, из столбца 4 мы получим

$x_1 = \nu(w_1, w_2, w_3) = w_2 \vee w_1w_3;$

$x_2 = \psi(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) =$

$y_2y_3 \vee y_2y_4 \vee y_1y_2 \vee y_1y_4 \vee y_1y_3 \vee y_2y_3y_5 \vee y_2 \vee y_1 \vee y_3y_4y_5 =$

$y_2 \vee y_1 \vee y_3y_4y_5.$

Из столбца 3 мы получим компоненты функции от переменных x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 следующим образом:

$$f(x) = x_2x_3 \vee x_1x_2x_4 \vee x_1x_2 \vee x_1x_3x_4 \vee x_1x_3 \vee x_3x_4 \vee x_3 \vee x_2x_5 \vee x_1x_5 \vee x_4x_5 =$$

$$x_1x_2 \vee x_3 \vee (x_2 \vee x_1 \vee x_4)x_5 =$$

$$(w_2 \vee w_1w_3)(y_1 \vee y_2 \vee y_3y_4y_5) \vee x_3 \vee (y_1 \vee y_2 \vee y_3y_4y_5) \vee (w_2 \vee w_1w_3 \vee x_4)x_5.$$

52. Сравнение экспертных и извлеченных из данных правил. Комментарии радиолога.

ЕСЛИ общее количество кальцинозов > 30

И объем > 5 см^3

И плотность кальцинозов умеренна,

ТО злокачественная.

F-критерий значим при уровне 0.05. Точность диагноза на контроле – 100%.

Комментарий радиолога **–** это правило обещающее, но я считаю это рискованным.

ЕСЛИ изменение в форме кальцинозов отмечено

И количество кальцинозов между 10 и 20

И неисправность в форме кальцинозов умеренна,

ТО – злокачественная.

F-критерий значим при уровне 0.05. Точность диагноза на контроле – 100%.

Комментарий радиолога **–** я доверял бы этому правилу.

ЕСЛИ изменение в размере кальцинозов умеренно

И изменение в форме кальцинозов умеренно

И неисправность в форме кальцинозов умеренна,

ТО – доброкачественная.

F-критерий значим при уровне 0.05. Точность диагноза на контроле – 92.86%.

Комментарий радиолога – я доверял бы этому правилу.

X. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ РАБОТЫ МОЗГА

1. Принципы и основания естественнонаучных теорий.

Теории и принципы. **Метод исследования работы мозга, основанный на принципах**. Зададимся вопросом, каким образом можно разобраться в огромной совокупности различных теорий, занимающихся исследованиями работы мозга? Поскольку работа мозга многогранна, то в различных теориях она описывается с разных точек зрения, в разных системах понятий и поэтому эти теории, как правило, несовместимы между собой. Например, такая ситуация имеет место для теорий восприятия. Достаточно образно она выражена А. Д. Логвиненко в предисловии к переводу книги [44]: «Первое знакомство с теориями восприятия производит обескураживающее впечатление. Прежде всего, ошеломляют обилие теорий, их эклектическая пестрота и порой почти полная несовместимость. Тех, у кого достанет терпения разобраться в этом чудовищно запутанном нагромождении идей, подходов, направлений и т. п., ожидает еще один сюрприз. Оказывается, что никакой теории восприятия нет, и никогда не было. Были более или менее удачные идеи, но не было ни одной достаточно развитой теории».

Теории различны по вполне естественным причинам: у них различны системы понятий (онтологии), определяющие как бы «срез», «точку зрения», сквозь которую рассматривается объект исследования, у них различны априорные предположения, методы исследования, а также используемые вспомогательные теории и методы, и т. д. Все это составляет исходный *базис естественнонаучной теории (парадигму)*, определяющий предмет исследования, начальную естественнонаучную теорию и дальнейшее направление исследований. Развитие естественнонаучной теории осуществляется в рамках данной парадигмы и состоит в уточнении и развитии этого базиса: выдвигаются и проверяются новые гипотезы, формулируемые в системе понятий; теория развивается добавлением подтвержденных гипотез; делаются и экспериментально проверяются новые следствия теории и т. д. После накопления достаточного количества фактов делаются обобщения в виде новых *постулатов, принципов, аксиом, уравнений* и т. д. Эти обобщения, как правило, делаются одновременно с введением новых достаточно абстрактных понятий (теоретических терминов). Процесс обобщения доходит в результате до достаточно абстрактных и, как правило, простых постулатов, принципов, аксиом или уравнений, из которых могут выводиться все остальные или, по крайней мере, основные утверждения теории. Такие обобщения мы будем называть *принципами.*

Принципами теории будем называть такие наиболее общие утверждения теории, из которых вытекают все остальные наиболее важные утверждения этой теории, т. е. принципом должно быть такое общее утверждение (постулат, аксиома, уравнение) теории, из которого выводится почти вся теория. Если теория выводится из некоторого принципа, то такую теорию будем называть *теорией-принципом*.

Традиционно считается, что теория, развиваемая в рамках некоторой парадигмы, дает «картину» объектов исследования согласующуюся со своим базисом. Но это не так. Как правило, точный анализ принципа (в частности, математический) вступает в противоречие с базисом теории, и это не случайно. Дело в том, что в принципах теории удается подняться над теми частностями в предположениях, методах исследования, используемом аппарате и т. д., которые были сделаны в процессе создания теории, и тем самым приблизиться к истине. В психологии, например, хорошо известно, что восприятие осуществляется от целого к частному. Восприятие деталей и частностей направляется и корректируется восприятием целого. То же самое происходит и с теориями. Если теория развилась до теории-принципа, то последняя ближе к «истине». Теоретические понятия, для того и вводятся в теорию, чтобы углубить «точку зрения», «картину» объекта исследования и проникнуть в глубь него, в его суть. Если при этом основания (базис) теории вступает в противоречие с теорией-принципом, то надо менять основания, а не принципы. Однако никто не считает (за редчайшим исключением), что принципы важнее оснований**,** поэтому найденное противоречие не принимается научным сообществом, так как это требует пересмотра оснований и, значит, существующей парадигмы. Поскольку парадигма важнее принципов и её пересмотр – это целая «научная революция», то противоречие между базисом и теорией-принципом рассматривается как *парадокс*, которому не придают должного значения. Можно показать на множестве примеров, что надо действовать наоборот – пересматривать базис теории. Такой пересмотр и называется «*научной революцией*». Такой путь развития теории, когда ищутся принципы, потом выводиться теория-принцип, а затем производится «научная революция», путем пересмотра оснований, был бы регулярным методом развития теорий, включающим, как развитие теории в рамках одной парадигмы, так и смену парадигм.

Примером принципа в физике является принцип феноменологической симметрии Ю. И. Кулакова [61, 62, 64], из которого выводятся практически все фундаментальные физические законы, классификация физических законов и физические величины. Этот вывод требует пересмотра определений целого ряда физических понятий. В математике таким принципом является понятие задачи [49, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**]

(включающее не только определение Задачи, но и требования к ней), сформулированное Ю. Л. Ершовым и К. Ф. Самохваловым, из которого вытекает новый взгляд на основания математики и необходимость пересмотра программы Д. Гильберта обоснования математики.

Теперь можно сформулировать *метод исследования*, который позволит найти принцип работы мозга и его формальную модель.

Теории-принципы обладают одним важным свойством: они позволяют устанавливать между собой *концептуальные мосты*. Если принцип некоторой теории-принципа интерпретируем в системе понятий некоторой другой теории-принципа, то и вся теория-принцип, выводимая из данного принципа, интерпретируема в системе понятий этой теории. Тем самым устанавливается концептуальный мост между этими теориями. Если принципы двух теорий-принципов выражают некоторое общее ключевое понятие или принцип, то в этом случае, как принципы, так и теории взаимно интерпретируемы или одна из теорий «вложима» в другую. Это позволяет осуществлять *синтез различных теорий через их принципы*, что невозможно сделать, используя только исходные теории.

Прийти к пониманию *принципа работы мозга* по-видимому можно только путем синтеза различных теорий через их принципы. При этом сначала следует выделить соответствующие принципы в рассматриваемых теориях (если они ещё не выделены). Затем привести эти теории к теориям-принципам с взаимно интерпретируемыми принципами. Если некоторый принцип окажется интерпретируем в подходящей математической теории, то мы получим формализацию соответствующей теории. В этом случае формализуется не только принцип, но и вся теория-принцип путем получения всех следствий из принципа. Обратная интерпретация формализации в исходную теорию может быть проверена на адекватность путем проведения экспериментов, что предъявляет значительно более сильные требования к формализации. Как показывают существующие примеры, построение математической теории-принципа – дело очень не тривиальное. Такой путь исследования ещё не осознан, и данная работа является попыткой демонстрации его эффективности.

В работе показано, что можно осуществить синтез некоторых теорий-принципов вместе с их формализациями в виде математических теорий-принципов. В синтезированной формальной теории исходные теории являются подтеориями. В синтезированную формальную теорию могут вкладываться не только исходные теории, но и некоторые другие теории-принципы вместе с их формальными теориями, принципы которых интерпретируемы в этой теории. Синтез принципов даёт нам ещё более полный принцип работы мозга. Данный путь исследования и предпринят в работе для нахождения некоторых принципов работы мозга.

Целеполагание как принцип работы мозга [24]. В работах [46, 49, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**] было показано, что существующие проблемы в основаниях математики (программа Гильберта обоснования математики) связаны с отсутствием понятия задача. *Задача* определена тогда и только тогда, когда у нас есть критерий решённости задачи – критерий проверки действительно ли предъявленное решение является решением задачи или нет. В этих работах показано, что рассмотрение математических исчислений самих по себе недостаточно. Их необходимо рассматривать вместе с классами задач, для решения которых они необходимы: «одна и та же теория как математическое исчисление содержательно будет иметь разные множества осмысленных высказываний, если она предназначена для обработки разных классов задач» [49]. Поэтому понятие «задача» является необходимым элементом рассмотрения любой математической теории и в этом смысле является их принципом рассмотрения: «Иными словами, математическая теория рассматривается просто как «резервуар» для более «бедных» формальных систем, по отдельности «извлекаемых» из всей теории в зависимости от той или иной имеющейся задачи» [49]. Таким образом, мы имеем принцип рассмотрения и применения математических исчислений. Этот принцип в работе [49] формализован и математически проанализирован. Задача осмысленна тогда и только тогда, когда есть критерий ее решённости. В математических теориях таким критерием обычно считается наличие доказательства решения задачи. Но этот критерий мы можем применить только тогда, когда в рамках самой формальной системы мы имеем как доказательство решения задачи так и возможность убедиться средствами самой этой системы, что данное доказательство действительно является решением задачи. В работе [49] доказано, что только в «слабых» формальных системах мы можем средствами самой формальной системы определить, является ли некоторый текст доказательством решения задачи или нет. Тем самым только в «слабых» формальных системах доказательство решения задачи может быть критерием ее решённости.

П. К. Анохин также говорит о понятии задача: «Когда человек решил *задачу*, на каком основании он убежден, что решение правильно? Параметры правильности решения должны быть определены заранее, ведь неудачи коллег дали ему опыт «нерешенности» и позволили определить, что именно он будет считать решением. Следовательно, он не предвидел результата, но он предвидел, каким условиям должно удовлетворять решение» [3; с. 13].

Установим *концептуальный мост* между математической теорией [46, 49, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**] и теорией функциональных систем работы мозга П. К. Анохина. Можно заметить, что обобщением понятия задача, является понятие *Цель*. Цель нельзя достичь, не имея критерия ее достижения, иначе всегда можно считать, что цель уже достигнута. Когда цель достигнута, мы имеем *результат* достижения цели, в которой «достижение» цели определено некоторым критерием. Понятие *Результат* является главным в теории функциональных систем работы мозга. Как отмечает П. К. Анохин, отсутствие понятия результата как критерия достижения цели является большим пробелом в исследованиях: «Пожалуй, одним из самых драматических моментов в истории изучения мозга как интегративного образования является фиксация внимания на самом действии, а не на его результатах... мы можем считать, что результатом «хватательного рефлекса» будет не само хватание как действие, а та совокупность афферентных раздражений, которая соответствует признакам «схваченного» предмета (результата действия)» [83, с. 27]. Как мы увидим, это требует своей специальной системы понятий не рассматриваемой в других теориях.

На понятии результата и иерархии результатов, достигаемых в процессе целенаправленного поведения, основана вся теория функциональных систем П. К. Анохина и его школы. Задача любого организма – это достижение определенных результатов в целенаправленном поведении. Таким образом, через понятия «задача» и «цель» устанавливается концептуальный мост между понятием «задача» в математических теориях и теорией функциональных систем. Взаимная интерпретация этих теорий осуществляется в разделе 2. Формальной моделью работы мозга, вытекающей из этой интерпретации, является последовательность и иерархия «слабых» формальных систем.

Принцип опережающего отражения действительности и вероятностное прогнозирование как принцип предсказания [5, 25–26]. Сама возможность прогнозирования и предсказания следует из установленного П.К. Анохиным принципа опережающего отражения действительности: «сложилась одна универсальная закономерность в приспособлении организмов к внешним условиям, которая в дальнейшем бурно развивалась на протяжении всей эволюции живого мира: в высшей степени быстрое отражение медленно развертывающихся событий внешнего мира» [5]. Алексей Кречмер предложил физическую интерпретацию принципа опережающего отражения действительности[1].

---

[1] **Физическая модель прогноза**. Единственным объяснением феномена предвиденья или прогноза, может быть только модель, в которой к интеллектуальному приемнику энергия приходит по каналам с разной скоростью. Доказательство данного тезиса строится из нескольких утверждений: (1) весь мир это потоки энергий; (2) существует множество уровней в потоках энергии, которые обладают разной

Принцип опережающего отражения действительности уточняется и проявляется в понятии «вероятностного прогнозирования» введённого Фейгенбергом [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**] и использованного П. В. Симоновым в информационной теории эмоций [80]. В своей работе П. В. Симонов следующим образом подводит итог своих исследований: «Суммируя результаты собственных опытов и данные литературы, мы пришли … к выводу о том, что эмоция есть отражение мозгом человека и животных какой-либо актуальной **потребности** (её качества и величины) и **вероятности** (возможности) её удовлетворения... ». Понятия вероятностного прогнозирования и вероятности являются главными в теории эмоций П. В. Симонова. На них построена вся теория, и в этом смысле они являются принципами этой теории.

Предсказание является термином философской логики. В [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**] показано, что введенное К.Поппером понятие предсказания не работает для индуктивно выведенных теорий в том числе для знаний (навыков), полученных в процессе обучения. В работах [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**] дается другая формализация предсказания, применимая к индуктивным теориям. Если понятие предсказания, сформулированное в [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**], проинтерпретировать в терминах вероятностного прогнозирования и вероятности информацион-

---

силой и скоростью (акустический и оптический и т.д); (3) существует возможность унификации энергий из разных потоков по параметрам сила и время (рецепторы); (4) унифицированные сигналы могут изменять проводящую структуру образования (синапс Хебба). Доказательство достаточно просто. **Модель**. Потоки энергии от источников обладают разной скоростью, силой и уровнями (модальности). Эти потоки попадают на различные рецепторы, где они преобразуются в унифицированный сигнал. Поскольку от одних и тех же источников сигнал (раздражитель) приходит с разной скоростью и на разные рецепторы, то появляется возможность их унификации и построения картины закономерностей прихода разномодальных сигналов. Остается только запомнить эту динамическую картину. Но, согласно четвертому утверждению, при сочетании унифицированных сигналов, происходит изменение проводимости внутри интеллектуального образования, то есть изменение структуры. А это, в свою очередь, при повторном появлении набора таких сигналов вызывает ответную реакцию, которая выражается в подготовке к приему следующих сигналов. Отсюда, цель и результат «деятельности» есть интегрированная оценка состояния границы системы. И тогда феномен прогноза – это предсказание изменения границы системы, а его модель или физический смысл – сопоставление (сравнение, оценка) потоков энергии по разноскоростным каналам.

ной теории эмоций П. В. Симонова, то мы получим *концептуальный мост* (см. разделы 5-6) между формализацией предсказания и информационной теорией эмоций П. В. Симонова. Используя этот концептуальный мост, мы получим интерпретацию понятия предсказания не только в теории эмоций П. В. Симонова, но и, через принцип опережающего отражения действительности, в теории функциональных систем работы мозга П. К. Анохина.

В разделах 6-7 оба принципа целеполагания и предсказания синтезируются в один – ГЦО-принцип работы мозга (ГЦО – Главная Цель Организма). Он состоит в том, что главная движущая сила любого целенаправленного поведения – эмоции – двухпараметричны. Они зависят как от эмоциональной оценки достигаемого результата, так и от вероятностной оценки *возможности* достижения результата. Это отражено, например, в вышеприведенном высказывании П. В. Симонова, где первым параметром является эмоциональная оценка потребности, которая является внутренней постановкой цели организмом, а вторым параметром – вероятность её достижения.

Синтез двух принципов и его интерпретация в двух физиологических и двух математических теориях позволяет вывести новую формальную модель нейрона (раздел 8) и формальную модель работы мозга на нейронном уровне (разделы 9-10). Полученная модель позволяет объяснить практически все свойства теории функциональных систем П. К. Анохина (раздел 11).

2. Понятия задачи, цели и результата.

Анализ понятия «задача» начинается в [49] с анализа понятия желания. Несмотря на то, что рассуждения в приводимой ниже цитате могут показаться слишком общими, математический результат, полученный в работах [49, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**], является непосредственной и точной формализацией приведенных ниже рассуждений.

««Я хочу пить» – что это значит? Нет, конечно, никакой ошибки полагать, что слова «я хочу пить» означают просто вот *это*, где *это* – определенное состояние сознания, которое я переживаю сейчас и которое я именую жаждой. Но тогда возникает новый вопрос: как ощущение жажды (хотения) связано с фактическим питьем (удовлетворением хотения)? Откуда я знаю, что удовлетворить жажду можно питьем? Содержится ли в самом переживании жажды сознание того, чем эту жажду можно удовлетворить? Вполне вероятно, что ощущение жажды как-то включает в себя воображаемую картину питья. Но тогда каким образом воображаемое питье содержит информацию о фактическом питье? Ведь как бы сильно не походила воображаемая картина на факты, все равно в фактическом питье что-то должно быть такое, чего недоставало в воображаемом; и это отсутствующее в воображении нечто и есть в данном случае самое существенное. Иначе мы могли бы утолить жажду сразу – одним воображением... Возникает убеждение, что и вообще: удовлетворение любого желания – новость. Причем в чем-то самом существенном – абсолютная новость, эмпирический постфактум, который ни в коем случае не был дан заранее. А вместе с тем столь же несомненно, что, когда я хочу не просто чего-то «новенького вообще», а хочу чего-то определенного; что, следовательно, это «чего-то» каким-то образом предопределяется характером ощущения желания, не будучи данным мне до тех пор, пока я только хочу и еще не удовлетворил свое хотение... *Знать желание не означает знать желаемое, а означает знать способность узнать желаемое*, как только этому представится случай. Иными словами, вы понимаете какое-либо свое желание (а не просто «томитесь» им) только тогда, когда этому желанию вы сопоставили чувство уверенности в том, что любое будущее состояние сознания вы сумеете убедительным и безошибочным образом распознать как состояние удовлетворения желания или состояние неудовлетворения... Хотя (следует еще раз подчеркнуть) при этом я не обязательно знаю, *чем* это утоление будет достигнуто. По прошлому опыту ожидаю, что водой, но, быть может, какая-нибудь таблетка тоже утолит мою жажду» [49].

Полученный в [49] вывод о том, что «знать желание не означает знать желаемое, а означает знать способность узнать желаемое» позволяет сформулировать понятие задачи: «Любую задачу можно мыслить себе в терминах: «Я хочу знать...» ... Поэтому задача – частный случай желания и все сказанное о последнем относится также и к ней. А именно мы понимаем задачу только тогда, когда ей сопоставили обоснованное чувство уверенности в том, что всякое состояние нашего сознания мы сумеем убедительным и безошибочным образом распознать как такое, когда решение найдено, или как такое, когда решение не найдено» [Там же]. Заметим, что если последнее условие не выполнено, то задача не требует решения, так как тогда любое состояние сознания можно считать решением.

Предположим, что у нас есть некоторый текст. Представляет ли он собой «убедительное и безошибочное» изложение решения задачи? В математических теориях принято считать, что «обоснованное чувство уверенности» в том, что изложение решения задачи действительно является её решением должно возникать только тогда, когда это изложение является доказательством решения задачи**.** Доказательство позволяет ввести формальный критерий наличия решения задачи для «распознавания, когда решение найдено или не найдено». Поэтому мы имеем *математическую задачу* только тогда**,** когда у нас есть обоснованное чувство уверенности в том, что всякое состояние нашего сознания мы сумеем убедительным и безошибочным образом распознать, как такое когда мы имеем доказательство решения задачи или у нас отсутствует доказательство решения задачи. Предположим, что наши состояния сознания вместе с доказательствами можно формализовать в рамках некоторой формальной системы S. Зададимся вопросом: позволяет ли эта формальная система для любого текста средствами самой формальной системы S определить, является ли он доказательством решения задачи или нет? Если такая формальная система существует, то это означает, что она может служить формальной моделью для постановок и решения математических задач. Этот вопрос и был формально проанализирован в [49]. Было доказано, что только в «слабых» формальных системах мы в состоянии средствами самой формальной системы всегда определить, является ли некоторый текст доказательством решения некоторой задачи или нет.

Понятие задачи позволило её авторам сформулировать новый подход к основаниям математики [49, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**], состоящий в радикальном изменении программы Гильберта обоснования математики. Опишем кратко, в чем, по мнению авторов, должен состоять пересмотр программы Гильберта: «Как известно, Гильберт считал, что, вообще говоря, не все высказывания какой-либо математической теории имеют смысл. При этом неявно он предполагал, что разбиение множества всех высказываний рассматриваемой теории на осмысленные («реальные») и бессмысленные («идеальные») вполне определяется видом самих высказываний и, следовательно, является фиксированным для всех теорий с одним и тем же синтаксисом и сигнатурой. *Согласно новой парадигме*, это разбиение на осмысленные и бессмысленные высказывания зависит не только от синтаксиса и сигнатуры рассматриваемой теории, но и от класса задач, с которым предназначается иметь дело этой теории. С этой точки зрения, одна и та же *теория как математическое исчисление* содержательно будет иметь разные множества осмысленных высказываний, если она предназначена для обработки разных классов задач. Иными словами, математическая теория рассматривается просто как «резервуар» для более «бедных» формальных систем, по отдельности «извлекаемых» из всей теории в зависимости от той или иной имеющейся задачи. Сама по себе, безотносительно к возможным задачам (и, следовательно, безотносительно к своей роли быть упомянутым «резервуаром»), теория не имеет практического значения, и поэтому не представляет самостоятельного интереса вопрос, противоречива она в целом или нет».

Но нас интересуют не только математические задачи. Рассмотрим ещё раз формулировку понятия задачи: «Мы понимаем *задачу* только тогда, когда ей сопоставили обоснованное чувство уверенности в том, что всякое состояние нашего сознания мы сумеем убедительным и безошибочным образом распознать как такое, когда решение найдено, или как такое, когда решение не найдено». Переформулируем понятие задачи так, чтобы не апеллировать к состояниям сознания. Будем говорить, *что задача осмысленна* тогда и только тогда, когда мы имеем *критерий решённости задачи*, в том смысле, что для каждого предполагаемого решения мы в состоянии, применяя критерий, определить является ли оно решением или нет. Для математических задач таким критерием является возможность для любого текста определить: является ли он доказательством решения задачи или нет (это условие намного сильнее, чем просто предъявление доказательства).

После такой переформулировки, имеющей и самостоятельный интерес, уже нетрудно найти обобщение, связывающее его с работой мозга. Можно заметить, что обобщением понятия задачи, является понятие цели. *Цель нельзя достичь, не имея критерия ее достижения*, иначе всегда можно считать, что она уже достигнута. Хотеть чего-то – частный случай цели. Целью является удовлетворение моего желания. Как мы увидим из теории функциональных систем, каждая потребность организма ставит перед ним цель – удовлетворить данную потребность, при этом критерий достижения цели фиксируется соответствующим рецепторным аппаратом.

Определим *цель* через критерий её достижения. Мы ставим перед собой цель, когда определили критерий её достижения и убедились путем применения критерия, что цель ещё не достигнута. Такое определение цели позволяет определить *результат* достижения цели (решения задачи) как то, что удовлетворит критерий («акцептор результата») её достижения, когда цель будет достигнута или задача решена. Между понятиями цели (задачи) и результата имеется следующая связь: результат получен, когда цель достигнута и «срабатывает» критерий достижения цели. Но когда цель (задача) ставится и она еще не достигнута, мы имеем цель (задачу), но не имеем результата. Далее понятия цели и задачи, стоящей перед организмом, будут пониматься как синонимы. Их различное употребление будет связано только с тем, что они часто ассоциируются с разными словами.

Определение цели *парадоксально* с точки зрения здравого смысла, так как критерий достижения цели принципиально не требует никаких дополнительных знаний о том, как её достичь. В частности, *можно определить цель, не определяя, ни как её достичь, ни чем, ни когда*. Эту парадоксальность понятия цели назовем *парадоксом цели*. Как мы увидим из теории функциональных систем, мозг при целенаправленном поведении постоянно действует в условиях парадокса цели, определяя, чем, как и когда можно достичь цели, часто не зная этого заранее, а зная только параметры конечного результата.

Изложим далее теорию функциональных систем, показывая, во-первых, что понятие цели в нашем смысле лучше объединяет такие понятия как потребность, результат и цель и, во-вторых, объясняя, как мозг разрешает парадокс цели, определяя чем, как и когда можно достичь цели.

3. Теория функциональных систем работы мозга.

Понятие цели является центральным в теории функциональных систем, где анализируется физиологический механизм цели, целеполагания и целенаправленной деятельности. Решение сложных задач осуществляется мозгом, согласно теории функциональных систем (ТФС), путем организации «доминирования целей», «иерархии результатов (целей)» и «моделей результатов». Будем выделять цитаты П. К. Анохина или других авторов, внутри цитат из [83] символом « # » .

«Наиболее значительным, по нашему мнению, моментом (в истории развития понятия функциональной системы. – *Е.Е.*) является формирование понятия "*результат действия*" (в 1966 г.). П. К. Анохин теперь уже пишет о результатах действия как о самостоятельной физиологической категории» [83; с. 27].

Заметим, что именно так понимаемый результат действия является признаком достижения цели – схватить предмет, а критерием достижения цели является «совокупность афферентных раздражений, соответствующая признакам схваченного предмета» [83; с. 28]. Следовательно, понятие результата действия физиологически фиксирует критерий достижения цели и тем самым критерий решения организмом некоторой задачи. Драматическая ситуация в изучении мозга, о которой пишет П. К. Анохин, продолжается до сих пор, так как никакая другая теория, кроме теории функциональных систем, не исследует механизмы достижения результата. Тот факт, что все исследователи фиксируют внимание на самом действии, а не на его результатах, ещё раз говорит о парадоксальности понятий задачи и цели для здравого смысла. Заметим также, что под действием нужно понимать любое действие, в том числе перцептивное (движения глаз, настройку хрусталика и т. д.), т. е. любые действия, которые инициируются активностью мозга.

Кратко изложим теорию функциональных систем по монографии [83], в которой подводится итог работ П. К. Анохина и его школы. Прежде всего, рассмотрим каковы физиологические механизмы постановок целей организмом. Здесь наблюдается любопытная аналогия между физиологическими механизмами и математическим результатом, полученным в [49]. Как отмечено в работе [Там же] «математическая теория рассматривается просто как «резервуар» для более «бедных» формальных систем, по отдельности «извлекаемых» из всей теории в зависимости от той или иной имеющейся задачи. Сама по себе, безотносительно к возможным задачам (и, следовательно, безотносительно к своей роли быть упомянутым «резервуаром»), теория не имеет практического значения». В Теории Функциональных Систем (ТФС) «формальными системами» являются функциональные системы организма, формирующиеся для решения каждой стоящей перед организмом «математической теорией» задачи. Понятие функциональной системы является основным в ТФС, поэтому перейдем к его рассмотрению.

« # Функциональной системой мы называем комплекс нервных образований с соответствующими им периферическими рабочими органами, объединенный на основе выполнения какой-либо вполне очерченной и специфической функции организма. К таким очерченным функциям можно отнести, например, локомоцию, дыхание, глотание, плавание и т. д. # И далее: # Состав функциональной системы не может быть определен каким-либо анатомическим принципом. Наоборот, самые разнообразные «анатомические системы» могут принимать участие и объединяться на базе одновременного возбуждения при выполнении той или иной функции организма #» [83; с. 19].

Таким образом, единицами деятельности организма являются не отдельные органы, а функции организма. Выполнение какой-либо функции организма и есть задача деятельности организма. Поэтому теория функциональных систем является теорией решения организмом задач по выполнению своих функций.

Как мы знаем, задача (цель) осмысленна, если у нас есть критерий решения задачи. Функции организма также должны приводить к достижению тех целей, которые должны фиксироваться как полученный результат. Понятие результата является одним из основных понятий ТФС. «Основным постулатом теории функциональных систем является положение о том, что ведущим системообразующим фактором, организующим функциональную систему любого уровня организма, служит полезный для организма и системы в целом приспособительный результат. Именно результат благодаря постоянной обратной афферентации о его состоянии производит своеобразную «мобилизацию» центральных и исполнительных образований в функциональную систему» [83; с. 34–35].

Таким образом, единицы деятельности организма – функциональные системы – являются объединениями различных органов с целью достижения некоторых полезных для организма результатов и тем самым определяются этими результатами.

Достижение результата должно некоторым образом фиксироваться, так как результат есть срабатывание некоторого критерия достижения цели. Чем физиологически является критерий достижения цели? Физиологически он реализуется «специальным рецепторным аппаратом». «Каждая потребность, даже при незначительном отклонении жизненно важной функции от оптимального для метаболизма уровня (в чем, собственно, и состоит потребность. – Е.Е.), немедленно воспринимается специальными рецепторными аппаратами» [83; с. 43]. «Наличие рецепторов в каждой функциональной системе, «стоящих на страже» конечного приспособительного результата, является исходным пунктом в механизмах саморегуляции. Меньшее отклонение результата (физиологической константы организма – *Е.Е.*) от оптимального для метаболизма уровня вызывает меньшее возбуждение рецепторов и, соответственно, меньшую сигнализацию в нервную систему» [83; с. 43]. «Соотношение функций рецепторов с приспособительным результатом – это основной «узел саморегуляции». Соотношение между конечным результатом и рецептором напоминает тип комплементарных связей» [Там же; с. 44].

Таким образом, результатом и критерием его достижения является достижение оптимального уровня некоторой физиологической константы, который фиксируется специальным рецепторным аппаратом. Сигнализация этого рецепторного аппарата о получении результата (отсутствия отклонения от оптимального для метаболизма уровня) и означает достижение цели. Эта сигнализация называется обратной афферентацией, а процесс решения задачи принципом саморегуляции.

«...Сигнализация о потребности (возбуждение рецепторного аппарата при отклонении жизненно важной функции от оптимального для метаболизма уровня – *Е.Е.*) несет двоякую функцию. С одной стороны, она играет пусковую роль, возбуждая специальные аппараты саморегуляции, а с другой, она постоянно информирует эти же центры о результатах действий, совершенных функциональной системой. Поскольку эта сигнализация заключает в себе информацию о конечном результате и о его отклонениях от оптимального для метаболизма уровня или (его. – *Е.Е.*) восстановлении... она была названа обратной афферентацией» [Там же; с. 45]. «Любая функциональная система различного уровня организации строится по принципу саморегуляции...» [Там же; с. 37]. «Процесс саморегуляции всегда циклический и осуществляется по золотому правилу: всякое отклонение от жизненно важного уровня какого-либо физиологически значимого фактора служит сигналом к немедленной мобилизации многочисленных аппаратов соответствующей функциональной системы, вновь восстанавливающих этот жизненно важный приспособительный результат» [Там же; с. 37].

Принцип саморегуляции здесь более детально не определяется и, по существу, просто описывает постановку цели и ее достижение. Он не отвечает на вопросы, связанные с парадоксальностью цели: чем, как и когда можно достигнуть цели.

Теперь мы можем объяснить в рамках ТФС, как физиологически осуществляется постановка задач и целей организмом. Целью в ТФС является потребность организма. «Двоякая функция потребности» означает, что, во-первых, перед организмом ставится цель по восстановлению нарушенного метаболизма и, во-вторых, энергетически обеспечивается достижение цели путем возбуждения механизмов саморегуляции. Критерием достижения цели является получение обратной афферентации о восстановлении нормального уровня некоторого физиологически важного показателя. Если же нормальный уровень нарушен и обратная афферентация свидетельствует о неудовлетворенности критерия достижения цели, то возникает *потребность*, которая ставит перед организмом цель – удовлетворить соответствующую потребность. В этом случае цель и соответствующий критерий достижения цели:

ix) сигнализируют посредством обратной афферентации о не достижении цели, (об отсутствии нормального уровня некоторого показателя, что собственно и означает наличие потребности);

x) ставит цель, как ожидание получения сигнализации о восстановлении нормального уровня некоторого показателя и достижения результата;

xi) энергетически обеспечивают и фактически вынуждают организм достичь цели, возбуждая специальные аппараты саморегуляции.

Таким образом, *физиологическим механизмом целеполагания является возникновение потребности*. Таким образом, *потребность и есть цель*, которая ставится перед организмом. В ТФС понятия потребности и результата являются разными и не совсем связанными понятиями. В нашем определении потребности, как цели организма, понятия потребности и результата объединяются в одно понятие и результат всего лишь фиксация достижения цели – удовлетворения потребности.

Мы проинтерпретировали понятия цели в системе понятий ТФС. Теперь мы можем, используя многочисленные результаты ТФС, обогатить понятие цели, рассмотрев, *как* организм удовлетворяет свои потребности. Например, как взаимосвязаны между собой цели и результаты различных функциональных систем в процессе жизнедеятельности целого организма.

Как уже отмечалось, взаимодействие результатов и целей в ТФС осуществляется несколькими способами: по «принципу доминанты», «иерархией результатов» и «моделями результатов». Рассмотрим эти типы организации целей. Заметим, что такое рассмотрение не требует от нас разрешения парадокса цели и ответа на вопросы, как, чем и когда достигается цель. Эти рассмотрения, как это и делается в ТФС, могут ограничиться рассмотрением целей на уровне вход-выход, цель-результат или потребность – её удовлетворение).

Рассмотрим сначала «принцип доминанты». Этот принцип говорит о том, что две цели одновременно достигаться не могут, и это вполне естественно, так как разные цели имеют разные результаты и, значит, разные критерии срабатывания. «Поскольку метаболизм организма всегда многосторонен, общая метаболическая потребность организма часто многопараметрична, отражая тем самым различные стороны процесса обмена веществ... Однако всегда имеется ведущий параметр общей метаболической потребности – доминирующая потребность, наиболее важная для выживания особи, её рода или вида. Она возбуждает доминирующую функциональную систему и строит поведенческий акт, направленный на её удовлетворение. Удовлетворение ведущей потребности приводит к тому, что начинает доминировать другая важная для сохранения вида или рода потребность» [83; с. 40].

Тем самым наиболее важные для организма цели – доминирующие потребности всегда линейно упорядочены во времени. Рассмотрим, как функциональные системы взаимодействуют в некоторый данный момент времени. По отношению к доминирующей функциональной системе остальные функциональные системы выстраиваются в иерархию по принципу «иерархии результатов»: «… По отношению к каждой доминирующей функциональной системе все другие функциональные системы выстраиваются в определенном иерархическом порядке, начиная от молекулярного, вплоть до организменного и социально-общественного уровня. Иерархия функциональных систем... прежде всего, включает иерархическое взаимодействие результатов их действия, когда результат деятельности одной функциональной системы входит в качестве компонента в результат деятельности другой» [83; с. 54]. «Так, у голодного кролика доминирует функциональная система, деятельность которой направлена на поиск пищи. В это время другие функциональные системы, определяющие, например, кровяное давление, дыхание, выделение, направлены на лучшее обеспечение доминирующей пищедобывательной функциональной системы» [Там же; с. 54].

Рассмотрим подробнее, что представляет собой иерархия результатов. Например, если у кролика доминирует функциональная система добывания пищи, то целью является пища, а результатом – её поедание. В процессе деятельности этой функциональной системы усиленно расходуется кислород, уменьшается содержание питательных веществ в крови, увеличивается количество вредных веществ, получающихся в процессе обмена и требующих вывода из организма. … Все это приводит к сдвигу от нормального уровня целого ряда физиологических констант организма, что фиксируется рецепторами обратной афферентации целого ряда других функциональных систем. Это автоматически «включает» эти функциональные системы, целью которых является обеспечение нормального уровня этих физиологических констант и результатами которых является достижение соответствующего нормального уровня. Так доминирующая потребность в виде цели – добыть пищу активирует функциональные системы, целью которых является обеспечение нормального уровня, участвующих в достижении первой цели физиологических показателей.

Одновременно работающие функциональные системы одного уровня иерархии могут взаимодействовать друг с другом. «Для удержания полезного приспособительного результата на оптимальном для организма уровне... каждая функциональная система объединяет специальные периферические исполнительные аппараты... При этом нередко разные функциональные системы для достижения различных приспособительных результатов могут использовать одни и те же внутренние органы. Так, работа сердца может быть использована как для поддержания постоянного уровня кровяного давления, так и для обеспечения газообмена и т. д.» [Там же, с. 46, 47]. «В отличие от рецепторов результата, которые, как указывалось выше, обладают подчеркнутой специфичностью и консервативностью, другие элементы функциональных систем пластичны и могут гибко заменять друг друга. Внутри каждой функциональной системы для достижения полезного приспособительного результата имеются широкие возможности чрезвычайной взаимозаменяемости, взаимокомпенсации. При выходе из строя одного или нескольких компонентов функциональной системы обеспечение ее конечного приспособительного результата может осуществляться другими ее компонентами» [Там же; с. 48].

Пластичность функциональных систем ещё раз подчеркивает важность понятия цели, так как главное – достижение цели и получение результата, а каким образом он будет достигнут, это уже дело второстепенное.

4. Целенаправленная деятельность и парадокс цели в ТФС.

Функциональные системы можно условно разбить на две группы: требующие обращения к внешней среде для достижения результата и не требующие такого обращения. К первым относятся пищедобывательная функциональная система, активируемая голодом, функциональная система жажды, половая и т. д., ко вторым относятся функциональные системы пищеварения, выделения, кровяного давления и т. д. Понятно, что «результаты поведенческой деятельности, направленные на удовлетворение внутренних потребностей организма, могут рассматриваться как «подрезультаты» функциональных систем, обеспечивающих основные жизненно важные внутренние метаболические показатели» [83; с. 53]. Тем самым целенаправленная деятельность может рассматриваться как составная часть функциональных систем второго типа. Принципиальная разница между двумя типами функциональных систем с точки зрения понятия цели состоит в том, что для функциональных систем второго типа (дыхания, давления, выделения) мы можем предполагать существование генетических механизмов достижения цели и результата, а для систем первого типа мы этого предполагать уже не можем.

Разрешение парадокса цели и определение чем, как и когда достичь цели, для функциональных систем второго типа определяется генетически и к объяснению работы таких функциональных систем нам нечего добавить, кроме того, что было сказано в предыдущем параграфе. А для функциональных систем первого типа, имеющих дело со сложной внешней средой, требующей обучения, необходимо ответить на главный вопрос: как мозг разрешает парадокс цели и как он определяет чем, как и когда можно достичь цели. Для этого в ТФС вводится целая серия новых понятий, объясняющих организацию целенаправленного поведения.

Более точно различие между функциональными системами первого и второго типа можно проиллюстрировать на следующем примере достижения цели в случае отсутствия опыта. «Возникшее на основе той или иной биологической потребности поведение новорожденного животного строится в полном смысле слова методом «проб и ошибок» ... Поражает направленный поиск новорожденными специальных раздражителей внешней среды, с которыми они практически никогда не встречались. Следовательно, они должны иметь врожденные модели, в которых запрограммированы свойства удовлетворяющих их потребности раздражителей с которыми осуществляется постоянное сравнение достигнутых результатов» [Там же; с. 74]. «... непосредственно после рождения первой целенаправленной деятельностью лосенка является освоение вертикальной позы, затем движение в сторону матери, поиск соска, сосание и, наконец, реакция следования» [Там же; с. 85]. Поэтому сразу после рождения целенаправленное поведение также строится с использованием генетически заложенных форм поведения. Но генетически определяется только требуемая последовательность результатов и некоторый максимально общий способ поведения типа «метода проб и ошибок». Совершенствование и развитие деятельности уже происходит в процессе обучения.

«Согласно П. К. Анохину, центральные механизмы функциональных систем, обеспечивающих целенаправленные поведенческие акты, имеют однотипную архитектуру» [Там же; с. 73]. Опишем эту архитектуру.

Афферентный синтез. Начальную стадию поведенческого акта любой степени сложности составляет афферентный синтез, включающий в себя синтез мотивационного возбуждения, памяти, обстановочной и пусковой афферентации.

Мотивационное возбуждение. Как мы знаем, постановка цели осуществляется возникшей потребностью. Но в случае целенаправленного поведения она трансформируется в мотивационное возбуждение. «Ведущим возбуждением... определяющим целенаправленную деятельность даже животных, является мотивационное возбуждение, формирующееся на основе ведущей (доминирующей. – *Е.Е.*) внутренней потребности» [Там же; с. 73]. «Доминирующая потребность всегда воспринимается комплексом специфических рецепторов, расположенных как на периферии, так и непосредственно в центральной нервной системе. С их участием появляется ответственный момент формирования целенаправленного поведения – процесс трансформации внутренней потребности в соответствующее возбуждение мозга. Так возникает *доминирующая мотивация*. Последняя всегда сопровождается специфическим *эмоциональным ощущением* (отрицательной эмоцией – *Е.Е.*). Иными словами, в процессе формирования мотивационного возбуждения материальная метаболическая потребность трансформируется в процесс возбуждения мозговых структур» [Там же; с. 113].

Но мотивационное возбуждение не есть возбуждение рецепторов потребности, стоящих «на страже» некоторой физиологической константы – это возбуждение «центральных мозговых структур», инициируемое возникшей потребностью. Проанализируем, зачем такое преобразование нужно.

В случае цели как потребности результатом является восстановление нормального уровня физиологически важного показателя и снятие возбуждения соответствующих рецепторов. В случае целенаправленного поведения результатом является возбуждение специальных рецепторов, сигнализирующих достижение результата (подкрепление). Например, в пищедобывательной функциональной системе рецепторами результата (подкреплением) являются рецепторы языка, фиксирующие получение пищи. Подкрепляющие раздражители, кроме того, снимают мотивационное возбуждение и тормозят возбуждение рецепторов потребности и тем самым фактически приводят к достижению результата в смысле снятия возбуждения. При этом сама потребность может быть ещё не снята, например, питательные вещества ещё не попали в кровь и отклонение физиологических констант, ответственных за наличие питательных веществ в крови, остается прежним. Какие рецепторы являются подкрепляющими для той или иной функциональной системы определяется генетически. Возникает вопрос: как связаны между собой мотивационное возбуждение и обратная афферентация о достигнутом результате ведь они должны быть «комплиментарны» и удовлетворять определению цели?

Объясним на примере пищедобывательной функциональной системы, почему потребность трансформируется в мотивационное возбуждение и подкрепляющую обратную афферентацию. После попадания пищи в рот, процесс её переваривания дальше определяется пищеварительной функциональной подсистемой, которая формируется генетически. Поэтому в целом пищедобывательная функциональная система разбивается на две части: функциональную систему добывания пищи путем целенаправленного поведения и на пищеварительную. Целью и результатом пищеварительной функциональной системы является удовлетворение потребности в питательных веществах. Но для достижения этой цели надо сначала положить пищу в рот, поэтому пищедобывательная функциональная система своими генетически определенными механизмами формирует подцель для целенаправленного поведения: добыть пищу и положить ее в рот. Эта цель достигается функциональной подсистемой добывания пищи, которая формируется путем «выноса» потребности в ЦНС в виде мотивационного возбуждения голода и специальных рецепторов языка, фиксирующих достижение результата при попадании пищи в рот. Такой «вынос» необходим, так как целенаправленное поведение может быть организовано только всей ЦНС. Хотя цель (мотивационное возбуждение) и результат (подкрепление) теперь уже обеспечиваются разными рецепторными аппаратами, тем не менее, они находятся в «комплементарном» взаимоотношении и удовлетворяют определению цели включающем критерий достижения цели. Неудовлетворенность критерия достижения цели – отсутствие пищи во рту, ставит цель в виде мотивационного возбуждения голода. Достижение же результата, при попадании пищи в рот фиксируется возбуждением рецепторов языка. Полученный результат снимает мотивационное возбуждение и тормозит рецепторы потребности, что и означает, что цель достигнута. Поэтому *мотивационное возбуждение и есть цель, ставящаяся перед организмом в случае целенаправленного поведения*.

Как и для потребностей, мотивационное возбуждение не только ставит цель, но и энергетически обеспечивает достижение цели. «*Отрицательная эмоция*, сопровождающая мотивацию, имеет важное биологическое значение. Она мобилизует усилия животного на удовлетворение возникшей потребности. Сопровождающие мотивационное возбуждение отрицательные эмоциональные ощущения способствуют более быстрому нахождению животным подкрепляющего агента». [83; с. 91] .

Но энергетическим воздействием обладают не только отрицательные эмоции, но и положительные. При целенаправленной деятельности достижение результата и действие подкрепляющего стимула субъективно ощущается появлением положительной эмоции. «Удовлетворение потребности (действие подкрепляющего раздражителя на организм сигнализирующего о достижении результата. – *Е.Е.*) … всегда связано с *положительными эмоциональными переживаниями*» [Там же; с. 91]. Но положительные эмоции играют не только эту роль. При целенаправленном поведении, для которого, как правило, нет генетически определенных форм поведения и надо обучиться достигать результат, необходимо запоминать ту последовательность возбуждений, которая привела к достижению результата. Поэтому, положительные эмоции имеют ещё и подкрепляющую (санкционирующую) функцию. «Биологическое значение *положительной эмоции* при удовлетворении потребностей понятно, поскольку они как бы санкционируют успех поиска. Однако этим такое значение не ограничивается. Последовательности действий и вызванные ими положительные эмоции, фиксируются в памяти и впоследствии как своеобразные «представления» о будущем результате появляются всякий раз при возникновении соответствующей потребности. Обученный неоднократным удовлетворением своих потребностей организм впоследствии стимулируется к целенаправленной деятельности не только отрицательной эмоцией мотивационного состояния, но и представлением о той положительной эмоции, которая связана с возможным будущим подкреплением» [Там же; с. 91,92]. Поэтому, если мы знаем, как достичь цель, например…

«утолить жажду можно водой», и знаем, как это сделать, то достижение цели будет обеспечиваться не только воздействием мотивационного возбуждения, но и энергетическим влиянием от предвосхищения положительной эмоции «аппетитом». Таким образом, достижение цели будет обеспечиваться сразу двумя эмоциональными воздействиями – положительным и отрицательным, так сказать, «*кнутом и пряником*».

Память – второй компонент афферентного синтеза. Как уже отмечалось, при действии подкрепляющего раздражителя, означающего факт достижения цели, закрепляется та последовательность действий, которая привела к достижению цели. При подкреплении фиксируется вся последовательность возбуждений, приведшая к цели начиная с мотивационного возбуждения. Поэтому возникновения мотивационного возбуждения достаточно для «извлечения из памяти» всех предыдущих последовательностей действий, приведших к достижению результата и подкреплению. Мотивационное возбуждение обладает, кроме того, химической специфичностью, позволяющей «извлекать из памяти» все пути достижения той цели, которая ставилась данным мотивационным возбуждением. «Каждая мотивация строится специфическими по своему химическому метаболизму восходящими активирующими влияниями соответствующих подкорковых центров на кору головного мозга. А это в свою очередь приводит к тому, что с помощью мотивационных влияний животные производят активный отбор только специальных раздражителей внешнего мира для удовлетворения своих доминирующих потребностей» [4; с. 79, 80].

Обстановочная афферентация. При достижении цели, фиксируется и та обстановка, в которой удалось получить результат. Эта обстановка фиксируется как необходимые условия наряду с мотивацией требуемые для достижения результата. Поэтому мотивационное возбуждение в данной обстановке «извлекает из памяти» только те способы достижения цели, которые возможны в данной обстановке. Таким образом, обстановочная афферентация при взаимодействии с извлеченным из памяти опытом определяет, *что и как* можно сделать в данной обстановке для достижения цели.

Пусковая афферентация. Четвертым компонентом афферентного синтеза является пусковая афферентация. По смыслу она также является обстановочной афферентацией, только связанной не со стимулами обстановки а со временем и местом достижения результата. « ... специальные раздражители вскрывают сформированную на основе взаимодействия мотивационного, обстановочного возбуждения и механизмов памяти так называемую предпусковую интеграцию. Эти пусковые раздражители приурочивают, таким образом, целенаправленную деятельность к определенному месту и времени» [Там же; с. 75]. Поэтому пусковая афферентация отвечает на вопрос **когда** можно достичь результат.

«Итак, на стадии афферентного синтеза решается несколько вопросов: *что* (можно. – *Е.Е.*) делать (на основе сопоставления внешних и внутренних раздражителей), *как* делать (на основе памяти) и *когда* делать (на основе действия пусковых раздражителей)» [Там же; с. 80]. Таким образом, на стадии афферентного синтеза в значительной степени разрешается парадокс цели и определяется, *что*, *как* и *когда* можно делать для достижения цели. Таким образом, мотивационное возбуждение как цель с учетом имеющегося опыта и обстановки сама автоматически разрешает парадокс цели и определяет, чем, как и когда её достичь. «Вытягивая» из памяти весь накопленный опыт, мотивационное возбуждение как цель преобразуется в *конкретную цель*, определяющую способ своего достижения. Конкретная цель называется в ТФС «высшей мотивацией».

Принятие решения. На стадии афферентного синтеза мотивационным возбуждением может быть извлечено из памяти (в данной обстановке) несколько способов достижения цели. На стадии принятия решения выбирается только один из этих способов – конкретный *план действий*. «В соответствии с исходной потребностью на стадии принятия решения избирается только одна конкретная линия поведения» [83; с. 80].

Как происходит принятие решения в теории функциональных систем, до конца не разработано. И это не случайно, так как принятие решения очень тонкий процесс и должно учитывать:

– надежность опыта и возможность его применимости в данной ситуации (вероятностное прогнозирование, оцениваемое эмоциями);

– суммарные энергетические затраты того или иного способа достижения цели с учетом информационной определенности возможности достижения цели (переключающая функция эмоций, основанная на вероятностном прогнозировании);

– извлечение из памяти большего опыта, включая доминантные (генетически определенные) формы поведения в случае недостаточного опыта, дефицита информации или при сильных отрицательных эмоциях (компенсаторная функция эмоций).

Учет этих условий будет осуществлён, используя Информационную теорию эмоций П.В. Симонова.

Акцептор результатов действия. Пусть выбран некоторый план действий. Он ещё не гарантирует, что конечный результат обязательно будет достигнут. И даже не гарантирует, что любой из промежуточных результатов действий так же будет достигнут. Конечный результат может быть достигнут только, если каждый из промежуточных результатов плана действий будет достигнут. Мотивационное возбуждение «извлекает из памяти» также всю последовательность и иерархию результатов, которые должны быть получены для выполнения плана действий. Эта последовательность и иерархия результатов называется в ТФС *акцептором результатов действия*. «Именно доминирующая мотивация «вытягивает» (посредством памяти. – *Е.Е.*) в аппарате акцептора результатов действия весь накопленный опыт до конечного, удовлетворяющего лежащую в ее основе потребность результата, создавая *определенную модель или программу поведения* (на основе уже принятого решения. – *Е.Е.*). С этих позиций модель акцептора результатов действия представляет собой доминирующую потребность организма, трансформированную в форме опережающего возбуждения мозга, как бы в своеобразный *комплексный «рецептор»* соответствующего подкрепления» [83; с. 82]. «... следует отметить, что в акцепторе результатов действия программируется не только континуум результатов поведения, но и вся мозаика действий, направленных на достижение каждого результата» [Там же; с. 84].

Таким образом, мотивационное возбуждение, преобразуясь в конкретную цель, извлекает из памяти также и *конкретный критерий достижения* этой *конкретной цели*, которым является вся совокупность критериев по достижению всей последовательности и иерархии результатов, которые должны быть получены в процессе достижения конкретной цели и выполнения плана действий, т. е. *акцептор результатов действия*. Поэтому акцептор результатов действия и есть критерий достижения конкретной цели. «Формирование «цели» в центральной архитектуре поведенческого акта связано с построением следующей стадии системной организации поведенческого акта аппарата предвидения будущего результата (всей последовательности и иерархии результатов), удовлетворяющего доминирующую потребность, – *аппарата акцептора результатов действия*» [Там же; с. 81]. «Итак, формирование предвидения будущего результата в функциональных системах – акцептора результатов действия – представляет собой *физиологический аппарат формирования цели*» [Там же; с. 87].

Определение П. К. Анохиным аппарата акцептора результатов действия как физиологического аппарата формирования цели и наше определение конкретного критерия достижения цели несколько отличаются. Под целью П.К.Анохин понимает не только сам результат и «всю мозаику действий», но и его предвидение. Предвидение здесь может пониматься в двух смыслах: во-первых, как ожидание достижения результата (соответствующей обратной афферентации) и, во-вторых, как предсказание получения конечного результата, основанного на «принципе опережающего отражения действительности». На самом деле оба этих смысла объединены в понятии предвидения – это и ожидание результата, и его предсказание. В нашем определении конкретного критерия достижения цели, понятия предсказания нет. При описании целенаправленной деятельности понятие предвидения фактически не используется: « ... На пути к удовлетворению ведущей потребности организм встречает и активно исследует многочисленные раздражители. Каждый из таких раздражителей своими физическими, химическими, биологическими и другими параметрами действует на соответствующие органы чувств животного и вызывает у него комплекс афферентных возбуждений. Эта сигнализация снова выступает в роли «обратной афферентации», поскольку она все время сравнивается с «заготовленными» свойствами акцептора результатов действия. Если комплекс афферентных возбуждений от параметров внешнего раздражителя не соответствует закодированным в определенной форме нервного возбуждения параметрам акцептора результатов действия, поисковое действие животного во внешней среде продолжается. Оно прекращается только в том случае, если параметры результата действия, поступающие в центральную нервную систему в форме соответствующей обратной афферентации, будут полностью соответствовать свойствам акцептора результатов действия. Только в этом случае организм прекращает поиск и может переключаться на другую деятельность» [83; с. 89]. Конкретный критерий достижения цели мы также будем называть акцептором результатов действия.

Преобразование в результате обучения и получения опыта мотивационного возбуждения, как цели в конкретную цель с конкретным критерием достижения цели (акцептором результатов действия), а подкрепления как результата в конкретный результат, преобразует парадоксальную цель (для которой не определено как, чем и когда достигать цель) в «не парадоксальную» конкретную цель. Но парадоксальность определения цели этим полностью не снимается. Даже если мы знаем по прошлому опыту, что конкретная цель достигается такой-то последовательностью действий, то у нас нет (и в принципе быть не может) никакой гарантии, что и в этот раз данное действие приведет к тому же результату. Поэтому, даже в случае наличия опыта, понятие конкретной цели сохраняет значение критерия достижения цели и не может быть заменено на просто последовательность действий. Приведет ли некоторая последовательность действий к результату или не приведет, все равно это должно быть проверено некоторым критерием.

Эффекторные механизмы функциональных систем. Как выполняется план действий? Так как реальная ситуация всегда чем-то отличается от тех ситуаций, которые были извлечены из памяти и учтены в процессе принятия решений как наиболее адекватные данной ситуации, то неизбежно могут возникать «рассогласования» между ожидаемыми результатами в конкретном критерии достижения цели и реально поступающей обратной афферентацией о результатах совершенных действий. «Оценка результата действия происходит с помощью активной ориентировочно-исследовательской деятельности и эмоциональных ощущений. Ориентировочно-исследовательская реакция возникает и усиливается во всех случаях, когда результат совершенного действия неожиданно не соответствует свойствам сформированного на основе афферентного синтеза акцептора результатов действия, т. е. при возникновении «*рассогласования*» в поведенческой деятельности. Благодаря включению такой реакции немедленно перестраивается афферентный синтез, принимается новое решение, строится новая программа действия и поиск продолжается в новом направлении до тех пор, пока результаты совершенного действия не совпадут полностью или в значительной степени со свойствами акцептора результатов действия» [Там же; с. 90, 91].

Таким образом, что при рассогласовании поступающей «обратной афферентации» с афферентацией, ожидаемой акцептором результатов действия, происходит перестройка афферентного синтеза и принимается новое решение, что означает формирование новой конкретной цели (хотя мотивационное возбуждение и соответствующая конечная цель остаются теми же самыми).

«Целенаправленный поведенческий акт … заканчивается последней санкционирующей стадией. На этой стадии при действии раздражителя, удовлетворяющего ведущую потребность, – подкрепления в общепринятом смысле – параметры достигнутого результата через раздражения соответствующих рецепторов... вызывают потоки обратной афферентации, которая по всем своим свойствам соответствует ранее запрограммированным свойствам подкрепляющего раздражителя в акцепторе результатов действия. При этом удовлетворяется ведущая потребность и поведенческий акт заканчивается» [Там же; с. 89, 90].

При подкреплении каждый раз фиксируется «след» всех возбуждений, приведших к достижению результата, и тем самым реализованный план действий «заносится» в память.

Ориентировочно-исследовательская реакция. Как происходит обогащение акцептора результатов действия и увеличение числа промежуточных результатов в процессе обучения и совершенствования целенаправленной деятельности? При постановке любой цели, фиксируется только её конечный результат. Сама цель, как мы знаем, ничего не говорит о том, чем, как и когда её можно достичь. Как же тогда можно обучиться тому, что для достижения некоторой цели необходимо достичь ещё некоторые промежуточные цели? Из определения самой цели процесс разбиения её на подцели никак не следует. Организм решает эту задачу созданием специальной, генетически определенной исследовательской деятельности организма, называемой ориентировочно-исследовательской реакцией. Эта реакция, как показано в работе [6], является целостной деятельностью организма и специфической функциональной системой, имеющей свой собственный результат. Рассмотрим, как происходит обогащение акцептора результатов действия с её помощью.

Во-первых, ориентировочно-исследовательская реакция стремится к тому, что бы все окружающие животное раздражители были известны. «В новой неизвестной обстановке... поведение строится с использованием выраженной ориентировочно-исследовательской деятельности. На основе имеющейся потребности животные активно исследуют все ранее неизвестные раздражители окружающей среды...» [Там же; с. 124]. Заметим, что исследуются не только раздражители внешней среды, но и возможности самого организма. Например, в играх дети собственными активными действиями по методу "проб и ошибок" обследуют возможности всего двигательного аппарата, органов восприятия и всего организма.

Во-вторых, все обследованные раздражители и последствия собственных действий «связываются» по типу условного рефлекса с конечным результатом. Проиллюстрируем процесс связывания на классическом примере выработки условного рефлекса. «Пусть *a* будет избранный нами условный сигнал, скажем звонок, тогда *b*, *c* и *d* соответственно будут стуком кормушки, видом хлеба и действием хлеба на вкусовые рецепторы языка (безусловный раздражитель)... Первоначально каждый из последовательно действующих раздражителей, связывающих непрерывной цепью сигнал с кормлением, вызывает специфическую ориентировочно-исследовательскую реакцию... Но уже после нескольких сочетаний сигнала (следовательно, и этой цепи раздражений) с кормлением происходит постепенное объединение их возбуждений в коре головного мозга в одну непрерывную линию *a*–*d*. В результате такой связи достаточно подействовать раздражителю *a*, как процесс возбуждения немедленно распространится до последнего звена – *d*, что и вызывает условную секрецию ... Специальное внимание следует обратить на тот факт, что в конечной фазе выработки рефлекса все ориентировочно-исследовательские реакции, возникавшие на промежуточных этапах... устраняются (угасают) и процесс условного возбуждения беспрепятственно распространяется до конечного звена – *d* («корковое представительство безусловного подкрепления»)» [6; с. 348]. « ... Связывание их (раздражителей *a–d. – Е.Е.*) и есть функция (и результат. – *Е.Е.*) ориентировочно-исследовательской реакции» [Там же; с. 349].

Многообразные раздражители, воспринимаемые в процессе ориентировочно-исследовательской реакции, при многократном их подкреплении (либо неподкреплении) разбиваются на те, которые приводят к конечному результату, и на те, которые с конечным результатом никак не связаны. Этот процесс называется «сужением афферентации». При этом последовательность действий постепенно автоматизируется, удаляя излишние исследовательские действия, «пробы и ошибки» и излишние промежуточные действия не необходимые для достижения результата. «Этот процесс автоматизации постепенно наступает в результате того, что мы называли «сужением афферентации». Количество афферентирующих моментов извне, которые раньше животное активно выискивало, теперь уменьшается, и процесс идет автоматически по всему ряду связанных центров». [Там же; с. 349, 350].

После сужения афферентации, результатом исследовательской деятельности уже будет не все многообразие раздражителей, а только вполне определенные раздражители, например, ожидание звонка, стука кормушки или вида хлеба. Результатами же собственных действий также будут не все последствия действий, а только фиксация звонка, движение к кормушке и поедание хлеба.

Заметим, что раздражители, фиксирующие результат действия, в такой же степени являются сигнальными для достижения конечного результата, что и звонок, так как, не достигнув результата какого-то промежуточного действия, нельзя надеяться и на достижение конечного результата. Поэтому результат некоторого промежуточного действия также является пусковой афферентацией для развертывания следующей последовательности действий по достижению конечного результата. Таким образом, «суженная афферентация» и является результатом тех исследовательских и собственных действий, приводящих к достижению цели более обученным и совершенным образом, т. е. результатом ориентировочно-исследовательской реакции. Множество этих новых результатов обогащает акцептор результатов действия, превращая цель в конкретную цель.

Когда функциональная система сформирована, то ориентировочно-исследовательская реакция угасает. Это, прежде всего, означает, что нет новых раздражителей, которые надо обследовать, т. е. всё известно, а также известно, как достичь результат в данной обстановке. Иначе говоря, мотивационное возбуждение автоматически преобразуется в конкретную цель и конкретный результат (акцептор результатов действия).

5. Информационная теория эмоций П.В. Симонова.

Изложим информационную теорию эмоций П.В. Симонова, стараясь, с одной стороны, как можно точнее передать точку зрения автора, а, с другой стороны, выделить роль и значение понятия вероятностного прогнозирования и предсказания, как принципа этой теории.

Взаимосвязь информационной теории эмоций П.В. Симонова и Биологической теории эмоций П.К. Анохина. Информационная теория эмоций П. В. Симонова, как утверждает сам автор, является уточнением биологической теории эмоций П.К. Анохина: «Ответ на вопрос об отношении нашей теории к теории П.К. Анохина можно сформулировать очень четко: *информационная теория эмоций представляет обобщение более широкого масштаба, куда биологическая теория* (эмоций. – *Е.Е.*) *Анохина входит в качестве частного случая*» [81; с. 61]. Мы не будем здесь входить в подробности дискуссии между П.В. Симоновым и П.К. Анохиным, а только приведем основные различия в их взгляде и далее будем излагать информационную теорию эмоций П.В. Симонова как обобщение биологической теории эмоций П.К. Анохина.

Основной смысл информационной теории эмоций П.В. Симонова, в отличие от биологической теории эмоций П.К. Анохина в том, что необходимо знать не только достижимость или не достижимость результата, но ещё и его *вероятность*.

Биологическая теория эмоций П.К. Анохина. Биологическая теория эмоций П.К. Анохина может быть кратко изложена следующим образом: «Как правило, любое мотивационное возбуждение субъективно эмоционально неприятно... Отрицательная эмоция, сопровождающая мотивацию, имеет важное биологическое значение. Она мобилизует усилия животного на удовлетворение возникшей потребности... Неприятные эмоциональные переживания усиливаются во всех случаях, когда поведение животного во внешней среде не ведет к удовлетворению возникшей потребности... Удовлетворение потребности (действие подкрепляющего раздражителя на организм), наоборот, всегда связано с положительными эмоциональными переживаниями... Биологическое значение *положительной эмоции* при удовлетворении потребностей понятно, поскольку они как бы санкционируют успех поиска. Однако этим такое значение не ограничивается. Положительные эмоции фиксируются в памяти и впоследствии как своеобразные «представления» («аппетит». – *Е.Е.*) о будущем результате появляются всякий раз при возникновении соответствующей потребности. Обученный неоднократным удовлетворениям своих потребностей организм впоследствии стимулируется к целенаправленной деятельности не только отрицательной эмоцией мотивационного состояния, но и представлением о той положительной эмоции, которая связана с возможным будущим подкреплением» [83; с. 91, 92]. Под представлением о положительной эмоции надо иметь в виду её предвосхищение по принципу опережающего отражения действительности. Поэтому если мы знаем, как достичь цели, то достижение цели будет обеспечиваться не только воздействием отрицательной эмоции мотивационного возбуждения, но и энергетическим влиянием от предвосхищения положительной эмоции «аппетитом». Таким образом, достижение цели будет обеспечиваться сразу двумя эмоциональными воздействиями – положительным и отрицательным, так сказать, «*кнутом и пряником*».

В биологической теории П. К. Анохина эмоциям отводится только энергетическая роль – «мобилизовать» и «стимулировать» животное к достижению цели. В случае возникновения препятствий отрицательные эмоции усиливаются, но, на сколько и почему – это уже выходит за рамки биологической теории эмоций и теории функциональных систем. Из дальнейшего изложения будет видно, почему такого рода тонкости принципиально не вписываются в теорию функциональных систем.

Критика П.В. Симоновым Биологической теории эмоций. « ... Подавляющее большинство концепций рассматривало несовпадение *семантики* цели («акцептора действия», «нервной модели стимула» … и т. д.) с реально полученным результатом. Такого семантического рассогласования вполне достаточно для возникновения отрицательных эмоций. Что же касается положительных эмоциональных состояний, то они традиционно рассматривались и продолжают рассматриваться как результат удовлетворения потребности, т.е. совпадения прогноза («акцептора», «афферентной модели» и т. д.) с наличной афферентацией» [81; с. 89]. «Ни в одной из работ П. К. Анохина мы не нашли упоминания о том, что наряду с содержанием (семантикой) цели мозг всякий раз прогнозирует *вероятность* её достижения. Что касается нашей теории, то для неё этот момент является ключевым... Введение категории вероятностного прогнозирования сразу же расширяет пределы применимости теории к реально наблюдаемым фактам» [80; с. 60].

П.В. Симонов приводит следующие примеры: «Литература переполнена экспериментальными данными, свидетельствующими о *зависимости эмоционального напряжения от величины потребности (мотивации) и прогнозирования вероятности ее удовлетворения*. Например, было установлено, что частота пульса у банковских служащих зависит от степени их ответственности (счёт банкнотов различного достоинства) и количества информации, содержащейся в одной операции... Наибольшее эмоциональное напряжение у собак (визг, лай, чесание, царапанье кормушки) наблюдалось при вероятности подкрепления 1 : 4, а по мере продолжения опыта – при 1 : 2. Значение информационного фактора выступает особенно отчетливо в опытах со спаренными животными, когда оба партнера получают равное количество ударов током, но только один из них может предотвратить наказание соответствующей инструментальной реакцией. Показано, что именно у этого животного постепенно исчезают признаки страха» [80; с. 19].

Формула эмоций информационной теории эмоций П.В. Симонова. Вероятность понятие информационное и связано с оценкой информации поступающей из внешней среды для прогноза вероятности достижения цели. Это заставляет П.В. Симонова попытаться переопределить все физиологические понятия, такие как мотивация, потребность, поведение и т. д. также в терминах информации внешней среды. Но нам эта попытка представляется неудачной: во-первых, это совершенно ничего не даёт, и на таких понятиях теории не построишь. Информация, которую человек извлекает из внешней среды, настолько многообразна, часто неосознанна, что в настоящее время нет теорий, которые бы её описывали. Во-вторых, с точки зрения понятия цели потребность и мотивация являются сугубо внутренними задачами организма и информация от внешней среды, о вероятности достижения этих целей может иметь лишь вспомогательную роль. Поэтому понятие цели, мотивации и потребности должно быть на первом месте, а понятия вероятностного прогнозирования и эмоций на втором. Тем не менее, эмоции, как мы увидим из теории П.В. Симонова, играют в организации целенаправленного поведения, может быть, даже более важную роль, чем мотивация и потребности, что может быть и заставило П.В. Симонова попытаться переопределить эти понятия. Но суть дела от этого не меняется, несмотря на важность эмоций они вторичны по отношению к понятию цели.

Кратко опишем формулу эмоций, введенную П.В. Симоновым. «Суммируя результаты собственных опытов и данные литературы, мы пришли в 1964 г. к выводу о том, что эмоция есть отражение мозгом человека и животных какой-либо актуальной потребности (её качества и величины) и вероятности (возможности) её удовлетворения, которую мозг оценивает на основе генетического и ранее приобретенного индивидуального опыта... В самом общем виде правило возникновения эмоций можно представить в виде структурной формулы

$$Э = f[П, (И_п - И_с), ...],$$

где Э – эмоция, её степень, качество и знак; П – сила и качество актуальной потребности (потребность также имеет свой знак; потребность, вызывающая мотивационное возбуждение, имеет отрицательный знак. – *Е.Е.*); ($И_п$ - $И_с$) – оценка вероятности (возможности) удовлетворения потребности на основе врожденного и онтогенетического опыта; $И_п$ – информация о средствах, прогностически необходимых для удовлетворения потребности; $И_с$ – информация о средствах, которыми располагает субъект в данный момент. Разумеется, эмоция зависит и от ряда других факторов, одни из которых нам хорошо известны, а о существовании других мы, возможно, ещё и не подозреваем... Но все перечисленные и подобные им факторы обусловливают лишь вариации бесконечного многообразия эмоций, в то время как *необходимыми и достаточными являются два... и только два фактора: потребность и вероятность (возможность) её удовлетворения*... речь идет не об информации, актуализирующей потребность (например, о возникшей опасности), но об информации, необходимой для удовлетворения потребности (например, о том, как эту опасность избежать). Под информацией мы понимаем отражение всей совокупности средств достижения цели: знания, которыми располагает субъект, совершенство его навыков, энергетические ресурсы организма, время достаточное или недостаточное для организации соответствующих действий и т. д. Спрашивается, стоит ли в таком случае пользоваться термином «информация»? Мы полагаем, что стоит, и вот почему. Во-первых, мозг, генерирующий эмоции, имеет дело не с самими навыками … не с самими энергетическими ресурсами организма и т. д., а с афферентацией из внешней и внутренней среды организма, то есть с информацией об имеющихся средствах. Во-вторых, все многообразие сведений, необходимых для удовлетворения возникшей потребности и реально имеющихся в данный момент у субъекта, трансформируется мозгом в единый *интегральный показатель – в оценку вероятности достижения цели* (удовлетворения потребности). Оценка же вероятности по самой природе своей есть категория *информацион-*

ная» [80; с. 20, 21]. Понятие информации нами как информационное далее использоваться не будет. Использоваться будет только оценка вероятности достижения цели как интегральный показатель, участвующий в образовании эмоций. Для получения этой оценки достаточно полагать, что она определяется на этапе принятия решений, используя всю информацию, полученную на этапе афферентного синтеза. Мы покажем, что оценки вероятности достаточно для объяснения как, теории функциональных систем П.К. Анохина, так и информационной теории П.В. Симонова.

Информационная теория эмоций П. В. Симонова как обобщение биологической теории эмоций П. К. Анохина. И в теории П. К. Анохина и в теории П. В. Симонова возникновение мотивационного возбуждения вызывает отрицательные эмоции. В обеих теориях возникновение препятствий усиливает отрицательные эмоции, хотя само мотивационное возбуждение остается тем же самым. Теория П. В. Симонова точнее тем, что оценка вероятности достижения цели позволяет: во-первых, оценить возможность достижения цели ещё до всяких действий, на этапе процесса принятия решения (и, может быть, даже отказаться от действий и предпочесть «синицу в руках, чем журавля в небе»); во-вторых, адекватно, в соответствии с вероятностью, мобилизировать организм для достижения цели (компенсаторная функция эмоций).

Понятие «аппетит», рассматриваемое в биологической теории эмоций, есть предвосхищение положительной эмоции, но не сама положительная эмоция. В теории П. В. Симонова само предвосхищение достижения цели с некоторой вероятностью является причиной возникновения положительных эмоций. «*Удовольствие* всегда есть результат уже происходящего (контактного) взаимодействия (удовлетворения потребности – *Е.Е.*), в то время как *радость* (эмоция. – *Е.Е.*) *есть ожидание удовольствия в связи с растущей вероятностью удовлетворения потребности*» [80; с. 90].

Возникновение положительных эмоций в теории функциональных систем, связанное с удовлетворением потребности и достижением поставленной цели (совпадением достигнутого результата с его предвосхищением в акцепторе результатов действия), объясняется в информационной теории эмоций иначе: как увеличение вероятности достижения конечного результата вследствие его фактического достижения (оценка вероятности становится равной или близкой 1). «Информационная теория эмоций справедлива не только для сравнительно сложных поведенческих и психических актов, но и для генезиса *любого* эмоционального состояния. Например, положительная эмоция при еде возникает за счет интеграции голодового возбуждения (потребность) с афферентацией из полости рта, свидетельствующей о растущей вероятности удовлетворения данной потребности (вероятность усвоения пищи стала практически равной 1 – *Е.Е.*)» [80; с. 27].

Возникновение положительных эмоций в результате положительного рассогласования, когда, например, получаемое превышает ожидаемое, действительно не может быть объяснено без вероятностного прогнозирования. «Опираясь на свои экспериментальные исследования, мы настаиваем, что *для возникновения положительных эмоций, так же как для возникновения эмоций отрицательных, необходимы неудовлетворенная потребность и рассогласование между прогнозом и наличной действительностью*. Только теперь речь идёт не об одной лишь семантике (содержании, качествах) цели, но о *вероятности её достижения*. Именно прогнозирование вероятности позволяет получить положительное рассогласование, превышение полученного над ожидаемым. Введение параметра вероятности достижения цели, делающее возможным положительное рассогласование, представляет зерно нашей концепции эмоций» [81; с. 89, 90]. Иллюстрацией возникновения положительной эмоции в результате положительного рассогласования является следующий эксперимент: «В наших опытах на экране, установленном перед испытуемым, проецировались наборы из пяти цифр – единиц и нулей. Испытуемого предупреждали, что некоторые из кадров, содержащие общий признак (например, два нуля подряд 00), будут сопровождаться гудком. Задача испытуемого состояла в обнаружении этого общего признака... До возникновения первой (как правило, ошибочной, например 01) гипотезы относительно подкрепляемого признака ни новые кадры, ни гудок не вызывали КГР (кожногальванический рефлекс – *Е.Е.*)... Возникновение гипотезы сопровождается КГР... После формирования гипотезы возможны две ситуации, которые мы рассматриваем в качестве экспериментальных моделей отрицательной и положительной эмоциональных реакций... Гипотеза не верна, и кадр... содержащий подкрепляемый признак (два нуля и, следовательно, не подтверждающий гипотезу о 01 – *Е.Е.*), не вызывает КГР. Когда же гудок показывает испытуемому, что он ошибся, регистрируется КГР как результат рассогласования гипотезы с наличным раздражителем – случай, предусмотренный концепциями «акцептора результата действия» П. К. Анохина …. Испытуемый несколько раз меняет гипотезу, и в какой-то момент она начинает соответствовать действительности. Теперь уже само появление подкрепляемого кадра вызывает КГР, а его подкрепление гудком приводит к ещё более сильным кожногальваническим сдвигам. Как понять этот эффект? Ведь в данном случае произошло полное совпадение гипотезы («акцептора результата действия» … и т. д.) с наличным стимулом. Отсутствие рассогласования должно было бы повлечь за собой отсутствие КГР и других вегетативных сдвигов. На самом деле в последнем случае мы также встречаемся с рассогласованием, но рассогласованием иного рода, чем при проверке ложной гипотезы. Формирующийся в процессе повторных сочетаний прогноз содержит не только афферентную модель цели, не только ее семантику, но и *вероятность* достижения этой цели. В момент подкрепления кадра... гудком прогнозируемая вероятность решения задачи (правильность гипотезы) резко возросла, и это рассогласование прогноза с поступившей информацией привело к сильной КГР как вегетативному компоненту положительной эмоциональной реакции» [80; с. 26].

В информационной теории эмоций выделяется несколько функций эмоций.

Переключающая функция эмоций. В теории функциональных систем стадия принятия решений не была достаточно точно определена. Выработка конкретного плана действий на основании всех возможных способов достижения цели, извлеченных из памяти на стадии афферентного синтеза, невозможна без вероятностного прогнозирования и активного участия эмоций. Действительно, если есть множество различных способов достижения цели (например, при движении по некоторой местности), имеющие различную вероятность, энергетические затраты и возможные опасности, то задача становится как минимум трехпараметричной:

– вероятность достижения цели;
– суммарное значение отрицательных эмоций от энергетических затрат, опасностей, риска, трудностей и т. д.;
– значение положительных эмоций (от предвосхищения достижения цели).

Причем многие решения будут, очевидно, несопоставимы между собой. Для эффективного механизма принятия решений необходим синтез всех этих показателей в один параметр, что и делают эмоции, включая в себя как вероятность достижения цели, так и положительные и отрицательные эмоции, выражающиеся в многообразии качества эмоций. Эмоции и являются тем интегральным параметром, на основе которого принимается решение. «Зависимость эмоций не только от величины потребности, но и от вероятности ее удовлетворения чрезвычайно усложняет конкуренцию сосуществующих мотивов, в результате чего поведение нередко оказывается переориентированным на менее важную, но легко достижимую цель: «синица в руках» побеждает «журавля в небе»... С физиологической точки зрения эмоция есть активное состояние системы специализированных мозговых структур, побуждающее изменить поведение в направлении минимизации или максимизации этого состояния. Поскольку *положительная эмоция свидетельствует о приближении удовлетворения потребности, а отрицательная эмоция – об удалении от него, субъект стремится максимизировать* (усилить, продолжить, повторить) *первое состояние и минимизировать* (ослабить, прервать, предотвратить) *второе*...» [80; с. 28].

Подкрепляющая функция эмоций. В теории функциональных систем под подкреплением понималась санкционирующая афферентация и вызванная ей положительная эмоция, возникающие при достижении цели и получении результата. В теории функциональных систем предполагается, что для всех целенаправленных актов, если они приводят к достижению результата, существует соответствующая закрепляющая результат санкционирующая афферентация и положительная эмоция, даже для действий по устранению боли или, например, чихания: «Можно взять для примера такой грубый эмоциональный акт как акт чихания. Всем известен тот гедонический и протопатический характер ощущения, которое человек получает при удачном чихательном акте. Точно так же известно и обратное: неудавшееся чихание создает на какое-то время чувство неудовлетворенности, неприятное ощущение чего-то незаконченного. Подобные колебания в эмоциональных состояниях присущи абсолютно всем жизненно важным отправлениям животных и человека» [7].

П. В. Симонов показывает, что *необходимым условием подкрепления* является не действие подкрепляющего раздражителя (санкционирующей афферентации), *а действие положительных эмоций при наличии мотивации:* «Однако ни афферентация из полости рта (санкционирующая афферентация – *Е.Е.*), ни голодовое возбуждение (мотивация – *Е.Е.*) сами по себе не могут играть роль подкрепления, обеспечивающего формирование инструментального условного рефлекса. Только интеграция голодового возбуждения от фактора, способного удовлетворить данную потребность, т. е. механизм, генерирующий положительную эмоцию, обеспечивает выработку условного рефлекса» [80; с. 34].

Таким образом, для *подкрепления необходимыми являются два фактора – мотивационное возбуждение и положительная эмоция*, означающая увеличение вероятности достижения поставленной мотивацией цели, при, возможно, ещё не достигнутой цели.

Участие оценки вероятности в эмоциях сразу же делает подкрепление более локальным и точным. При любом шаге вперед в достижении поставленной мотивацией цели, который фиксируется обратной афферентацией от достижения некоторого *этапного результата* (приближающего достижение конечной цели и тем самым увеличивающего оценку вероятности её достижения) вызывает положительную эмоцию и подкрепление тех мозговых структур, которые осуществили этот шаг. Следовательно, *эмоции, основанные на вероятностном прогнозировании, осуществляют подкрепление каждого успешного шага действий, увеличивающего вероятность достижения конечной цели* (в то время как санкционирующая афферентация и положительные эмоции в теории П. К. Анохина подкрепляют только всю последовательность действий, приведшую к достижению цели).

Компенсаторная функция эмоций. *Гипермобилизация вегетатики*: « ... При возникновении эмоционального напряжения объем вегетативных сдвигов (учащение сердцебиения, подъем кровяного давления, выброс в кровяное русло гормонов и т. д.), как правило, превышает реальные нужды организма. По-видимому, процесс естественного отбора закрепил целесообразность этой избыточной мобилизации ресурсов. В ситуации прагматической неопределенности (а именно она так характерна для возникновения эмоций), когда неизвестно, сколько и чего потребуется в ближайшие минуты, лучше пойти на излишние энергетические затраты, чем в разгар напряженной деятельности – борьбы или бегства – остаться без достаточного обеспечения кислородом и метаболическим «сырьем»» [80; с. 35].

Замещающая функция эмоций. Эта функция в определенном смысле является обратной по отношению к обогащению функциональных систем в процессе ориентировочно-исследовательской деятельности. Развитые функциональные системы имеют богатый акцептор результатов действий, и, значит, большое множество контролируемых пусковых, обстановочных и сигнализирующих о достижении промежуточных результатов стимулов. В новой необычной обстановке часть этих стимулов может отсутствовать и, следовательно, функциональные системы не смогут в ней активироваться. В этом случае необходимо ослабить требования к поступающим стимулам, что и делается эмоциями. В новой необычной обстановке нельзя получить хорошую оценку вероятности и, следовательно, будут возникать отрицательные эмоции тревоги, страха или беспокойства, изменяющие формы поведения: «Если процесс упрочения условного рефлекса сопровождается уменьшением эмоционального напряжения и одновременно переходом от доминантного (генерализованного) реагирования к строго избирательным реакциям на условный сигнал, то возникновение эмоций ведет к вторичной генерализации. # Чем сильнее становится потребность, – пишет Ж. Нюттен... – тем менее специфичен объект, вызывающий соответствующую реакцию #. Так, голодный человек начинает воспринимать неопределенные стимулы в качестве ассоциирующиеся с пищей» [80; с. 38]. Нарастание эмоционального напряжения, с одной стороны, расширяет диапазон извлекаемых из памяти энграмм, а с другой стороны, снижает критерии «принятия решения» при сопоставлении этих энграмм с наличными стимулами. «Возникновение эмоционального напряжения сопровождается переходом к иным, чем в спокойном состоянии, формам поведения, принципам оценки внешних сигналов и реагирования на них. Физиологически суть этого перехода можно определить как возврат от тонко специализированных условных реакций к реагированию по принципу доминанты А. А. Ухтомского» [Там же; с. 35]. «*Компенсаторное значение эмоций заключается в их замещающей* (недостающую информацию. – *Е.Е.*) *роли*» [Там же; с. 38, 39]. «Что касается положительных эмоций, то их компенсаторная функция реализуется через влияние на потребность, инициирующую поведение. В трудной ситуации с низкой вероятностью достижения цели даже небольшой успех (возрастание вероятности) порождает положительную эмоцию воодушевления, которая усиливает потребность достижения цели». [Там же; с. 39].

6. Потребности и парадокс цели. Синтез принципов целеполагания и вероятностного прогнозирования.

Потребности как движущая сила поведения. Поскольку потребности и есть цели, ставящиеся перед организмом, то анализ понятия «потребность» является достаточно важным. Потребности – движущая сила любого целенаправленного действия: «Допущение каких-то иных источников мотивации, существующих рядом с потребностями и независимых от них, возникает, по нашему мнению, по двум причинам. Во-первых, мы нередко забываем, что установки, ценности, интересы, цели субъекта являются производными от потребностей, порождаются ими... Во-вторых, мы всё ещё недооцениваем богатства и разнообразия потребностей, упорно сводя их к ограниченному числу материально-биологических потребностей в пище, одежде, жилище и т.п.... Вместе с тем в настоящее время убедительно показано, что потребность в информации (в новизне, изменчивости внешней среды) является одной из древнейших и самостоятельных потребностей живых систем. Опыты с так называемой сенсорной депривацией у животных и человека, исследование феноменов информационного голодания и скуки служат убедительным тому подтверждением» [80; с. 145].

Информационная теория эмоций П. В. Симонова позволяет существенно продвинуться в понимании роли потребностей в жизни животных и человека и, в частности, объяснить, в чём принципиальное различие между положительными и отрицательными эмоциями. Приведем сначала объяснение этого различия, данное в информационной теории эмоций. «Наличие положительных и отрицательных эмоций указывало на скрывающиеся под ними две основные группы потребностей, первые из которых обеспечивают сохранение живых систем и результатов их деятельности, а вторые – делают возможным развитие, совершенствование этих систем, усложнение их внутренней организации. Эти две группы мотиваций вслед за Г. Олпортом и А. Маслоу можно назвать «*потребностями нужды*» и «*потребностями роста*» [Там же; с. 150]. «Принципиальное различие между положительными и отрицательными эмоциями обнаруживается при удовлетворении даже сравнительно элементарных потребностей, например потребности в пище. Сильный голод, переживаемый субъектом как отрицательная эмоция, побуждает удовлетворить его любыми съедобными веществами, лишь бы избавиться от мучительного для субъекта состояния. Удовольствие, получаемое от пищи, с необходимостью требует её разнообразия, поиска новых питательных веществ, их новых комбинаций и способов приготовления. Иными словами, даже на уровне пищевой потребности положительные эмоции играют творчески-поисковую роль, содействуя освоению новых сфер окружающей действительности» [Там же; с. 154]. «Как и все другие потребности, нужда и рост индивидуально варьируются у разных людей. По-видимому, именно относительное преобладание одной из этих потребностей ведёт к тому, что при исследовании так называемого уровня притязаний испытуемые делятся на две группы: на тех, кто стремится к успеху, и на тех, кто главным образом избегает неуспеха» [Там же; с. 155]. Важно отметить, что П. В. Симонов ссылается на А. Маслоу, который разработал достаточно подробную иерархию потребностей человека [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

Потребности и парадокс цели. Проанализируем потребности нужды и роста с точки зрения понятия цели. Как уже отмечалось, парадоксальность цели состоит в том, что цель принципиально ничего не говорит о том, чем, как и когда её можно достичь. Если потребности «нужды», и соответствующие им мотивации, вызывающие отрицательные эмоции, ставят перед организмом недостаточно дифференцированные цели, как, например, сильный голод или сенсорная депривация (которая буквально означает желание «чего-то новенького вообще»), то удовлетворение потребностей «роста», вызывающие положительные эмоции, сильно дифференцировано по силе и качеству в зависимости от того, чем, как и когда мы удовлетворили цель. Тем самым *положительные эмоции* в значительной степени берут на себя *оценку качества достигнутого результата* и желательности того конкретного объекта или способа действий, которым был достигнут результат. Действительно, было бы неразумно, если бы мотивация ставила перед организмом слишком конкретную цель. Доминанты или генетически заложенные врожденные «скелеты» функциональных систем ставят перед организмом максимально общие цели, позволяя в дальнейшем в процессе обучения и ориентировочно-исследовательской деятельности обогащать эти функциональные системы. Такого обучения достаточно для получения функциональных систем типа «нужды», таких как реакция на боль, дыхание, выделение и т. д. В этих функциональных системах результат прост, и если эта «нужда» будет устранена, то цель будет достигнута. Результат для потребности «нужды» и должен быть прост, так как единственно, что надо достигнуть, это устранить данную нужду. Достижение таких результатов и обеспечивается отрицательными эмоциями, имеющими безусловную побудительную силу – устранить «нужду».

Рост и развитие практически бесконечны и для побуждения к ним нужны сильно дифференцированные цели, оцениваемые положительными эмоциями, не имеющими безусловной побудительной силы, а имеющими характер награды: чем более «высокая» цель будет достигнута, тем выше награда. Отрицательные и положительные эмоции, как уже отмечалось, играют роль кнута и пряника в целенаправленной деятельности – кнута для достижения необходимых для нормальной жизнедеятельности целей («нужды»), побуждаемых отрицательными эмоциями и пряником для достижения целей освоения внешнего (и внутреннего) мира («роста»). Освоения всё новых территорий, навыков, завоевание социального статуса и т. д. во внешнем мире, а также в сопричастности, любви, уважении, признании и самоактуализации, во внутреннем мире (см. А. Маслоу [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]).

Если результаты могут значительно варьироваться по качеству для различных способов достижения цели, как, например, в функциональных системах пищеварения, половой системе, информационных, духовных, и т. д., то нас в этом случае должно интересовать не только достижение цели, но и качество получаемого результата. Но как это сделать, если мы *принципиально* не можем включать элементы качества в постановку цели? Знать о возможном качестве результата можно *только* после его достижения. Поэтому нельзя ставить в качестве цели некоторый качественный результат просто потому, что мы ещё не знаем, что это такое. *Определить качество* *достигнутого результата и дать ему оценку и есть функция положительных эмоций.*

Но здесь возникает новый парадокс: каким образом положительная эмоция, соответствующая достижению некоторого качественного результата, может ставить «высокую цель» по его достижению, если до достижения результата мы принципиально не можем знать, какими качествами он обладает? Каким возбуждением (типа мотивации) ставится цель, если ещё нет результата и, следовательно, вызываемой им положительной эмоции? Этот парадокс разрешается тем принципиальным новшеством информационной теории эмоций, согласно которому эмоции возникают не только после достижения результата, но и до возникновения результата за счёт вероятностного прогноза возможности достижения этого качественного результата. Но опережающее отражение действительности требует наличия опыта. *При наличии опыта* по достижению результата определенного качества *цель может быть поставлена положительной эмоцией ещё до начала всякого действия* за счет *вероятностного прогноза* достижимости этой качественной цели в данных условиях. *Поэтому качественный результат сам ставит цель по своему достижению*, как только получен положительный прогноз его достижимости в данных условиях. При этом критерием достижения цели будет не тот результат, который ставится соответствующим мотивационным возбуждением без учета качества, а результат определенного качества и соответствующей ему более богатой санкционирующей афферентации, вызывающей положительные эмоции.

Сама по себе положительная эмоция консервативна. Научившись достигать результат определенного качества, мы не знаем и принципиально не можем знать, что можно достигать лучшего и вполне можем ограничиваться достигнутым уровнем результатов. Пока случайно что-нибудь новое (экспериментирование, опыт других, поездки и т. д.) не покажет нам, что мы «много потеряли», не умея что-то делать лучше. Не останавливаться на месте и не удовлетворяться достигнутым качеством заставляют отрицательные эмоции, которые обладают безусловной побудительной силой. Сенсорный голод (сенсорная депривация), жажда впечатлений, скука и т. д. являются примерами наименее дифференцированных, но эмоционально отрицательных мотиваций, приводящих к необходимости постоянно «поднимать планку» качества достигаемых результатов.

Поэтому обучение функциональных систем не заканчивается достижением результата, ставящегося мотивационным возбуждением. Цель и результат, ставящиеся мотивационным возбуждением, являются только первой ступенью среди качественных результатов. Дальнейшее развитие функциональных систем берут на себя положительные эмоции, которые начинают свою работу с эмоциональной оценки качества результатов. Положительные эмоции очень важны, чтобы не терять достигнутого уровня притязаний, иерархии в обществе, достигнутого качества жизни (пищи, жилья, комфорта и т. д.). Для этого положительные эмоции должны иметь достаточно сильную энергетическую поддержку, чтобы, несмотря на большие энергетические затраты, которые, как правило, требуются для достижения качественного результата, стремиться к достижению такого результата. «Большую побуждающую силу потребностей роста по сравнению с потребностями нужды давно отметила народная наблюдательность в известной поговорке... «*Охота пуще неволи*»». [80; с. 155].

«Для правильного понимания закономерностей человеческого поведения важно помнить, что хотя все ... потребности тесно связаны друг с другом и редко обнаруживаются в изолированном, чистом виде, они принципиально не выводимы друг из друга и не заменяют друг друга. Любая степень удовлетворения одного типа потребностей не избавляет человека от необходимости удовлетворять потребности другого типа» [Там же. с. 156].

Дальнейшее рассмотрение потребностей «нужды» и «роста» в связи с освоением не только внешнего мира, но и внутреннего духовного мира приведено в работах А. Маслоу, где эти потребности называются потребностями «дефицита» и «развития» [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

Синтез принципов целеполагания и вероятностного прогнозирования в работе мозга. В информационной теории эмоций *главная цель организма* формулируется следующим образом: «Поскольку положительная эмоция свидетельствует о приближении удовлетворения потребности, а отрицательная эмоция – об удалении от него, субъект стремится максимизировать (усилить, продолжить, повторить) первое состояние и минимизировать (ослабить, прервать, предотвратить) второе ...» [80; с. 28].

Проанализируем эту цель. Отрицательные эмоции являются субъективным отражением некоторого неудовольствия («нужды»). Положительные эмоции являются субъективным отражением предвосхищения некоторого качественного результата. В обоих случаях *главная цель организма объединяет два параметра: первый – вероятностная оценка достижимости результата и второй – качество результата (санкционирующей афферентации)*. Первый параметр отражает *принцип вероятностного прогнозирования*, а второй *принцип целеполагания*.

Главная Цель Организма (ГЦО) и является принципом, синтезирующим принципы целеполагания и вероятностного прогнозирования. Будем называть его ГЦО-принципом. Субъективно он ощущается как максимизация положительных и минимизация отрицательных эмоций. ГЦО-принцип реализуется организмом переключающей функцией эмоций на стадии принятия решений. Опираясь на ГЦО-принцип организм принимает решение, что, как и когда нужно сделать для достижения цели.

7. Формальный анализ принципов целеполагания, предсказания и ГЦО.

Из теории функциональных систем следует, что достижение каждой цели осуществляется последовательностью и иерархией функциональных систем и соответствующих результатов и, следовательно, каждая цель разбивается на последовательность и иерархию подцелей. Полученное дерево целей и результатов образуют ту *логическую схему достижения цели*, которая определяет способ её достижения. Эта схема является логической в широком смысле, так как достижение цели и получение результата вполне описывается логически – цель может быть либо достигнута, либо нет, и результат может быть либо получен, либо нет.

Из теоремы о формализуемости задач [49] в рамках слабых формальных систем следует, что достижение любых целей может быть описано логически в рамках иерархии слабых формальных систем, например, в рамках логического программирования. Тем самым, опираясь на концептуальный мост, связывающий принцип задачного подхода в основаниях математики и принцип целеполагания в ТФС, формальная модель работы мозга, вытекающая из принципа целеполагания, вполне может быть описана иерархией слабых формальных систем. Принцип целеполагания наиболее ярко проявляется, когда процесс обучения мозга закончен и действия становятся автоматизированными - без эмоций и ориентировочно-исследовательской реакции. В этом случае результаты действий точно согласуются с ожидаемыми и вероятностное прогнозирование (с вероятностью 1) сводится к логическому выводу, а процесс достижения цели может быть описан логически иерархией слабых формальных систем.

Но, как показано в предыдущем параграфе, главная цель организма – максимизировать положительные и минимизировать отрицательные эмоции. Рассмотрим, какие формальные методы, известны в искусственном интеллекте, использующиеся для формализации вероятностного прогнозирования.

В искусственном интеллекте, философской логике, принятии решений, вероятностной логике и т. д. рассматриваются только логические схемы достижения результатов. Во всех перечисленных областях вероятностные оценки предсказания осуществляются «вдогонку» (параллельно) логическому выводу. Но как мы покажем, хорошие вероятностные оценки предсказаний таким путем получить нельзя, потому что на первое место ставится логический вывод, т. е. принцип целеполагания, а вероятностные оценки полученного результата вычисляются в соответствии с полученной иерархией задач. Тем самым вероятностное прогнозирование ставится в подчинение принципу целеполагания. Посмотрим к чему это приводит.

Критика логического вывода знаний. Проанализируем подробнее, что известно о вычислении вероятностных оценок предсказания в искусственном интеллекте, экспертных системах, принятии решений и вероятностных логиках. Во всех этих областях применяется логический вывод знаний. Мы имеем в виду не идеализированные знания, например математические, а эмпирические, имеющие некоторую степень достоверности, вероятности, подтвержденности и т. д. В дальнейшем мы всегда будем иметь в виду именно эмпирические знания. Логический вывод знаний предполагает, что если некоторые знания каким-то образом установлены (вместе с оценками их вероятности, достоверности и т. д.), например, каким-либо индуктивным методом, методом обучения, «извлечены» из эксперта опросом и т. д., то все утверждения, получаемые из них по правилам логического вывода, также являются знаниями. Оценки их вероятности (достоверности, подтвержденности и т. д.) могут быть получены по правилам вероятностной логики (нечеткой логики и т. д.) «вдогонку» логическому выводу. Вычислению этих оценок посвящены работы по вероятностной и нечеткой логике [107; 110; 114–115; 119; 144-151; 156–157]. Есть работы, в которых вероятность (достоверность и пр.) рассматриваются как значения истинности утверждений, а процесс логического вывода обобщается до так называемых «количественных дедукций» (дедуктивных систем, в которых значения истинности непрерывны и принимают значения в интервале [0,1]) [107; 114–115; 119]. В работах ([107; 114–115]) описываются довольно богатые формальные системы, содержащие как частные случаи основные известные «количественные дедукции».

Но, несмотря на значительный прогресс в разработке формальных систем, все они основаны на логическом выводе знаний. Анализ изменений оценок вероятности утверждений в процессе логического вывода показывает, что они всегда уменьшаются и, как правило, существенно (за исключением случая, когда условная вероятность или вероятность равны 1). При этом полученные оценки нельзя улучшить, даже если ограничиться правилами с условной вероятностью не меньшей чем, например, 1-ε. И это не случайно.

Дело в том, что использование логического вывода неявно предполагает абсолютную достоверность (или гипотетичность) используемых в выводе знаний и отвечает требованиям сохранения истинности, но не вероятности. Это подтверждается тем, что применение правила вывода modus ponens (из A и A $\Rightarrow$ B следует B) даёт оценку вероятности p(B) меньшую, чем оценка p(A) при вычислении оценки заключения p(B) по правилам вероятностной логики (за исключением случая, когда p(B/A) = 1, тогда p(A) = p(B)). Иными словами, только достоверное знание (p(B/A) = 1) не уменьшает вероятность, в любом другом случае она строго уменьшается. Только при достоверном знании можно применять правила вывода неограниченное число раз, и только в этом случае они действительно являются правилами вывода – сохраняют истинность. Неограниченное применение правил вывода к вероятностным знаниям неприменимо, так как может приводить к знаниям со сколь угодно низкой оценкой вероятности и, фактически, уже не являющимися знаниями. Как мы покажем далее, если отказаться от логического вывода знаний, то можно построить такой семантический вероятностный вывод предсказания в котором, наоборот, оценкой вероятности предсказания будут строго возрастать.

Таким образом, в философской логике, искусственном интеллекте, принятии решений, экспертных системах, вероятностных логиках главенствующую роль всегда играл принцип целеполагания, формально представленный логическим выводом знаний. Применение логического вывода к эмпирическим знаниям и, в том числе, к знаниям, полученным в процессе обучения, неправомерено, поэтому необходимо изменить существующую парадигму логического вывода знаний и разработать такую формализацию предсказания, в которой главной целью знаний являлись бы оценки вероятности предсказания. Только в таких формальных системах можно пытаться строить формальную модель работы мозга.

Семантический подход к выводу знаний, вероятностному прогнозированию и предсказанию. Таким образом, для получения максимальных вероятностных оценок предсказания необходимо отказаться от логического вывода знаний. Нужно понять, что мозг – это не логическое, а, предсказывающее устройство. Как это можно сделать?

Первый шаг к получению вероятностных оценок предсказания был сделан в «количественных дедукциях», где значения истинности были обобщены до значений вероятности (достоверности и пр.). Но в количественных дедукциях сохраняется очевидное несоответствие: при обобщении значений истинности, не обобщаются правила вывода. Правила вывода применяются для сохранения значений истинности, но если значения истинности обобщены, то и правила вывода должны быть обобщены так, чтобы сохранять эти обобщенные значения, а не старые значения истинности.

Рассмотрим процесс вычисления с точки зрения «семантического» подхода к программированию [111]. Идея семантического программирования состоит в том, чтобы процесс вычисления, обобщающий логический вывод, рассматривать как проверку истинности утверждений (включая возможное использование логического вывода) на некоторой модели. При таком взгляде на процесс вычисления, процедуру логического вывода можно обобщить, определяя новые взаимоотношения высказываний и модели. Можно рассмотреть, например, не только проверку истинности, но и проверку предсказуемости, подтверждённости, достоверности высказываний на модели. Такие выводы будем называть семантическими. Для семантического вывода проверку истинности можно заменить поиском максимальной предсказуемости (имеющей наибольшую оценку условной вероятности), наиболее сильно подтверждающих фактов, наиболее достоверных фактов и т. д. Это возможно потому, что истинность имеет только два значения, а вероятность, подтвержденность, достоверность и т. д. имеют континуум значений. Поэтому, если использовать не два значения истинности: истина и ложь, среди которых не имеет смысла искать «наиболее истинное», а континуум значений, то поиск наиболее вероятного, достоверного и т. д. утверждения имеет смысл. В этом случае мы не нуждаемся в правилах вывода.

Назовем *принципом предсказания* такую формализацию вероятностного прогнозирования и предсказания, где главной целью является максимизация оценок предсказания. Такая формализация вероятностного прогнозирования, вывода знаний и предсказания осуществлена, используя *Семантический Вероятностный Вывод* (СВВ) [22, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

Опираясь на формализацию вероятностного прогнозирования и предсказания как СВВ, мы получаем *формализацию ГЦО-принципа* как: *мозг способен автоматически осуществлять предсказания, обеспечивающие максимальные оценки прогноза достижимости результатов*.

8. Критика гипотезы суммации возбуждений на единичном нейроне. Новая формальная модель нейрона.

Прежде чем определить новую формальную модель нейрона, реализующую СВВ, покажем, что существующая формальная модель не имеет под собой никаких оснований.

Господствующая уже более 30 лет в Neuroscience гипотеза суммации возбуждений на уровне нейрона – это ещё одно научное заблуждение. Эта гипотеза была подвергнута критике П. К. Анохиным ещё в 1974 г. [2]. Работа была переведена на английский язык, но в Neuroscience до сих пор придерживаются этой гипотезы. Полная её абсурдность следует из самой работы [2]. Ниже приведен краткий вывод.

Критика гипотезы суммации возбуждений на уровне нейрона.

«Следовательно, теория электрической суммации... признает наличие:

а) возможности распространения отрицательных и положительных потенциалов по мембранам дендрита и тела нервной клетки;

б) возможности их алгебраических суммационных объединений при встрече на поверхности нейрона;

в) возможности адекватного воздействия этой суммы мембранных изменений на генераторный пункт нейрона.

Благодаря огромному авторитету упомянутых выше исследователей теория «электрической суммации», призванная объяснить интегративную деятельность нейрона, почти безоговорочно принята подавляющим большинством нейрофизиологов, хотя вообще к этому не было никаких оснований, поскольку она никогда не обсуждалась и не аргументировалась достаточно серьезным образом» [2; с. 357].

П. К. Анохин выясняет причину возникновения этой «гипотезы»: « ... Произошел тот незаметный перенос выработанной ранее традиционной логики исследовательского процесса на проводящих образованиях (нервных волокнах. – Е.Е.) к исследованию синапсов и самой нервной клетки. Кодовое выражение «проведение возбуждения через синапс» лучше всего характеризует эту ошибку сделанного обобщения. Выражаясь более точно, можно сказать, что примат мембраноионных процессов, справедливо принятый нейрофизиологами безоговорочно для проводящих структур автоматически был перенесен и в качестве примата (!) на синапсы, на дендриты и на нервные клетки... Так возник первый «парадокс», определивший всю дальнейшую логику исследований по нейрофизиологии: синапс, дендриты и нервная система были приняты как часть системы, проводящей (!) нервный импульс по мембране нервной клетки от синапса к аксонному холмику, т. е. к выходу на аксон» [2; с. 361].

Новая формальная модель нейрона, реализующая СВВ. Мы исходили из предположения о том, что вся воспринимаемая мозгом информация и поступающая на его вход афферентация может быть представлена некоторым множеством одноместных предикатов. Обоснуем это предположение.

Под *информацией, поступающей на «вход» мозга*, мы будем понимать всю воспринимаемую мозгом афферентацию: мотивационную, обстановочную, пусковую, обратную, санкционирующую афферентацию, афферентацию об осуществленных действиях, поступающую по коллатералям на «вход» и т. д. Любая афферентация, поступающая на вход по некоторому аксону, имеет два состояния – возбуждение или отсутствие возбуждения (существуют и другие параметры возбуждения, такие как сила возбуждения – число импульсов, частота, связанная с вероятностью сигнала, пачкообразность, связанная с мотивацией, и, возможно, еще некоторые другие, но мы будем учитывать только наличие возбуждения и его вероятность (частоту импульсов)). Поэтому определим поступающую на «вход» мозга информацию одноместными предикатами, которые фиксируют бинарное свойство возбуждения/(не возбуждения) некоторого аксона. Возбуждение нейрона и передачу этого возбуждения на его аксон также определим одноместным предикатом, истинность которого будет означать возбуждение нейрона. Из экологической теории восприятия Дж. Гибсона следует, что под информацией можно понимать любую характеристику энергетического потока света, звука и т. д., поступающую на вход мозга. Признаки, свойства, понятия вторичны по отношению к этой информации и мы этими терминами пользоваться не будем. Поэтому в дальнейшем мы будем предполагать, что вся афферентная информация задается некоторым множеством одноместных предикатов, значения которых соответствуют некоторой, поступающей на вход мозга, информации.

Нейрон определим как преобразование $\langle P_1,...,P_k \rangle \Rightarrow P_0$ значений предикатов $P_1,...,P_k$, обозначающих все входные возбуждения (как правило, несколько тысяч), приходящих по аксонам на вход (синапсы) нейрона, в значение предиката P_0, обозначающего выход (аксон) нейрона. Известно, что каждый нейрон имеет рецептивное поле, стимуляция которого возбуждает его безусловно. Первоначальной (до всякого обучения) семантикой предиката P_0 можно считать информацию, извлекаемую им из этого рецептивного поля. Но в процессе обучения эта информация меняется. Ей становится гораздо более богатый класс стимуляций в том числе условных, а не только безусловных[2].

[2] Может показаться, что данное определение функции нейрона слишком упрощено и не учитывает такой важной функции возбуждения, как возбуждение тормозных синапсов, оказывающих тормозное действие на нейрон. Но известно, что аксон, ветвясь, передает свое возбуждение на один и тот же нейрон через множество синапсов как возбуждающих, так и тормозных. Поэтому каждое возбуждение передается нейрону как через возбуждающие, так и через тормозные синапсы. Тормозные синапсы нужны для того, чтобы затормозить нейрон и прекратить его активность. Эта функция, как мы увидим в дальнейшем, нужна для «вытормаживания» альтернативных образов восприятия, признаков, свойств и т. д., которые в соответствии с обнаруживаемыми «тормозными закономерностями», тормозящими нейрон, не должны быть у воспринимаемых объектов. Иными словами, они нужны при анализе конкуренции целостных «схем», образов, планов действий и т. д. Для

Напомним о системоспецифичности нейронов: нейрон может вести себя совершенно по-разному, участвуя в работе различных функциональных систем (что приводит в недоумение нейрофизиологов, так как в этом случае отдельно взятый нейрон не имеет фиксированной семантики). Как формально можно разделить эти случаи? Так как мотивации, санкционирующая афферентация от достигнутого результата (в том числе определенного качества) и эмоции имеют генерализованное воздействие на нейроны коры головного мозга, то мы можем полагать, что среди всех входных возбуждений $P_1,...,P_k$ каждого нейрона есть все мотивационные, санкционирующие и эмоциональные возбуждения. Мы всегда будем предполагать, что каждый нейрон в некоторый момент времени работает в рамках определенной функциональной системы и, значит, активной для него является только одна тройка $\langle$М, Р, Э$\rangle$ мотивации М, результата Р и эмоции Э, сочетающиеся в этот момент времени с его собственным возбуждением. Поэтому вместо преобразования $\langle P_1,...,P_k\rangle \Rightarrow P_0$ мы всегда будем рассматривать преобразование $\langle\langle М, Р, Э\rangle, М, P_1,...,P_k\rangle \Rightarrow P_0$. Мотивация М добавлена в перечень входных стимулов, так как помимо активирующего воздействия она также может быть условным стимулом и участвовать в выработке вероятностных закономерностей, предсказывающих достижение поставленной этой же мотивацией целей. Конечно, среди всех возбуждений $P_1,...,P_k$ есть множество возбуждений, которые могут быть активизированы только при включении данного нейрона в работу других функциональных систем, но эти возбуждения будут автоматически проигнорированы нейроном, так как они не активны при работе данной функциональной системы, определяемой тройкой $\langle$ М, Р, Э$\rangle$ (вероятностные закономерности на неактивных возбуждениях не вырабатываются). Другие мотивации и эмоции (определяющие другие функциональные системы), так же время от времени будут передавать свои возбуждения на вход данного нейрона, что может привести к выработке закономерностей, включающих данный нейрон в работу других функциональных систем. Но поскольку функциональные системы не могут выполняться одновременно, если только они не включены в иерархию одновременно работающих функциональных систем, то отдельный нейрон, при достижении некоторой цели, всегда работает в рамках одной функциональной системы. Поэтому преобразование $\langle\langle М, Р, Э\rangle, М, P_1,...,P_k\rangle \Rightarrow P_0$ само автоматически

анализа того, как возбуждение передается от одного нейрона к другим, учет тормозных синапсов не обязателен. В дальнейших работах тормозные синапсы будут включены в виде своеобразного отрицания.

выделит среди всех возбуждений $P_1,...,P_k$ те возбуждения, которые позволяют с максимальной вероятностью предсказать (и тем самым возбудить) нейрон P_0 в рамках вполне определенной функциональной системы, определяемой тройкой $\langle$ М, Р, Э$\rangle$.

Для рассмотрения оценок условных вероятностей предсказания, необходимо определить вероятность. Нам достаточно определить вероятность событий, фиксируемых нейронами, участвующими в работе некоторой функциональной системы. Событием $P_{i_1} \& ... \& P_{i_m}$, $\{P_{i_1},...,P_{i_m}\} \subseteq \{P_1,...,P_k\}$ в нейроне

$\langle\langle M, P, Э\rangle, M, P_1,...,P_k\rangle \Rightarrow P_0$

будем называть одновременное возбуждение входов $P_{i_1} \& ... \& P_{i_m}$ этого нейрона непосредственно перед действием подкрепляющего возбуждения. Частоту $h(P_{i_1} \& ... \& P_{i_m})$ события $P_{i_1} \& ... \& P_{i_m}$, определим как h = n/N, где N – общее число подкреплений нейрона тройкой $\langle$ М, Р, Э$\rangle$, а n – число случаев подкрепления, когда были одновременно возбуждены все предикаты $P_{i_1} \& ... \& P_{i_m}$. Под *оценкой условной вероятности* $\wp(P_0 / P_{i_1} \& ... \& P_{i_m})$ возбуждения нейрона P_0 при условии возбуждения его входов $P_{i_1} \& ... \& P_{i_m}$ будем понимать условную частоту

$h(P_0 / P_{i_1} \& ... \& P_{i_m}) = h(P_0 \& P_{i_1} \& ... \& P_{i_m}) / h(P_{i_1} \& ... \& P_{i_m})$.

Примем *интерпретацию вероятности* введенную К. Поппером, как предрасположенность с определенной вероятностью к появлению некоторого события. Будем считать, что при рассмотрении работы некоторого нейрона $\langle\langle M, P, Э\rangle, M, P_1,...,P_k\rangle \Rightarrow P_0$ в некоторой функциональной системе у нас определены вероятности всех событий.

В процессе выработка условного рефлекса условные сигналы начинают связываться с результатом. На уровне нейронов условный рефлекс проявляется в виде эффектов замыкания условных связей на уровне нейронов. Формальное описание такого замыкания лежит в основе определения СВВ.

Под *семантическим вероятностным выводом* понимается такая последовательность правил $C_1, C_2, ..., C_n$, предсказывающих выход нейрона P_0 что:

1. $C_i = (P_1^i \& ... \& P_{m_i}^i \Rightarrow P_0)$, i = 1,…,n;
2. C_i - *подправило* правила C_{i+1}, т.е. $\{P_1^i,...,P_{m_i}^i\} \subset \{P_1^{i+1},...,P_{m_{i+1}}^{i+1}\}$;
3. $\wp(C_i) < \wp(C_{i+1})$, i = 1,2,...n-1, где *Условная Вероятность* (УВ) правила

$$\wp(C_i) = \wp(P_0 / P_1^i \& \ldots \& P_{m_i}^i) = \wp(P_0 \& P_1^i \& \ldots \& P_{m_i}^i) / \wp(P_1^i \& \ldots \& P_{m_i}^i);$$

4. C_i – *Вероятностные Законы* (ВЗ), т.е. для любого подправила $\mathcal{C} = (P_1 \& \ldots \& P_k \Rightarrow P_0)$ правила C_i, $\{P_1 \& \ldots \& P_k\} \subset \{P_1^i \& \ldots \& P_{m_i}^i\}$ выполнено неравенство $\wp(\mathcal{C}) < \wp(C_i)$;
5. C_n – *Сильнейший Вероятностный Закон* (СВЗ), т.е. правило C_n не является подправилом никакого другого вероятностного закона.

Семантических вероятностных выводов, предсказывающих выход нейрона P_0 может быть много. Все они образуют *Дерево Семантического Вероятностного Вывода* (ДСВВ), изображенное на **Ошибка! Источник ссылки не найден.**.

Гипотеза: *Функция нейрона состоит в обнаружении дерева семантического вероятностного вывода для каждой функциональной системы, в работу которой он включён*.

Вероятностные закономерности $C_i = (P_1^i \& \ldots \& P_{m_i}^i \Rightarrow P_0)$, $i = 1,\ldots,n$ формируют условные связи между входными возбуждениями нейрона $P_{i_1},\ldots,P_{i_m}$, приходящими из разных отделов мозга на его синапсы, и его выходным возбуждением P_0. *Нейрон реагирует (возбуждается) на те и только те возбуждения входов, которые являются либо возбуждениями от рецептивного поля, либо условиями хотя бы одной из выработанных им в процессе СВВ вероятностных закономерностей с достаточным для его возбуждения уровнем оценки условной вероятности*. Частота его возбуждения и быстрота возбуждения пропорциональны максимальной величине условной вероятности среди всех сработавших закономерностей.

Заметим, что вид нейрона, приведённый на Рис. 13 в некотором смысле иллюстрирует формальное определение дерева семантического вероятностного вывода.

Нейроны в разных состояниях возбудимости коры (бодрствование, мотивация, эмоция, ориентировочно-исследовательская реакция, сон и т. д.) имеют разный порог срабатывания. Под порогом срабатывания нейрона будем понимать то минимальное значение оценки условной вероятности закономерности, которое в состоянии возбудить нейрон. Из описания эмоций и ориентировочно-исследовательской реакции следует, что они способны изменять порог срабатывания нейрона.

Известно, что в процессе выработки условных связей, а также при замыкании условных связей на уровне отдельного нейрона, скорость проведения импульса от условного раздражителя к аксону нейрона, т. е. скорость ответа нейрона на условный сигнал, тем выше, чем выше оценка условной вероятности достижимости этого (этапного) результата. Это подтверждает, что мозг реагирует прежде всего высоковероятные прогнозы и нейроны срабатывают на самые сильные закономерности с максимальными оценками условных вероятностей, которые находятся в ДСВВ.

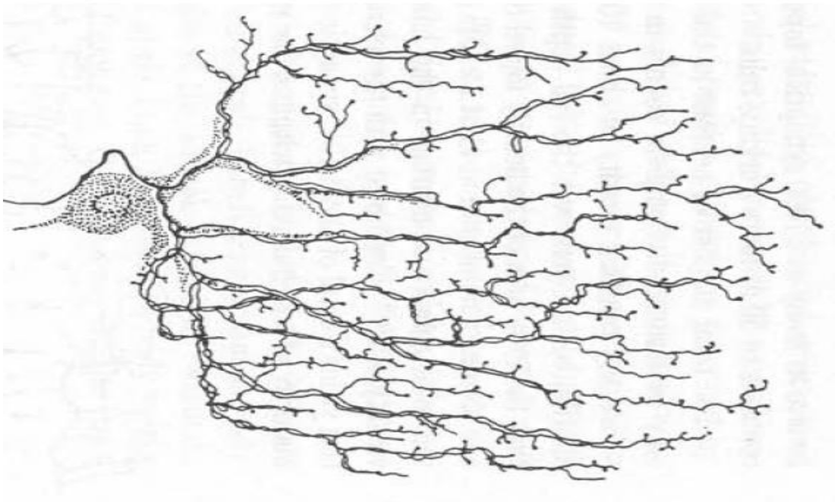


Рис. 13

9. Организация межнейронных связей. Внешние и внутренние контуры работы мозга.

В силу сформулированной выше гипотезы, нейроны обнаруживают все вероятностные закономерности между его входом и выходом для различных функциональных систем, в которые он включен.

Для обеспечения ГЦО-принципа мозг также должен уметь обнаруживать всё множество *вероятностных закономерностей* PR между поступающей на его «вход» информацией и любым эффекторным «выходом». Для этого необходимо чтобы нейроны были связаны так, что на их входы могла попасть любая входная афферентация мозга и их выход мог достичь любого эффекторного органа.

Именно это и осуществляется решеточным принципом межнейронных связей [72]: «Мы считаем, что в самом фундаменте нейронной организации заложен биологически обусловленный принцип универсальной взаимосвязи всех воспринимающих раздражения элементов – рецепторов – со всеми элементами, реализующими ответные реакции на раздражения – эффекторами, которыми обладает орга-

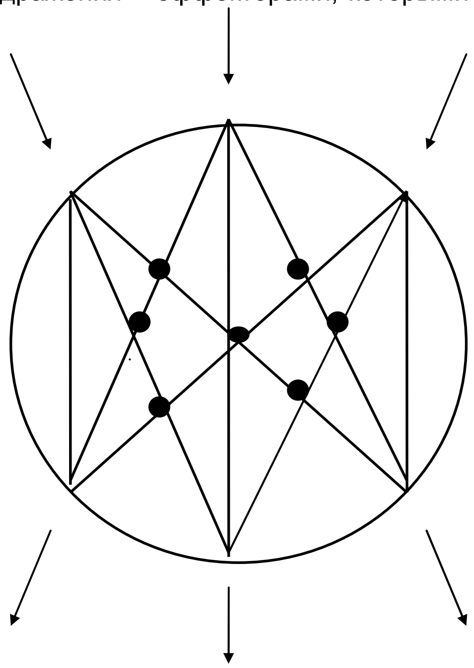


Рис. 1

низм. Любой рецептор или комбинация рецепторов, могут быть связаны с любым эффектором, или комбинацией эффекторов. Анатомически данный принцип выявляется в виде схемы всеобщего перекрёста («решетки») нервных путей, соединяющих отдельные рецепторные точки тела, или их группы, с эффекторными» [72; с. 101]. Рис. 1, приведенный в работе [72], иллюстрирует эту «решетку». Жирными точками обозначены нейроны, стоящие в узлах решетки. Нейроны не просто стоят в местах схождения афферентаций, но и возникают в таких местах: «Как видно на приведенной схеме ... нейроны возникают и структурно закрепляются именно в пунктах взаимодействия различных по своему происхождению и назначению нервных импульсов. Таким образом, нейрон с самого начала его появления в эволюции живых организмов предстает перед нами как аппарат схождения (конвергенции) и расхождения (дивергенции) переключаемых в нём импульсов» [Там же; с. 102].

В дополнение к «переключающей» функции нейронов надо ещё добавить, что нейроны в каждом «узле решетки» получают на вход не только возбуждения от нейронов предыдущего слоя, но и от всех предыдущих слоев и посылают свое возбуждение всем последующим слоям. Кора головного мозга достаточно тонка и возбуждения, поступающие в неё или возникающие в ней в вертикальном направлении (перпендикулярно её поверхности) пронизывают почти всю кору. Таким образом, мозг устроен в соответствии с необходимостью иметь максимально точные предсказания, которые можно получить обнаружением всех вероятностных закономерностей PR.

Роль ориентировочно-исследовательской реакции в реализации ГЦО-принципа. **Общее определение функциональных систем.** Вспомним, что функциональные системы формируются для выполнения некоторых функций организма и достижения соответствующих результатов. Используя формальную модель нейрона, объясним, как происходит формирование функциональных систем на нейрофизиологическом уровне. Пусть тройка $\langle$М, Р, Э$\rangle$ ставит цель по выполнению некоторой функции организма. Если формирование функциональной системы ещё не закончено, и мы ещё не имеем высоковероятный прогноз достижения цели, то возникает ориентировочно-исследовательская реакция, которая:

– во-первых, стремится к тому, что бы все окружающие животное раздражители были известны. «В новой неизвестной обстановке ... поведение строится с использованием выраженной ориентировочно-исследовательской деятельности. На основе имеющейся потребности животные активно исследуют все ранее неизвестные раздражители окружающей среды ...» [Там же; с. 124];

– во-вторых, все обследованные раздражители она «связывает» по типу условного рефлекса с конечным результатом;

– в-третьих, она генерализованно поднимает и выравнивает активность нейронов коры головного мозга, что делает возможным возникновение условных связей между отдалёнными нейронами коры: «ориентировочно-исследовательская реакция ... всегда ведёт к десинхронизации электрической активности коры ... часто выражающееся на записи почти прямой линией ... Эта десинхронизация является общепризнанным результатом активности ретикулярной формации ствола мозга ... является выражением энергетического влияния на кору больших полушарий» [6; с. 346]; « ... можно сказать, что без этого активирующего действия со стороны ретикулярной формации отдельные раздражения, приходящие в кору, были бы в значительной степени изолированными и не могли бы вступить между собой в непосредственную тесную связь так легко, как они вступают при повышении тонуса коры через подкорковое возбуждение ориентировочно-исследовательской реакции» [Там же; с. 351].

Нетрудно видеть, что все эти функции ориентировочно-исследовательской реакции направлены на то, что бы обнаружить максимальное число вероятностных закономерностей PR и сформировать такие функциональные системы, которые бы включали максимальные возможности предсказания результата, предоставляемые схемой соединения нейронов (см. Рис. 1).

Действительно, добиваясь, чтобы все раздражители были известны, она максимально увеличивает «вход» мозга.

Поднимая и выравнивая активность нейронов коры, она обеспечивает равномерное увеличение числа активных нейронов, «срабатывающих» по не достаточно сильным вероятностным закономерностям, что ещё больше увеличивает объем доступной информации и возможность её передачи из одних отделов мозга в другие.

И затем «связывает» условными связями всю эту информацию с конечным результатом путем обнаружения вероятностных закономерностей. Даже при небольшом числе сочетаний условного сигнала с безусловным, когда вероятностная закономерность ещё недостаточно сильна, мы получаем предсказание безусловного сигнала за счёт срабатывания нейрона по слабой закономерности.

При таком действии практически любая вероятностная закономерность из PR, полезная для предсказания какого-либо (этапного) результата P_0 какой-либо из потребностей $\langle М, Р, Э \rangle$, может быть обнаружена схемой нейронов Рис. 1, и включена в функциональную систему (если только для этой вероятностной закономерности $(M \,\&\, P_{i_1} \,\&\ldots\&\, P_{i_m} \Rightarrow P_0) \in PR$ существует нейрон $\langle\langle M, P, Э\rangle, M, P_1, \ldots, P_k\rangle \Rightarrow P_0$, на который приходят все стимулы закономерности $\{P_{i_1}, \ldots, P_{i_m}\} \subseteq \{P_1, \ldots, P_k\}$). В силу принципа всеобщего перекреста, мы всегда будем считать, что такой нейрон существует. Для обнаружения вероятностных закономерностей $(M \,\&\, P_{i_1} \,\&\ldots\&\, P_{i_m} \Rightarrow P_0) \in PR$ некоторой функциональной системой $\langle M, P, Э\rangle$ достаточно мотивации M, и того факта, что при условии $M \,\&\, P_{i_1} \,\&\ldots\&\, P_{i_m}$ сработал нейрон P_0 приблизивший нас к достижению конечного результата P_0 и вызвавший положительную эмоцию Э. Каждая вероятностная закономерность из PR подкрепляется единственной тройкой $\langle M, P, Э\rangle$.

Множество нейронов (и обнаруживаемых ими вероятностных закономерностей из PR), подкрепляемых некоторой тройкой $\langle M, P, Э\rangle$ и есть *функциональная система*, определяемая этой $\langle M, P, Э\rangle$. Обозначим через PR(M, P, Э) все те вероятностные закономерности (и содержащие их нейроны), которые соответствуют этой функциональной системе.

Пусть $\{\langle M, P, Э\rangle\}$ – множество всех потребностей. Множество $\{\langle M, P, Э\rangle\}$ разбивает всё множество вероятностных закономерностей PR на непересекающиеся группы {PR(M, P, Э)}, так как каждая вероятностная закономерность закрепляется только одной потребностью $\langle M, P, Э\rangle$. Поэтому $PR = \cup\{PR(M, P, Э)\}$. Однако нейроны могут обнаруживать закономерности принадлежащие разным группам, так как один и тот же нейрон может участвовать в работе нескольких функциональных систем.

Рассмотрим, как развиваются функциональные системы. Это позволит нам дать более подробную структуру функциональных систем.

Внешние и внутренние контуры работы мозга. Объясним также свойства акцептора результатов действия, которые не могут быть объяснены на основе принципа целеполагания. Это «предвосхищение» в акцепторе результатов действия и его автоматическое обогащение и совершенствование.

Приведем высказывания из теории функциональных систем о свойствах акцептора результатов действия, которые мы хотим объяснить: «Формирование «цели» в центральной архитектуре поведенческого акта связано с построением следующей стадии системной организации поведенческого акта аппарата предвидения будущего результата (всей последовательности и иерархии результатов), удовлетворяющего доминирующую потребность, – аппарата акцептора ре-

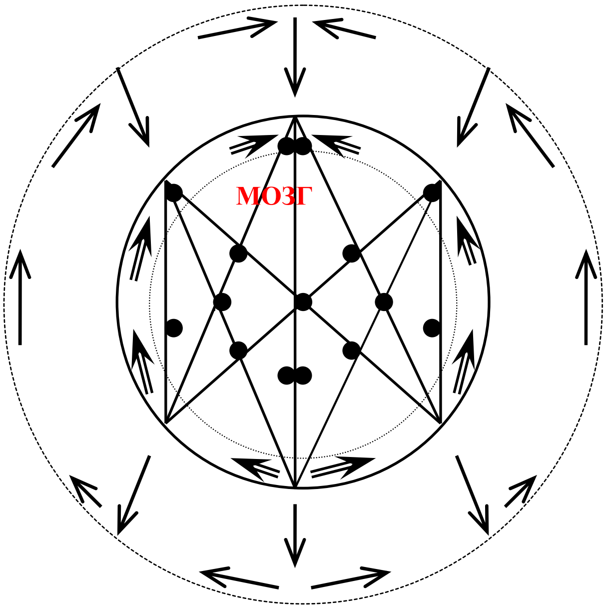


Рис. 2

зультатов действия» [83; с. 81]. «Он «предвосхищает» афферентные свойства того результата, который должен быть получен в соответствии с принятым решением, и, следовательно, опережает ход событий в отношениях между организмом и внешним миром ... По сути, он должен сформировать какие-то тонкие нервные механизмы, которые позволяют не только прогнозировать признаки необходимого в данный момент результата, но и сличать их с параметрами реального результата» [4; с. 95].

Как уже говорилось, под «предвидением» понимается предвосхищение в соответствии с принципом опережающего отражения действительности [5], всей последовательности и иерархии результатов необходимых для достижения конечной цели. Как показано в работах школы П. К. Анохина, нейрофизиологически предвосхищение реализуется специальными коллатеральными ответвлениями от произведенных действий и поступающих на «вход» мозга, конвергируя с афферентацией от входных стимулов: «Речь идет о коллатеральных ответвлениях пирамидного тракта, отводящих ко многим межуточным нейронам "копии" тех эфферентных посылок, которые выходят на пирамидный тракт ... Таким образом, момент принятия решений и начала выхода рабочих эфферентных возбуждений (начало действий – Е.Е.) из мозга сопровождается формированием обширного комплекса возбуждений, состоящего из афферентных признаков будущего результата и из коллатеральной "копии" эфферентных возбуждений, вышедших на периферию по пирамидному тракту к рабочим органам» [4; с. 97]. Таким образом, Рис. 1 преобразуется в более сложную схему Рис. 2.

В Рис. 2 добавился внутренний контур обратных связей, обозначенный малой пунктирной линией, посылающий по коллатералям возбуждения с «выхода» мозга на его «вход», а также внешний контур обратных связей от результатов осуществленных действий во внешней среде, обозначенный большой пунктирной линией. Добавились и нейроны вдоль внутреннего контура, по возбуждениям которых осуществляется «предвосхищение» результатов действий акцептором результатов действий.

10. Основные схемы работы мозга, реализующие принципы целеполагания, предсказания и ГЦО.

Рассмотрим классический условный рефлекс. Пусть **a** – выбранный нами условный сигнал, например, звонок и **b**, **c** и **d** – стук кормушки, вид хлеба и действие хлеба на вкусовые рецепторы языка (безусловный раздражитель).

Фактически все пусковые стимулы являются результатами действий – действием является ожидание пускового стимула и настройка сенсорного аппарата (предвосхищение в терминологии У. Найсера) на восприятие данного стимула, а результатом действия и обратной афферентацией является сам пусковой стимул. В соответствии с концепцией схем восприятия У. Найсера, без такой настройки и предвосхищения мы просто не сможем воспринять (и не увидим и не услышим) соответствующий пусковой стимул. Например, чтобы воспринять звонок **a**, мы должны осуществить перцептивное действие *da* по настройке на его восприятие. Поэтому мы далее будем рассматривать пусковые стимулы как этапные результаты.

Верно и обратное – обратная афферентация об успешном завершении некоторого этапного действия и получение этапного результата является пусковой для начала следующего действия и продолжения достижения цели, так как мы не можем продолжить следующее действие, пока не совершено предыдущее. Например, после того как прозвучал звонок **a**, животное начинает следующее действие *db* – ожидание стука кормушки.

Достижение результата **b** – восприятие стука кормушки, будет пусковым для начала следующего этапа действий – подхода к кормушке и восприятие хлеба *dc*. Получение результата **c** – восприятие хлеба, «запустит» последнее действие *dd* – поедание хлеба с целью получения конечного результата **d** – ощущение хлеба рецепторами языка.

Каждое действие *da*, *db*, *dc*, *dd* по коллатералям, обозначенным стрелкой ⇒, передает свое возбуждение на «вход» мозга (см. Рис. 2). Поэтому, возбуждение от моторного нейрона *da* одновременно с активацией самого действия, обозначенного стрелкой →, передаёт своё возбуждение, показанное стрелкой ⇒, на вход нейрона **a**, действие *db* на вход нейрона **b**, действие *dc* на вход нейрона **c** и действие *dd* на вход нейрона **d** (см. Рис. 3). Значит, на входы нейронов результатов **a**, **b**, **c**, **d** поступит не только обратная афферентация Res(*da*), Res(*db*), Res(*dc*), Res(*dd*) о результатах совершенных действий, поступающая по внешнему контуру, но и возбуждения от самих действий *da*, *db*, *dc*, *dd*, поступающая по внутреннему контуру мозга. Стрелка → после действий *da*, *db*, *dc*, *dd* означает совершение действий во внешней среде.

После восприятия звонка **a** следует восприятие стука кормушки **b**. Но для получения этого необходимо произвести действия по организации восприятия стука кормушки, иначе результат не будет получен. «Запуск» действия *db* (ожидания стука кормушки) должен быть осуществлен нейроном *db* при действии на него пускового стимула **a** (звонок) по закономерности **a** ⇒ *db*. Эта закономерность будет обнаружена потому, что действие *db* приведёт к возможности получения обратной афферентации Res(*db*) от стука кормушки и получения результата **b –** восприятия стука кормушки. Предвосхищение получения результата **b** после совершения действия *db* будет осуществляться по закономерности *db* ⇒ **b**, обнаруживаемой нейроном результата **b** после получения сигнала о совершении действия *db* по коллатералям внутреннего контура работы мозга. Закономерность **b** ⇒ **d**, обнаруживаемая нейроном конечного результата **d** (ощущение хлеба), имеет большую условную вероятность, чем закономерность **a** ⇒ **d** от сигнального стимула, ввиду приближения к достижению цели (нейрон **d** вслед за сигналом о восприятии звонка **a** получит сигнал о восприятии стука кормушки **b**). Поэтому возникшая положительная эмоция, связанная с увеличением вероятности, закрепит все сработавшие нейроны и усилит все возбудившие соответствующий нейроны закономерности:

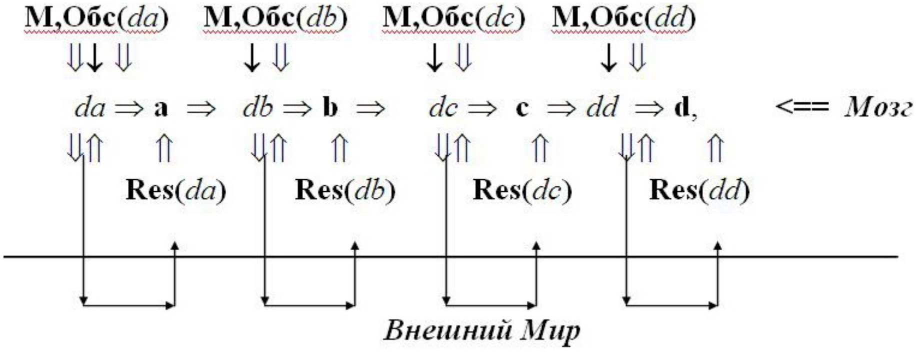


Рис. 3

- «запуск» действия *db* по закономерности **a** ⇒ *db*;
- предвосхищение получения результата **b** после совершения действия *db* по закономерности *db* ⇒ **b**;
- активацию обратной афферентацией Res(*db*) результата **b** по закономерности *db*&Res(db) ⇒ **b**.

После получения условного стимула **a** и запуска действия *db* следующим пусковым стимулом будет уже стимул **b**, запускающий действие *dc* (подход к кормушке и восприятие хлеба), а этапным результатом будет результат **c** (восприятие хлеба). Новый этап действий приведет к выработке аналогичных закономерностей **b** ⇒ *dc*, *dc* ⇒ **c**, *dc*&Res(*dc*) ⇒ **c** (см. Рис. 3). «Запуск» действия *da* осуществляется самой мотивацией М, поскольку мотивация является не только активирующим возбуждением, но и стимулом. «Запуск» М ⇒ *da* закрепится по той же причине, что и другие запуски, так как приведет к этапному результату **a**, предсказывающему по закономерности **a** ⇒ **d** возможность достижения результата **d** с большей вероятностью, чем по закономерности М ⇒ **d**.

Обстановочная афферентация Обс(*da*), Обс(*db*), Обс(*dc*), Обс(*dd*) представляет собой множество всех необходимых условий для успешного совершения каждого отдельного действия и достижения конечного результата в данной обстановке. Поэтому обстановочная афферентация Обс(*da*), Обс(*db*), Обс(*dc*), Обс(*dd*) автоматически включится в закономерности внутреннего контура работы мозга

$$\mathrm{M} \Rightarrow da \Rightarrow \mathbf{a} \Rightarrow db \Rightarrow \mathbf{b} \Rightarrow dc \Rightarrow \mathbf{c} \Rightarrow dd \Rightarrow \mathbf{d} \qquad (19)$$

как «существенная» информация (повышающая условную вероятность прогноза) о необходимых условиях «запуска» каждого очередного действия. В результате выработки условного рефлекса будут обнаружены закономерности:

M&Обс(da) $\Rightarrow$ da, Obc(da)&da $\Rightarrow$ **a**, Obc(da)&da&Res(da) $\Rightarrow$ **a**
a&Обс(db) $\Rightarrow$ db, Obc(db)&db $\Rightarrow$ **b**, Obc(db)&db&Res(db) $\Rightarrow$ **b** (20)
b&Обс(dc) $\Rightarrow$ dc, Obc(dc)&dc $\Rightarrow$ **c,** Obc(dc)&dc&Res(dc) $\Rightarrow$ **c**
c&Обс(dd) $\Rightarrow$ dd, Obc(dd)&dd $\Rightarrow$ **d**, Obc(dd)&dd&Res(dd)

Мотивация M «извлекает из памяти» активацией $\downarrow$ (см. подробнее далее) план действий (2) по достижению цели. Как видно из Рис. 3, достижение цели представляет собой последовательность «блоков», каждый из которых начинается и заканчивается этапными результатами.

Этот блок действий является основополагающим и называется у Н. А. Бернштейна «рефлекторным кольцом», а в теории схем восприятия У. Найсера «перцептивным циклом».

Схемы на приведённых рисунках дают нам структуру и процесс функционирования формальной модели работы мозга, основанной на принципах целеполагания и предсказания.

11. Объяснение теории функциональных систем.

Объясним на основе приведенных схем последовательно все стадии организации целенаправленного поведения в соответствии с теорией функциональных систем и информационной теорией эмоций, а также некоторые из процитированных выше свойств акцептора результатов действия.

Афферентный синтез осуществляется химически специфичной активацией $\downarrow$ мотивацией M различных последовательностей действий вместе с их результатами (1), извлекаемыми мотивацией из памяти. Как видно из схемы (2) и Рис. 3, при этом автоматически учитывается вся обстановочная афферентация и сама мотивация как стимул. «Извлечение из памяти» это не возбуждение действий, а такая их активация, которая производится только мотивационным возбуждением ввиду его химической специфичности и своеобразной «пачкообразной» активности: « ... Доминирующая мотивация отражается в характерном распределении межимпульсных интервалов в нейронах различных отделов мозга. Распределение межимпульсных интервалов носит характер, специфический для различного биологического качества мотиваций» [83; с. 170]. «Таким образом, пачкообразная ритмика центральных нейронов в условиях доминирующего пищевого мотивационного возбуждения отражает процессы ожидания пищевого подкрепления» [Там же; с. 182]. Такая активность является «воображением», позволяющим мотивации по имеющимся закономерностям формировать конкретную цель, акцептор результатов действий и план действий. Получение реальных результатов от обратной афферентации Res(da), Res(db), Res(dc), Res(dd), а не в «воображении» сразу же снимает специфическую активацию ↓ мотивацией этих результатов: «удалось объективно зафиксировать процесс ожидания параметров пищевого подкрепления и, следовательно, прямо отнести их к аппарату акцептора результатов действия. Такими оказались нейроны, которые у голодных животных проявляют выраженную пачкообразную активность. Было установлено, что практически все нейроны с такой формой активности немедленно переходят на регулярную разрядную деятельность, как только животные удовлетворяют свою доминирующую пищевую потребность ... Причем было отмечено, что когда голодное животное видит пищу, пачкообразная активность заменяется на регулярную преимущественно у нейронов зрительной области коры мозга, при введении пищи в ротовую полость, – у нейронов таламической области, при поступлении пищи в желудок – у нейронов гипоталамической области, при введении глюкозы в кровь – у нейронов ствола мозга». [Там же; с. 180]. Из приведенных схем видно, что все этапы афферентного синтеза – мотивация, память, обстановочная и пусковая афферентации работают одновременно.

План действий. **Акцептор результатов действия**. Мотивация «извлекает из памяти» план действий (1). На стадии принятия решений из всех «извлеченных из памяти» планов действий выбирается один. Поскольку планы действий «извлекаются из памяти» до всяких действий, то активация закономерностей плана осуществляется в «воображении». Более точно план действий представляет собой последовательность закономерностей (1), которые активируются в «воображении» по внутреннему контуру работы мозга. По цепочке (1) происходит «опережение хода событий в отношениях между организмом и внешним миром». «Срабатывание» в «воображении» означает передачу этими закономерностями пачкообразной активности (но не регулярное возбуждение).

Но «срабатывание» нейронов a, b, c, d по закономерностям (1) не означает, что не будут ожидаться обратные афферентации Res(da), Res(db), Res(dc), Res(dd) от результатов действий, включенные в более «точные» закономерности

$$\mathrm{Obc}(da)\&da\&\mathrm{Res}(da) \Rightarrow \mathbf{a},$$

$$
\begin{gathered}
\mathrm{Obc}(db)\&db\&\ \mathrm{Res}(db) \Rightarrow \mathbf{b}, \\
\mathrm{Obc}(dc)\&dc\&\mathrm{Res}(dc) \Rightarrow \mathbf{c}, \\
\mathrm{Obc}(dd)\&dd\&\mathrm{Res}(dd) \Rightarrow \mathbf{d}.
\end{gathered}
\tag{21}
$$

тех же самых нейронов **a**, **b**, **c**, **d**. Более «точная» закономерность включает в себя менее «точную», как, например, закономерность Obc(*da*)&*da*& Res(*da*) $\Rightarrow$ **a** включает в себя закономерность Obc(*da*)&*da* $\Rightarrow$ **a**. В силу свойств семантического вероятностного вывода [22, **Ошибка! Источник ссылки не найден.**], если нейроном обнаружена более «точная» закономерность, то всегда обнаружена и менее «точная». Более «точная» закономерность имеет строго большую оценку предсказания и, кроме того, обратные афферентации Res(da), Res(db), Res(dc), Res(dd) от результатов действий имеют **регулярную** активность, что означает фактическое достижение результата. Но, как было объяснено ранее, закономерности (3) не просто являются более «точными», а сигнализируют о фактическом достижении результата, что снимает «пачкообразную» активность и переводит нейрон на регулярную активность, тем самым различая «воображение» и факт. Поэтому нейроны a, b, c, d, с одной стороны, передают пачкообразную активность в «воображении» по закономерностям (1) а, с другой стороны, ожидают обратную афферентацию Res(da), Res(db), Res(dc), Res(dd), требуемую более сильными закономерностями (3). Закономерностями (3) реализуется **акцептор результатов действия** – результатами действий должна быть афферентация Res(da), Res(db), Res(dc), Res(dd). В «воображении» действия *da*, *db*, *dc*, *dd* не активируются, однако по закономерностям:

$$
\begin{gathered}
\mathrm{M}\&\mathrm{Обс}(da) \Rightarrow da \\
\mathrm{Obc}(da)\&da\&\mathrm{Res}(da) \Rightarrow \mathbf{a},\ \mathbf{a}\&\mathrm{Обс}(db) \Rightarrow db, \\
\mathrm{Obc}(db)\&db\&\ \mathrm{Res}(db) \Rightarrow \mathbf{b},\ \mathbf{b}\&\mathrm{Обс}(dc) \Rightarrow dc, \\
\mathrm{Obc}(dc)\&dc\&\mathrm{Res}(dc) \Rightarrow \mathbf{c},\ \mathbf{c}\&\mathrm{Обс}(dd) \Rightarrow dd, \\
\mathrm{Obc}(dd)\&dd\&\mathrm{Res}(dd) \Rightarrow \mathbf{d}.
\end{gathered}
\tag{22}
$$

они активируются, когда получены соответствующие результаты и «пачкообразная» активность переходит в регулярную. После получения результата Res(da), на регулярную активность переходят нейроны **a**, *db*, после получения результата Res(db), нейроны **b**, *dc*, после получения результата Res(dc) нейроны **c**, *dd* и после получения результата Res(dd) нейрон **d**.

Принятие решений осуществляется рассмотрением планов действий с помощью переключающей функции эмоций. На этой стадии реализуется ГЦО-принцип работы мозга. Мозг в «воображении» по закономерностям (1) и схеме Рис. 3 «проигрывает» различные варианты достижения цели. «Проигрывая» различные планы действий, мозг пытается найти такой, который бы обеспечил, как требуемое качество цели, так и максимальную оценку вероятности предсказания. Вероятность прогноза оценивается не по плану (1). В разделе 7 аргументировалось, что принципиально не существует хороших методов пересчета вероятностей предсказания в логическом выводе, представленном планом (1). Мозг «обходит» любой логический вывод, находя одну вероятностную закономерность, предсказывающую конечный результат. Такой закономерностью в данном случае является закономерность

$$\text{М}\&da\&\text{Обс}(da)\&db\&\text{Обс}(db)\&dc\&\text{Обс}(dc)\&dd\&\text{Обс}(dd) \Rightarrow \mathbf{d}, \tag{23}$$

выработанная нейроном **d**. Эта закономерность является конъюнкцией всех условий закономерностей из (2), из которой удалены: обратная афферентация о достижении этапных результатов Res(da), Res(db), Res(dc), Res(dd) и этапные результаты **a**, **b**, **c**, **d**, в силу того, что они являются следствиями действий и не увеличивают в закономерности (5) вероятность достижения конечного результата. Поэтому вероятность оценивается закономерностью (5), учитываемой в процессе принятия решений переключающей функции эмоций. План в процессе принятия решений «проигрываться» с целью обеспечения согласованности всех действий (и обеспечения его непротиворечивости, так как есть ещё тормозные закономерности).

Конкретная цель ставится активацией ↓ мотивацией М последовательности действий da, db, dc, dd, выбранной в процессе принятия решения. Как уже говорилось, эта активация в «воображении» передается всем нейронам результатов a, b, c, d по закономерностям (1). Так как результаты Res(da), Res(db), Res(dc), Res(dd) действий ещё не получены, то нейроны результатов a, b, c, d перейдут в состояние ожидания этих результатов в соответствии с закономерностями (3). Это и есть постановка конкретной цели – ожидание всеми нейронами результатов a, b, c, d – всей совокупностью обратных афферентаций о результатах совершенных действий Res(da), Res(db), Res(dc), Res(dd). Если конкретная цель ставится всей совокупностью результатов a, b, c, d, как ожидание достижения этих результатов. Обратная афферентация от всей совокупности действий и есть акцептор результатов действия.

После совершения какого-либо действия мозг ожидает получение реального результата действий по внешнему контуру. После получения этого результата осуществляется «сличение предсказания с параметрами реального результата». Это сличение осуществляется закономерностями (3).

«Сличение» состоит в том, что все эти закономерности должны «сработать», когда будет получена именно та обратная афферентация, которая записана в закономерности. Если при каком-то действии будет получена другая афферентация, то соответствующая закономерность из (3)не сможет «сработать» потому что условие закономерности не будет выполнено. В этом случае мы не достигнем этапного результата и соответствующего увеличения вероятности достижения конечного результата. В этом случае оценка вероятности достижения конечного результата становится неопределённой и немедленно возникнет ориентировочно-исследовательская реакция, которая своей активацией поможет скорректировать план действий.

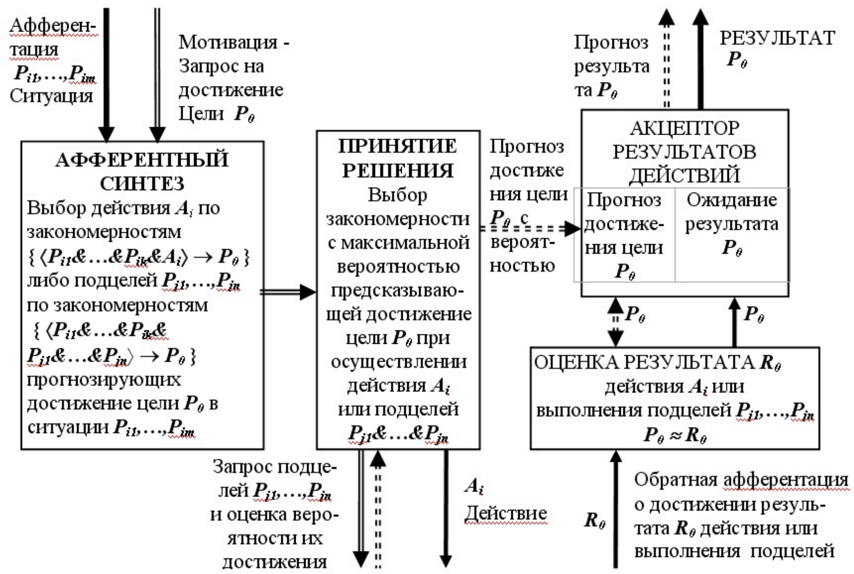
12. Объяснение информационной теории эмоций.

Формула эмоций. В формуле эмоций Э = f[П, $(И_п - И_с)$, ...] основной является разность $(И_п - И_с)$ – «оценка вероятности (возможности) удовлетворения потребности на основе врожденного и онтогенетического опыта». Такой оценкой следует считать оценку условной вероятности $b \Rightarrow$ d достижимости конечного результата d, после достижения некоторого этапного результата b. Как мы видели, после достижения каждого промежуточного результата, ведущего к достижению конечной цели, условная вероятность закономерностей строго возрастает и, значит, разность $(И_п - И_с)$ увеличивается, что приводит к положительным эмоциям.

Замещающая функция эмоций. Как было сказано, нарастание эмоционального напряжения, с одной стороны, расширяет диапазон извлекаемых из памяти энграмм, а с другой стороны, снижает критерии «принятия решения» при сопоставлении этих энграмм с наличными стимулами. Происходит это за счет повышения уровня возбудимости нейронов (срабатывании при более низком уровне условной вероятности) при усилении мотивации (сильный голод) и соответствующей отрицательной эмоции. В этом случае в соответствии с формальной моделью нейрона, происходит активация вероятностных закономерностей, имеющих более низкий уровень условной вероятности, которые были обнаружены на более ранних этапах формирования функциональных систем. Эти вероятностные закономерности имеют меньшее число предикатов в условиях и, значит, являются более генерализованными и применимыми в более широком числе случаев. Это в точности реализует обратный, по сравнению с развитием функциональных систем, механизм редукции функциональных систем. Если ориентировочно-исследовательская реакция развивает функциональные системы и «уточняет» вероятностные закономерности, то поднятие уровня возбудимости нейронов позволяет «срабатывать» старым, более «слабым» закономерностям (при неприменимости более сильных в новой или неожиданной обстановке), приводя, таким образом, к более генерализованным способам действий.

13. Модель работы функциональной системы

На рисунке приведена модель работы функциональной системы [2]. Пусть функциональной системе мотивацией ставиться цель P_0. Представим цель как запрос к функциональной системе – достичь цель P_0. На входе функциональной системы имеется также информация об окружающей среде в виде описания ситуации $P_{i1},...,P_{im}$. Афферентным синтезом из памяти извлекается вся информация, связанная с достижением цели P_0. Эта информация храниться в памяти в виде множества закономерностей $\langle P_{i1},...,P_{ik},A_i \rangle \to P_0$ или закономерностей $\langle P_{i1} \& ... \& P_{ik} \& P_{j1} \& ... \& P_{in} \rangle \to P_0$ условие которых $P_{i1},...,P_{ik}$ содержит свойства текущей ситуации $P_{i1},...,P_{im}$. В условии закономерностей $\langle P_{i1} \& ... \& P_{ik} \& P_{j1} \& ... \& P_{in} \rangle \to P_0$ могут содержатся подцели $P_{j1},...,P_{jn}$, достижение которых необходимо для дости-



жения цели P_0.

Закономерность означает что, если условия ситуации включают в себя условия зафиксированные в закономерности, то после осуществления действия A_i или цепочки действий для достижения подцелей $P_{j1},...,P_{jn}$ мы достигнем цель P_0 с вероятностью определенной в закономерности. Достижение подцелей осуществляется отправкой запроса на их достижение вниз по иерархии подцелей, что обозначено на рис.1 двойной стрелкой вниз. Достижение этих подцелей может потребовать достижение еще более низких по иерархии целей и т.д.

Если какая-то из подцелей не может быть выполнена в данной ситуации (нет закономерностей предсказывающих достижение подцели в данной ситуации), то в ответ на запрос возвращается отказ и соответствующая закономерность исключается из рассмотрения.

Таким образом, активация закономерностей $\langle P_{i1},...,P_{ik},A_i\rangle \to P_0$ в блоке афферентного синтеза автоматически извлекает из памяти тот набор действий A_i или подцелей, которые могут привести к достижению цели P_0. Этот набор вместе с оценками условных вероятностей достижения цели передается в блок принятия решений.

В случае передачи действий блок принятия решений выбирает то действие A_i, которое с максимальной оценкой вероятности приводит к достижению цели. В случае передачи подцелей, блок принятия решений выбирает такие подцели, которые с максимальной вероятностью приводят к достижению цели. При этом учитывается вероятность достижения подцелей, оцениваемая в подсистемах и передающаяся как прогноз назад в блок принятия решений (см. двойную пунктирную стрелку внизу блока принятия решений). Вероятность достижения цели равна

$$f(P_0 \mid P_{i1},...,P_{ik},A_i) = P_{i1} \,\&\, ... \,\&\, P_{in} \frac{f(P_0 \,\&\, P_{i1} \,\&\, ... \,\&\, P_{ik} \,\&\, A_i)}{f(P_{i1} \,\&\, ... \,\&\, P_{ik} \,\&\, A_i)},$$

произведению вероятностей достижения подцелей умноженной на отношение числа случаев, когда действие A_i в состоянии $\langle P_{i1},...,P_{ik}\rangle$, привело к достижению поставленной цели P_0, к общему числу появлений пары $\langle P_{i1},...,P_{ik},A_i\rangle$. Полученный прогноз достижения цели P_0 отправляется в акцептор результатов действий (двойная пунктирная стрелка).

Допустим, что блоком принятия решений выбрана следующая закономерность $\langle P_{i1} \,\&\, ... \,\&\, P_{ik} \,\&\, A_i\rangle \to P_0$ для совершения действия A_i. Если результат R_i действия A_i совпал/(не совпал) с P_0, происходит «закрепление»/«наказание» закономерности – увеличение/уменьшение условной вероятности данной закономерности, т.е. увеличивается/уменьшается ее ценность.

Уточнение правил. При совпадении/несовпадении результата R_i действия A_i с прогнозом P_0 происходит не только увеличение/уменьшение вероятности правила, но и обогащение/обеднение набора $\langle P_{i1},...,P_{ik}\rangle$ условий правила, выполнение которых требуется для применения правила и принятия решения о совершении действия A_i. При уточнении условий правила, уточняются не только признаки ситуации, присутствие/отсутствие которых необходимо для успешного достижения результата, но и добавление/исключение некоторых подрезультатов, достижение которых нужно для успешного достижения цели P_0. Таким образом, автоматически идет процесс **дифференциации стимулов** необходимых для выполнения действия.

Данные о полученном результате R_i поступают в акцептор результатов действий в блок оценки результата. Проводится сравнение спрогнозированного и полученного результатов. В случае совпадения прогноза и результата с заданной степенью точностью, акцептором результатов действий фиксируется достижение цели и получении результата P_0 и передается сообщение об этом вверх по иерархии функциональных систем.

Проследим как мотивационное возбуждение, определяющее цель, преобразуется в прогноз достижения цели через последовательность блоков принятия решений. Мотивационное возбуждение в блоках принятия решений преобразуется в прогноз достижения цели путем своеобразного вероятностного «вычисления» достижимости цели, **которое происходит в точности таким же способом, как вычисляется ответ на запрос в логическом программировании** – путем иерархического развертывания вниз по иерархии всех подцелей, вычисления их вероятностей и сворачиванием этих вероятностей в результирующую вероятность достижения цели.

3. Аппарат эмоций и принятие решений. Переключающая и подкрепляющая функции эмоций. Принципиальным моментом теории эмоций П.В.Симонова является переключающая функция эмоций [4,5], обеспечивающая получение вероятностного прогноза достижения цели ещё до всяких действий и принятие решения о действии.

На основе эмоций как интегрального показателя и принимается решение:

“Зависимость эмоций не только от величины потребности, но и от вероятности ее удовлетворения чрезвычайно усложняет конкуренцию сосуществующих мотивов, в результате чего поведение нередко оказывается переориентированным на менее важную, но легко достижимую Цель: “синица в руках” побеждает “журавля в небе” ... .

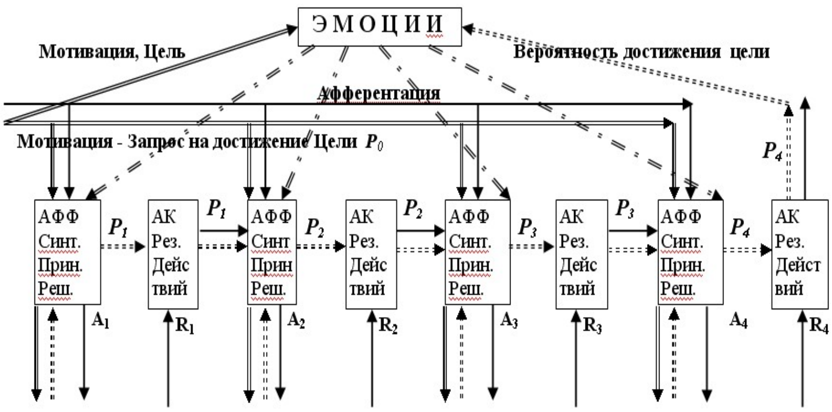
На рис. 2 мотивация (неудовлетворенная потребность) показана двойной стрелкой подходящей слева к блоку эмоций, а прогноз достижения цели двойной пунктирной стрелкой, подходящей справа. Рассогласование между прогнозом и «наличной действительностью» можно измерить как $1-\nu_1\cdot\ldots\cdot\nu_4$, где ν_i – вероятности достижения цели блоком i, т.е. вероятность закономерности выбранной в i-м блоке принятия решений.

Переключающая функция эмоций реализуется тем, что:

- по всем извлеченным из памяти способам достижения цели **получается прогноз достижения цели** и передается в блок эмоций. На рис. 2 путь прогноза показан двойной пунктирной стрелкой, проходящей через блоки принятия решений и акцепторы результатов действий;
- **принимается решение** о выборе того или иного целенаправленного поведения, которое обладает максимальной эмоциональной оценкой и, значит, с максимальной вероятностью при минимальных затратах и отрицательных эмоциях приводит к достижению цели;
- **формирует план достижения** цели и **акцептор результатов действий**.

В процессе достижении цели в соответствии с планом действий проявляется **подкрепляющая функция эмоций**. П.В.Симонов показывает, что только интеграция голодового возбуждения от фактора, способного удовлетворить данную потребность, т.е. механизм, генерирующий **положительную эмоцию**, обеспечивает выработку условного рефлекса.

Участие оценки вероятности в формировании эмоций сразу же делает подкрепление более точным: **любое действие приближающее к цели и увеличивающее прогноз достижения цели** $\nu_1\cdot\ldots\cdot\nu_n$, **сразу же вызывает положительную эмоцию** и **подкрепляет** те «мозговые структуры» (нейроны), которые осуществили действие.



Следовательно, эмоции, основанные на вероятностном прогнозировании, осуществляют подкрепление **каждого успешного шага действий**, увеличивающего вероятность достижения цели, в то время как санкционирующая афферентация теории П.К.Анохина подкрепляют только сразу всю последовательность действий, приведшую к достижению цели.

На рис. 2 от блоков акцептора результатов действия идет две стрелки – одна пунктирная обозначающая прогноз достижения цели, вторая сплошная обозначающая достижение цели и получение результата и **преобразующая прогноз в факт, имеющий вероятность 1**. Поэтому **как только, например, в блоке 1 достигнут результат**, то **вероятность прогноза увеличивается с $\nu_1 \cdot \nu_2 \cdot \nu_3 \cdot \nu_4$ до $1 \cdot \nu_2 \cdot \nu_3 \cdot \nu_4$**. Положительное рассогласование, вызывающее положительную эмоцию равно $1 \cdot \nu_2 \cdot \nu_3 \cdot \nu_4 - \nu_1 \cdot \nu_2 \cdot \nu_3 \cdot \nu_4 = (1-\nu_1) \cdot \nu_2 \cdot \nu_3 \cdot \nu_4$. Возникшая положительная эмоция действует генерализованно и сразу подкрепляет те структуры, которые осуществили действие, т.е. блок 1 и выбранную там закономерность. Поэтому **каждая закономерность, действие которой приблизили к достижению цели**, будет подкреплена на величину увеличения вероятности приближения к цели.

14. Теория движений Н.А. Бернштейна.

Известно [3], что число степеней свободы кинематической системы человека при ходьбе более 30. В настоящее время не существует математического аппарата с помощью которого можно было бы решать системы уравнений для кинематических систем с таким количеством переменных.

В работах Н.А.Бернштейна убедительно показывается, что объяснить организацию движений можно только на основе особого механизма обучения и учета афферентной информации:

«координация есть не какая-то особая точность или тонкость эффекторных нервных импульсов, а особая группа физиологических механизмов, создающих непрерывное организованное циклическое взаимодействие между рецепторным и эффекторным процессом».

В работах Н.А. Бернштейна исследована также многоуровневая организация движений. Приведем цитаты из работ [3], относящиеся к описанию уровней организации движений:

I. "Движения уровня С пространственного поля имеют прежде всего ясно выраженный целевой характер они ведут "откуда–то" "куда-то" и "зачем-то";

II. "Ведущая афферентация уровня действий D (следующем за С) есть предмет. … Ведущим мотивом на уровне действий является не предмет сам по себе, как геометрическая форма, как нечто с определенной массой, консистенцией и т.п. … , а смысловая сторона действий с предметом …";

III. "Движения в уровне предметного действия (D) представляют собой смысловые акты, т.е. это не столько движения, сколько уже элементарные поступки, определяемые смыслом поставленной задачи."

С нашей точки зрения многоуровневая организация движений определяется автоматическим образованием в процессе обучения нескольких **пространств целей и результатов**.

Расширим понятие результата введя так чтобы он мог автоматически формироваться в процессе работы в сложной вероятностной среде.

Формирование структуры промежуточных результатов происходит в два этапа:

1. Если в некоторой последовательности действий приходящая стимуляция хорошо прогнозируется (перед осуществлением каждого очередного действия) и подтверждается (после осуществления каждого очередного действия), то такую последовательность действий определим как:

(а) восприятие некоторого целостного объекта, в случае перцептивных действий;

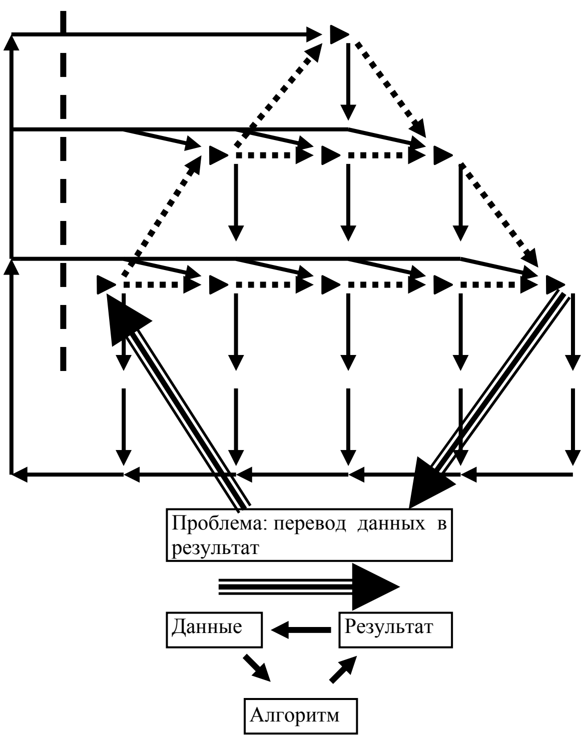
(б) стандартную последовательность действий, в случае целенаправленного поведения.

Припишем этим последовательностям действий в качестве **значения-результата ту совокупность стимулов, которые были предвосхищены и подтверждены после осуществления действий**. Эти совокупности стимулов формируют акцептор результатов последовательностей действий.

Значения-результаты будут автоматически включаться в условия закономерностей последующих действия, так как сигнал о том, что предыдущее действие завершено, увеличивает вероятность завершения последующего действия.

Поэтому, если для достижения цели нужно выполнить некоторую последовательность действий, то сигнал о завершении предыдущего действия будет автоматически включен в условие начала следующего как необходимое условие начала следующего действия.

2. Если восприятие/действие переходят к новому объекту (части объекта) или в новую ситуацию, то стимулы этого объекта/ситуации пло-



хо предвосхищаются по предыдущим стимулам и возникает разрыв в структуре предвосхищения. **Этот разрыв восполняется обнаружением единства последовательностей действий в рамках некоторой большей целостности** (объект, состоящий из своих частей, совокупность последовательностей действий, приводящая к некоторому более масштабному результату – разжиганию огня, добычи пищи, организации ночлега и т.д). Эта большая целостность (если она целостность) должна хорошо предвосхищаться и потому она может взять на себя организацию последовательностей действий в рамках этой большей целостности. В этом случае организация действий уже осуществляется на более высоком уровне, в котором более простые последовательности действий являются элементарными единицами действий и результатов.

Таким образом, опережающее отражение действительности автоматически формирует иерархию промежуточных результатов деятельности. Каждый промежуточный результат фиксирует ту стимуляцию, которая получена в последовательности действий, которая хорошо предвосхищала/подтверждала приходящие стимулы.

Объясним, почему цепочки действий выстраиваются в пространство целей и результатов некоторого уровня (C, D, …). Стандартные цепочки действий A_1, A_2, A_3, A_4 заканчиваются некоторым результатом в том случае, когда дальнейшее действие не может быть предсказано по закономерностям этого уровня.

Формирование более сложного действия определяется на более высоком уровне **в соответствии с более сложными смыслами действий**.

Результаты цепочек действий некоторого уровня определяют язык, отражающий единицы действий этого уровня. Этот язык замкнут, так как «смыслы» должны быть стыкуемы между собой, чтобы можно было осуществлять сложные действия. **Язык каждого уровня дает пространство целей и результатов** соответствующего уровня.

15. Мышление. Анализ и Синтез.

I. Анализ. Сведение задач к подзадачам.

Движется в двух направлениях:

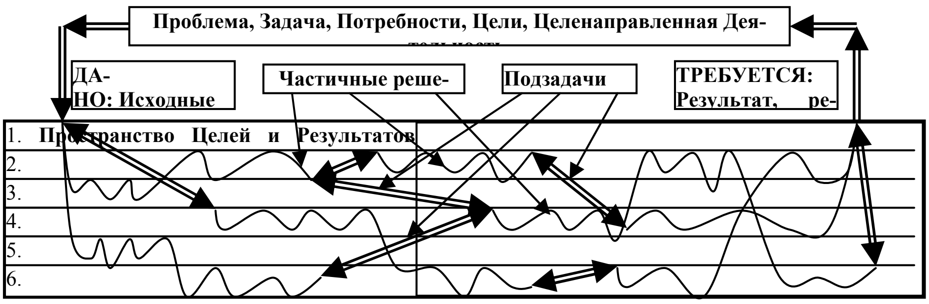
1. От Дано к Требуется путем анализа всех возможных (частичных) путей продвижения к цели;
2. От грубых решений, идей, предположений, формулируемых на более высоких уровнях 4,5,6 и т.д. (в языке все более комплексных

действий, образов, понятий) ко все более детальным частичным путям решения, образам, логическим схемам рассуждений и т.д.

II. Синтез - Поиск Решения всей задачи путем Комбинации и Перебора имеющихся частичных путей решения задачи.

Движется в двух обратных по отношению к Анализу направлениях:

3. После каждого, выявленного Анализом нового частичного пути решения Задачи, Синтез этих путей в Решение всей Задачи путем склейки частичных путей, перебором вариантов путей.
4. Перевод частичных путей и склеенных путей на более высокий, глобальный уровень с целью нахождения Решения всей Задачи в



более общих терминах.

III. Изменение точки зрения выбором другой подсистемы понятий.

Можно решать одну и туже задачу аналитически, геометрически, построением, т.д.

Мышление «совершается в **восхождении от абстрактного к конкретному** – последовательное прослеживание связи **частностей** («**абстрактных моментов**») друг с другом, объективно выделяющихся в составе целого. Это и есть **движение от частного к общему** – от частного, понимаемого как частичное, неполное фрагментарное отражение целого, к общему, понимаемому как общая (взаимная) связь, сцепление этих частностей в составе **конкретно-определенного целого**, как совокупность объективно необходимых и объективно синтезированных различных частей ...

16. Схемы восприятия У.Найсера

Зададимся вопросом: **что мы видим**?

"Мы записали на видеомагнитофон две "игры" (например, футбол и хоккей - Е.В.), а затем с помощью зеркала осуществили полное визуальное наложение двух передач - как если бы на телевизионном экране одновременно демонстрировались два канала ... Испытуемых просили наблюдать за одной игрой и игнорировать другую, нажимая на ключ при каждом целевом событии (например, при каждом ударе по мячу, шайбе) в наблюдаемой игре. ... При темпе 40 целевых событий в минуту было одинаково легко следить за игрой независимо от того, демонстрировалась она вместе с другой или отдельно. Количество ошибок составляло примерно 3% ... Естественность этой задачи и отсутствие интерференции со стороны второго эпизода просто удивительны. Испытуемый не видит иррелевантную игру ... Каким образом это возможно? Циклическая модель восприятия позволяет легко объяснить эти результаты."

Найсер следующим образом описывает функционирование схемы и перцептивного цикла восприятия:

"По моему мнению, важнейшими для зрения когнитивными структурами являются **предвосхищающие схемы**, подготавливающие индивида к принятию информации строго определенного, а не любого вида и, таким образом, управляющие зрительной активностью. Поскольку **мы способны видеть только то, что умеем находить глазами, именно эти схемы определяют, что будет воспринято**. В каждый момент воспринимающим конструируются предвосхищения некоторой информации, делающие возможным для него принятие ее, когда она оказывается доступной. Чтобы сделать эту информацию доступной, ему часто приходится активно исследовать оптический поток, двигая глазами, головой или всем телом. Эта исследовательская активность направляется все теми же предвосхищающими схемами, представляющими собой своего рода **планы для перцептивных действий**, так же как и готовность к выделению оптических структур некоторых видов. Термин "**восприятие**" относится ко всему циклу, а не к какой-то отдельной его части."

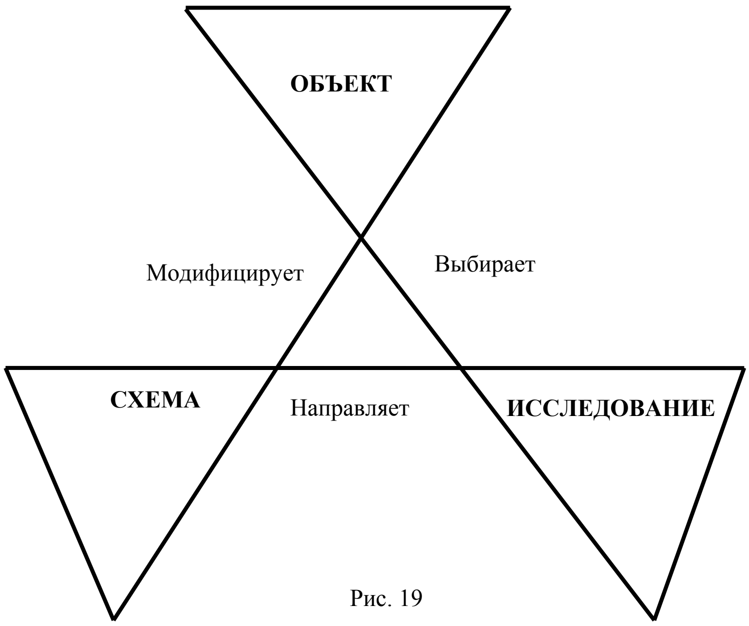


Рис. 19

Под **предвосхищением будем понимать предсказание**, а под схемой - совокупность закономерностей предсказывающих, что будет воспринято в следующий момент времени при выполнении определенных перцептивных действий.

Перефразируем высказывание Найсера в терминах представленной на рис. модели:

При постановке цели $\boldsymbol{P_0}$ – восприятия значения объекта, воспринимающим в каждый момент времени извлекается из памяти, представленной совокупностью закономерностей $\langle \boldsymbol{P_{i1},\ldots,P_{ik}, A_i} \rangle \to \boldsymbol{P_0}$, весь опыт восприятия данного объекта в данной ситуации, представленной стимулами $\boldsymbol{P_{i1},\ldots,P_{im}}$. Эти закономерности автоматически определяют все возможные дальнейшие действия $\mathrm{A_i}$, которые могут привести к достижению цели – восприятия значения $\boldsymbol{P_0}$. Из этих действий выбирается действие $\mathrm{A_i}$, которое в соответствии с предыдущим опытом приводило к восприятию. Если при этом, надо достичь каких - либо подцелей $\boldsymbol{P_{i1},\ldots,P_{in}}$, например, восприятия каких-то частей объекта, то делаются запросы $\boldsymbol{P_{i1},\ldots,P_{in}}$ на восприятие этих подцелей. После выбора наилучшего действия $\mathrm{A_i}$ и действий для достижения подцелей – они выполняются. По выбранным действиям конструируется предвосхищение восприятия значения $\boldsymbol{P_0}$ и соответствующих подрезультатов $\boldsymbol{P_{i1},\ldots,P_{in}}$. Осуществление перцептивного действия A_i делает возможным принятие “определенной информации” R_i, когда последняя “оказывается доступной”. Принятие этой информации означает ожидание реально поступающей стимуляции R_i и сличения ее с ожидаемой целью $\boldsymbol{P_0}$. Только если стимуляция R_i в определенной степени оказывается похожей на ожидаемую - $\boldsymbol{R_i \approx P_0}$, то она будет воспринята и “окажется доступной”. Чтобы сделать это приходится активно исследовать оптический поток, двигая глазами, головой и всем телом.

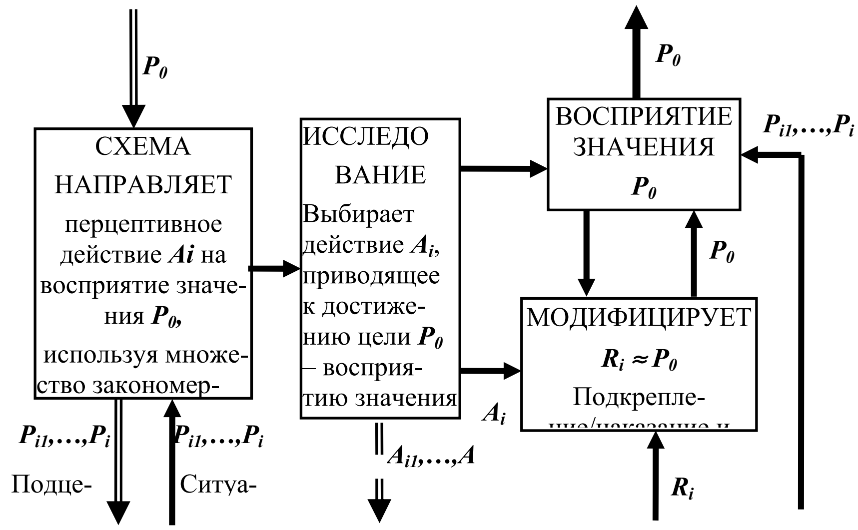


Рис. 20

ЛИТЕРАТУРА

1. Анализ нечисловой информации Ю. Н. Тюрин, Б. Г. Литвак, А. И. Орлов и др. Препр. Научн. совет по комплексной проблеме «Кибернетика». М., 80 с.
2. Анохин П. К. Системный анализ интегративной деятельности нейрона // П. К. Анохин. Очерки по физиологии функциональных систем. М.: Медицина, 1975. С. 444.
3. Анохин П. К. Проблема принятия решения в психологии и физиологии // Проблемы принятия решения. М.: Наука, 1976. С. 7–16.
4. Анохин П. К. Принципиальные вопросы теории функциональных систем // Философские аспекты теории функциональных систем. М.: Наука, 1978. С. 49–106.
5. Анохин П. К. Опережающее отражение действительности // Философские аспекты теории функциональных систем. М.: Наука, 1978. С. 7–27.
6. Анохин П. К. Роль ориентировочно-исследовательской реакции в образовании условного рефлекса // Анохин П. К. Системные механизмы высшей нервной деятельности: Избр. тр. М.: Наука, 1979. С. 338–352.
7. Анохин П. К. Эмоции // Большая медицинская энциклопедия т. 35, М. 1964.
8. Бешенков С.А., Ракитина Е.А. Моделирование и формализация. Методическое пособие. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 336с.
9. Борисова И. А., Загоруйко Н. Г. Естественная классификация // Сборник трудов ИАИ-2004. Киев, 2004. С. 33–42.
10. Биркгоф Г. Теория Решеток. М. «Наука», Физ.-мат., 1984
11. Витяев Е. Е. Метод обнаружения закономерностей и метод предсказания // Эмпирическое предсказание и распознавание образов. Новосибирск, 1976. Вып. 67. С. 54–68.
12. Витяев Е. Е. Обнаружение закономерностей, выраженных универсальными формулами // Там же. Новосибирск, 1979. Вып. 79. С. 57–59.
13. Витяев Е. Е. Закономерности в языках эмпирических систем и законы классической физики // Там же. Новосибирск, 1979. Вып. 79. С. 45–56.
14. Витяев Е. Е. Обнаружение функциональных зависимостей с одновременным формированием понятий // Вторая Всесоюзная конференция по автоматизации поискового конструирования. Новосибирск, 1980. С. 171–172.
15. Витяев Е. Е. Упрощение функциональных зависимостей за счет перешкалирования величин // 11-я Всесоюзная школа-семинар по «Программно-алгоритмическому обеспечению прикладного многомерного статистического анализа». М., 1983. С. 260–262.

16. Витяев Е. Е. Классификация как выделение групп объектов, удовлетворяющих разным множествам согласованных закономерностей // Анализ разнотипных данных. Новосибирск, 1983. Вып. 99. С. 44-50.
17. Витяев Е. Е. Числовое алгебраическое и конструктивное представление одной физической структуры // Логиго-математические основы МОЗ. Новосибирск, 1985. Вып. 107. С. 40–51.
18. Витяев Е. Е. Конструктивное числовое представление величин // Методы анализа данных. Новосибирск, 1985. Вып. 111. с. 23–32.
19. Витяев Е. Е. Шкала экстенсивных величин как абстрактный тип данных // Всесоюзная конференция по прикладной логике: Тез. докл. Новосибирск, 1985. С. 37–39.
20. Витяев Е. Е. Логико-операциональный подход к анализу данных // Комплексный подход к анализу данных в социологии: Тр. Инс–та социол. исслед. АН. М., 1989. С. 113–122.
21. Витяев Е. Е. Обнаружение закономерностей (методология, метод, программная система SINTEZ). 1. Методология // Методологические проблемы науки. Новосибирск, 1991. Вып. 138. С. 26–60
22. Витяев Е. Е. Семантический подход к созданию баз знаний. Семантический вероятностный вывод наилучших для предсказания ПРОЛОГ-программ по вероятностной модели данных // Логика и семантическое программирование. Новосибирск, 1992. Вып. 146. С. 19–49.
23. Витяев Е. Е. Принцип работы мозга и процесс познания в науке и исскусстве. Изд. НГУ, Новосибирск, 1995. С. 64
24. Витяев Е. Е. Целеполагание как принцип работы мозга // Модели когнитивных процессов. Новосибирск, 1997. Вып. 158. С. 9–52.
25. Витяев Е. Е. Вероятностное прогнозирование и предсказание как принцип работы мозга // Измерение и модели когнитивных процессов. Новосибирск, 1998. Вып. 162. С. 14–40.
26. Витяев Е. Е. Формальная модель работы мозга, основанная на принципе предсказания // Модели когнитивных процессов. Новосибирск, 1998. Вып. 164. С. 3–61
27. Витяев Е. Е. Рефлексирующие и мыслящие программные системы // Рефлексивное управление. (Международный симпозиум "Рефлексивные процессы и управление" 8-10 октября 2001 года, г. Москва) / Сборник статей под ред. В. Е. Лепского. М.: Изд-во Института психологии РАН, 2000. 192 с.
28. Витяев Е. Е. Объяснение Теории Движений Н.А.Бернштейна // VII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2005» Сборник научных трудов. М.: МИФИ, Ч. 1., 2005. С. 234–240
29. Витяев Е. Е. Логика работы мозга // Проблемы нейрокибернетики. (материалы XIV-ой Международной конференции по нейрокибернетике). Том. 2. Ростов-на-Дону, 2005. С. 14–17.

30. Витяев Е. Е. Извлечение знаний из данных. Компьютерное познание. Модели когнитивных процессов. Новосибирск, 2006. 293 с.

31. Демин А. В., Витяев Е. Е. Реализация модели анимата на основе семантического вероятностного вывода // VIII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2006». М.: МИФИ, Сборник научных трудов. Том. 2, 2006. С. 16–24

32. Витяев Е. Е., Костин В. С. Естественная классификация как закон природы // Интелектуальные системы и методология. (Материалы научно-практического симпозиума "Интелектуальная поддержка деятельности в сложных предметных областях"). Новосибирск, 1992. Вып.4. С. 107–115.

33. Витяев Е.Е., Костин В.С. Естественная классификация, систематика, онтология. Информационные технологии в гуманитарных исследованиях, Вып. 13, ИАЭТ СО РАН, Новосибирск, 2009, стр. 65-75

34. Витяев Е. Е., Логвиненко А. Д. Метод тестирования систем аксиом. // Теория вычислений и языки спецификаций. Новосибирск, 1995. Вып. 152. С. 119–139.

35. Витяев Е. Е., Логвиненко А. Д. Обнаружение законов на эмпирических системах и тестирование систем аксиом теории измерений // Социология: методология, методы, математические модели. Научный журнал РАН. Том 10, 1998. С. 97–121.

36. Витяев Е. Е., Москвитин А. А. ЛАДА – программная система логического анализа данных // Методы анализа данных. Новосибирск, Вып.111. С. 38–58.

37. Витяев Е. Е., Москвитин А. А. Введение в теорию открытий. Программная система DISCOVERY // Логические методы в информатике. Новосибирск, 1993. вып. 148. С. 117–163.

38. Витяев Е. Е., Морозова Н. С., Сутягин А. С., Лапардин К. А. Естественная классификация и систематика как законы природы // Анализ структурных закономерностей. Новосибирск, 2005. Вып. 174. С. 80–92

39. Компьютерная система «Gene Discovery» для поиска закономерностей организации регуляторных последовательностей эукариот / Витяев Е. Е., Орлов Ю. Л., Вишневский О. В., и др. // Молекулярная биология. 2001. т. 35, № 6. С. 952–961.

40. Витяев Е. Е., Подколодный Н. Л. От экспертных систем к системам, создающим теории предметных областей // Компьютерный анализ структуры, функции и эволюции генетических макромолекул. Новосибирск, 1989. С. 264–282.

41. Витяев Е. Е. Принятие решений. Переключающая и подкрепляющая функции эмоций // VIII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2006», М.: МИФИ, 2006. С. 24-30

42. Вишневский О. В., Витяев Е. Е. Анализ и распознавание промоторов эритроид-специфичных генов на основе наборов вырожденных олигонук-

леотидных последовательностей // Молекулярная биология. 2001. т. 35, № 6. С. 979–986.

43. Нечисловая статистика, экспертные оценки и смежные вопросы. Всесоюзная конференция. Тез. докл. М.-Таллин. 1980. 403 с.

44. Гибсон Дж. Экологический подход к зрительному восприятию. М.: Прогресс, 1988. С. 462.

45. Гончаров С. С., Ершов Ю. Л. Конструктивные модели. Научная книга, Новосибирск, 1999. 345 с.

46. Гончаров С. С., Ершов Ю. Л., Самохвалов К. Ф. Введение в логику и методологию науки. Москва: Интерпракс, 1994. С. 255.

47. Девид Г. Метод парных сравнений. М.: Статистика, 1978. 150 с.

48. Ершов Ю. Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. М.: Наука, 1980. 415 с.

49. Ершов Ю. Л., Самохвалов К. Ф. О новом подходе к философии математики // Структурный анализ символьных последовательностей. Новосибирск, 1984. Вып. 101. С. 141 - 148.

50. Забродин В. Ю. О критериях естественной классификации // НТИ, 1981. Сер. 2, № 8.

51. Загоруйко Н. Г., Самохвалов К. Ф., Свириденко Д. И. Логика эмпирических исследований. Новосибирск, 1978. 66 с.

52. Загоруйко Н. Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. Новосибирск: Институт математики, 1999. С. 268.

53. Каменский В. С. Модели и методы не метрического многомерного шкалирования: (Обзор) // Автоматика и телемеханика. 1977. №8. С. 118–156.

54. Карнап Р. Философские основания физики. М.: Прогресс, 1971. 387 с.

55. Кендал М., Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973. С. 899.

56. Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. 560 с.

57. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп. М.: Наука, 1982. 182 с.

58. Козелецкий Ю. Психологическая теория принятия решений. М.: Прогресс, 1979. 503 с.

59. Копытов В.М. Решеточно упорядоченные группы. М., «Наука», 1984.

60. Кузьмин В. Б., Орлов А. И. О средних величинах, сравнение которых инвариантно относительно допустимых преобразований шкалы // Статистические методы анализа экспертных оценок. М., 1977. С. 220–227.

61. Кулаков Ю. И. Элементы теории физических структур. Новосибирск: НГУ, 1968. 215 с.

62. Кулаков Ю. И. Математическая формулировка теории физических структур // Сиб. мат. журн. 1971. Т. 12, № 5. С. 1142–1145.

63. Кулаков Ю. И. О теории физических структур // Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций. Т5. Л., 1983. С. 103–151.

64. Кулаков Ю. И. Новая формулировка теории физических структур // Методологические и технологические проблемы информационно-логических систем. Новосибирск, 1988. Вып. 125. С. 3–32.

65. Куперштох В. Л., Миркин Б. Г., Трофимов В. А. Метод наименьших квадратов в анализе качественных признаков // Проблемы анализа дискретной информации. Новосибирск, 1976.

66. Мальцев А. И. Алгебраические системы, М.: Наука, 1970.

67. Мейен С. В., Шрейдер С. А. Методологические аспекты теории классификаций // Вопросы философии. 1976. № 12.

68. Миркин Б.Г. Анализ качественных признаков и структур. М.: Статистика, 1980. 316 с.

69. Михайличенко Г. Г. Решение функциональных уравнений в теории физических структур. Докл. АН СССР. 1972. Т. 206, № 5. С. 1056–1058.

70. Михиенко Е. В., Витяев Е. Е. Моделирование работы функциональной системы // VI Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2004»: Сб. науч. тр. В 2 ч., М.: МИФИ, 2004. Ч.2. С. 124–129.

71. Нормативные и дескриптивные модели принятия решений: По материалам советско-американского семинара. М.: Наука, 1981. 340 с.

72. Поляков Г. И. О принципах нейронной организации мозга // М.: МГУ, 1965. С. 165.

73. Пфанцагль И. Теория измерений. М.: Мир, 1976. 248 с.

74. Психологические измерения. Под ред. Л.Д.Мешалкина. М.: Мир, 1967. 120 с.

75. Рутковский Л. Элементарный учебник логики. Спб., 1884.

76. Орлов А. И. Допустимые средние в некоторых задачах экспертных оценок и агрегирования показателей качества // Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях. М.: Наука, 1979, 293 с.

77. Орлов А. И. Устойчивость в социально-экономических моделях. М.: Наука, 1977. 182 с.

78. Саганенко Г. И. Социологическая информация. Л.: Наука, 1979. 142 с.

79. Сатаров Г. А., Каменский В. С. Общий подход к анализу экспертных оценок методами не метрического многомерного шкалирования // Статистические методы анализа экспертных оценок. М.: Наука, 1977. С. 251–266.

80. Симонов П. В. Эмоциональный мозг. М.: Наука, 1981. С. 140.
81. Симонов П. В. Высшая нервная деятельность человека (мотивационно-эмоцио-нальные аспекты). М.: Наука, 1975. С. 173.
82. Смирнов Е. С. Конструкция вида с таксономической точки зрения // Зоол. Журн. 1938. Т. 17, № 3, С. 387–418.
83. Судаков К. В. Общая Теория Функциональных Систем М.: Медицина, 1984. С. 222.
84. Судаков К. В. Системные механизмы эмоционального стресса. М.: Медицина, 1981. С. 228.
85. Терехина А. Ю. Методы многомерного шкалирования и визуализации данных: (Обзор) // Автоматика и телемеханика. 1973. № 7. С. 80–94.
86. Тюрин Ю. Н., Василевич А. П., Андрукевич П. Ф. Статистические методы ранжирования // Статистические методы анализа экспертных оценок. М.: Наука, 1977. С. 30–58.
87. Анализ нечисловой информации / Ю. Н. Тюрин, Б. Г. Литвак, А. И. Орлов и др. // Всесоюзная школа «Программно-алгоритмическое обеспечение прикладного многомерного статистического анализа». Ереван, 1979. С. 231–243.
88. Фишберн П. С. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978. 352 с.
89. Фридланд А.Я. Информатика: процессы, системы, ресурсы. -М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.
90. Функциональные системы организма (Под ред. К. В. Судакова) М., Медицина, 1987, С. 430.
91. ФЭС. Философский энциклопедический словарь. М. "Советская энциклопедия" 1989. 816с.
92. Шмерлинг Д. С. О построении моделей парных и множественных сравнений со связями // Прикладной многомерный статистический анализ. М., 1978. С. 164–189.
93. Шрейдер С. А. Систематика, типологии, классификация // Теория и методология биологических классификаций, М.: Наука, 1983.
94. Adams Er. W. The logic of conditionals // An application of probability to deductive logic // Synthese Library. 1975. v. 86.
95. Anderson N. H. Integration theory, functional measurement and the psychological law // Advances in psychophysics / Ed. Geissler, Yu. Zabrodin. Berlin, 1976. p. 93–130.
96. Anderson N. H. Algebraic Rules in Psyhological measurement // Amer. Scientist. 1979. v.67. P. 555–563.
97. Apt K. R. Introduction to logic programming // Computer Science Department of Software Technology, Report CS-R874.

98. Investigating extended regulatory regions of genomic DNA sequences / V. N. Babenko, P. S. Kosarev, O. V. Vishnevsky et al. // Bioinformatics. 1999. v. 15, P. 644–653.

99. [BI-RADS], Breast Imaging Reporting and Data System, American College of Radiology, Reston, VA, 1998.

100. Bratko I., Muggleton S., Varvsek A. Learning qualitative models of dynamic systems // Inductive Logic Programming, S. Muggleton, Ed. Academic Press. London, 1992.

101. Bratko I. Innovative design as learning from examples // Proceedings of the International Conference on Design to Manufacture in Modern Industries, Bled, Slovenia, June, 1993.

102. Bratko I., Muggleton S. Applications of inductive logic programming // Communications of ACM. 1995 Vol. 38 (11), p. 65–70.

103. Caldwell R. An Overview of the INFFC: from Organization to Results // Nonlinear financial forecasting, Proc. of the first INFFC, Finance and Technology, 1997. P. 9–22.

104. CAR'96 Computer Assisted Radiology, Proceedings of the International Symposium on Computer and Communication Systems for Image Guided Diagnosis and Therapy, Lemke HU, Vannier MW, Inamura K, Farman AG, (eds.) Paris, France, June 26–29, 1996, Elsevier Science.

105. Dzeroski S., DeHaspe L., Ruck B.M., Walley W.J. Classification of river water quality data using machine learning // Proceedings of the Fifth International Conference on the Development and Application of Computer Techniques to Environmental Studies (ENVIROSOFT'94).

106. Dzeroski S. Inductive Logic Programming and Knowledge Discovery in Databases // Advances in Knowledge Discovery and Data Mining, Eds. U. Fayad, G., Piatetsky-Shapiro, P. Smyth, R. Uthurusamy. AAAI Press, The MIT Press, 1996. P. 117–152.

107. Van Emden M. N. Quantitative deduction and its fix-point theory // J. Logic Programming. 1986. Vol. 3, № 1. P. 37–53.

108. Fenstad J. I. Representation of probabilities defined on first order languages // J.N.Crossley, ed., Sets, Models and Recursion Theory: Proceedings of the Summer School in Mathematical Logic and Tenth Logic Colloguium. 1967. P. 156–172.

109. Fitting M. C. Logic Programming on a Topological Bilattices // Fundamenta Informatica. 1988. Vol. 11. P. 209–218.

110. Gaifman H. Concerning measure in first order calculi // Israel journal of Math. 1964. Vol. 2, N 1. P. 1–18.

111. Goncharov S. S., Ershov Yu. L., Sviridenko D. I. Semantic programming // 10th World Congress Information Processing 86, Dublin, Oct., 1986. Amsterdam, 1986. P. 1093–1100.

112. Goodrich J.A., Cutler G., Tjian R. Contacts in context: promoter specificity and macromolecular interactions in transcription. Cell. 1996. Vol. 84(6). P. 825–830.

113. Thomas R. Gruber. Towards Principles for the Design of Ontology's Used for Knowledge Sharing // International Workshop on Formal Ontology. 1993. March, Padova, Italy.

114. Hailperin T. Probability Logic // Notre Dame J. of Formal Logic. 1984. Vol. 25, N 3. P. 198–212.

115. Halpern J. Y. An analysis of first-order logic of probability // Artificial Intelligence. 1990. Vol. 46. P. 311–350.

116. Hansel G. Sur le nombre des fonctions Boolenes monotones den variables, C. R. Acad. Sci. Paris (in French). 1966. Vol. 262, № 20. P. 1088–1090.

117. Hardison R.C. Conserved non-coding sequences are reliable guides to regulatory elements // Trends Genet. 2000. Vol. 16. P. 369–372.

118. Hempel C. G. Maximal Specificity and Lawlikeness in Probabilistic Explanation // Philosophy of Science. 1968. Vol. 35. P. 116–133.

119. Kifer M., Subrahmanian V.S. Theory of Generalized Annotated Logic Programming and its Applications // Research Report, University of Maryland, USA. 1990.

120. King R.D., Karwath A., Clare A., Dehaspe L. The utility of different representations of protein sequence for predicting functional class // Bioinformatics. Vol. 17 P. 445–454.

121. Nikolay A. Kolchanov, Mikhail A. Pozdnyakov, Yury L. Orlov, Oleg V. Vishnevsky, Nikolay L. Podkolodny, Eugenii E. Vityaev and Boris Kovalerchuk Computer System "Gene Discovery" for Promoter Structure Analysis // Artificial Intelligence and Heuristic Methods in Bioinformatics. Eds: P. Frasconi, R. Shamir. IOS Press. 2003. P. 173–192.

122. Transcription regulatory regions database (TRRD): its status in 2000 / Kolchanov N.A., Podkolodnaya O.A., Ananko E.A. et al. // Nucleic Acids Research. Vol. 28, № 1. P. 298–301.

123. N.A. Kolchanov et al. Transcription Regulatory Regions Databases (TRRD): its status in 2002, Nucleic Acids Res. Vol. 30. P. 312–317.

124. Kovalerchuk B., Vityaev E., Ruiz J.F. Design of consistent system for radiologists to support breast cancer diagnosis // Joint Conf. of Information Sciences, Duke University, NC, 1997. Vol. 2. P. 118–121.

125. Kovalerchuk, B., Vityaev, E., Ruiz, J. Consistent Knowledge Discovery in Medical Diagnosis. IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine. Special issue: «Medical Data Mining», July / August, 2000. P. 26–37.

126. Kovalerchuk, B., Vityaev, E., Ruiz, J.F. Consistent and Complete Data and «Expert» Mining in Medicine // Medical Data Mining and Knowledge Discovery, Springer. 2001. P. 238–280.

127. Kovalerchuk B., Vityaev E. Discovering Lawlike Regularities in Financial Time Series // Journal of Computational Intelligence in Finance. Vol. 6, № 3. P. 12–26.

128. Kovalerchuk B., Vityaev E. Data Mining in Finance: Advances in Relational and Hybrid methods. (Kluwer international series in engineering and computer science; SECS 547), Kluwer Academic Publishers, 2000. P. 308.

129. Kovalerchuk B., Talianski V. Comparison of empirical and computed fuzzy values of conjunction // Fuzzy Sets and Systems. 1996. Vol. 46. P. 49–53.

130. Kovalerchuk B., Triantaphyllou E., Despande A., Vityaev E. Interactive Learning of Monotone Boolean Function // Information Sciences. 1996. Vol. 94, issue 1–4, P. 87–118.

131. Kovalerchuk B., Triantaphyllou E., Ruiz J. Monotonicity and logical analysis of data: a mechanism for evaluation of mammographic and clinical data, in Kilcoyne RF, Lear JL, Rowberg AH (eds): Computer applications to assist radiology, Carlsbad, CA, Symposia Foundation. 1996. P. 191–196.

132. Kovalerchuk B., Triantaphyllou E., Ruiz J., Clayton J. Fuzzy Logic in Computer-Aided Breast Cancer Diagnosis: Analysis of Lobulation // Artificial Intelligence in Medicine. № 11. P. 75–85.

133. Kovalerchuk B., Conner N., Ruiz J., Clayton J. Fuzzy logic for formalization of breast imaging lexicon and feature extraction // 4th Intern. Workshop on Digital Mammography, June 7–10, University of Nijmegen, Netherlands, 1998.

134. Kovalerchuk, B., Vityaev, E. Detecting patterns of fraudulent behavior in forensic accounting // Proc. of the Seventh International Conference "Knowledge-based Intelligent Information and Engineering on Systems", Oxford, UK, Sept, 2003. Part 1. P. 502–509.

135. Kovalerchuk B., Vityaev E. Data mining in finance: From extremes to realism // Journal of Financial Transformation. 2004. Vol. 11, August. P. 81–89.

136. Krantz D.H., Luce R.D., Suppes P., Tversky A. Foundations of Measurement. Acad. Press, N.Y.; L. 1971; 1989; 1990. Vol. 1–3.

137. Kretschmann E., Fleischmann W., Apweiler R. Automatic rule generation for protein annotation with the C4.5 data mining algorithm applied on SWISS-PROT Bioinformatics. 2001. Vol. 17. P. 920–926.

138. Logvinenko A.D., Byth W., Vityaev E.E. We can order stimuli even when we are not able to see them: An evidence in favour of fuzzy sensory threshold // Perception and Psychophysics. 1997.

139. Mooney R., Ourston D. Induction over the unexplained: Integrated learning of concepts with both explainable and conventional aspects // Proceedings of the Sixth International Workshop on Machine Learning. Ithaca. N.Y.: Morgan Kaufmann, 1989. P. 5–7.

140. Muggleton S. Bayesian inductive logic programming // Proceedings of the Eleventh International Conference on Machine Learning W. Cohen and H. Hirsh, Eds. 1994. P. 371–379.

141. Muggleton S. Scientific Knowledge Discovery Using Inductive Logic Programming // Communications of ACM. 1999. Vol. 42, N 11, P. 43–46.

142. Muggleton S., Buntine W. Machine invention of firstorder predicates by inverting resolution // Proceedings of the Fifth International Workshop on Machine Learning. Ann Arbor, MI: Morgan Kaufmann. 1988. P. 339–352.

143. Muggleton S., King R.D., Sternberg M. J. E. Protein secondary structure prediction using logic. Prot. Eng. 5, 7. 1992. P. 647–657.

144. Nils J. Nillson. Probability logic // Artif. Intell. Vol. 28, N 1. P. 71–87.

145. Pzelecki M. The logic of empirical theories. L.: Routledge Kogan Paul, 1969. 109 p.

146. Quandt K. et al. MatInd and MatInspector: new fast and versatile tools for detection of consensus matches in nucleotide sequence data // Nucleic Acids Res. 1995. Vol. 23. P. 4878–4884.

147. Prestridge D.S. Computer software for eukaryotic promoter analysis // Methods Mol. Biol. 2000. Vol. 130. P. 265–295.

148. De Raedt L., Kersting K. Logic Learning // ACM-SIGKDD Explorations, special issue on Multi-Relational Data Mining. Vol. 5(1). P. 31–48, July.

149. SCAR'96. Proceedings of the Symposium for Computer Applications in Radiology. Kilcoyne RF, Lear JL, Rowberg AH (eds): Computer applications to assist radiology, Carlsbad, CA, Symposia Foundation.

150. SCAR'98. Proceedings of the Symposium for Computer Applications in Radiology // Journal of Digital Imaging. 1998. Vol. 11, № 3, Suppl.

151. Scott D.S., Krauss P. Assigning Probabilities to Logical Formulas // Aspects of Inductive Logic, (ed. J.Hintikka, P.Suppes), N. Holland. 1966. P. 219–264.

152. Scott, D., Suppes P. Foundation aspects of theories of measurement // Journal of Symbolic Logic. Vol. 23. P. 113–128.

153. Shapiro E. Algorithmic Program Debugging // MIT Press. 1983. P. 204.

154. Shapiro E. Logic Programs witn Uncertainties: A Tool for Implementing Expert Systems // Proc. IJCAI '83, Williams Kauffman. 1983. P. 529–532.

155. Sutton R., Barto A. Reinforcement Learning: An Introduction. Cambridge: MIT Press. 1998.

156. Ng R.T., Subrahmanian V.S. Probabilistic reasoning in Logic Programming // Proc. 5th Symposium on Methodologies for Intelligent Systems, Knoxville, North-Holland. 1990. P. 9–16.

157. Ng R.T., Subrahmanian V.S. Annotation Variables and Formulas in Probabilistic Logic Programming // Technical report CS TR-2563, University of Maryland, 1990.

158. Suppes P. A probabilistic Theory of Causality, North-Holland, Amsterdam, 1970.

159. TIWDM, 1996. Third International Workshop on Digital Mammography, University of Chicago, Chicago, IL, Abstracts, June 9–12.

160. TIWDM, 1998. 4th Intern. Workshop on Digital Mammography, June 7–10, 1998, University of Nijmegen, Netherlands.

161. Thomas R. Gruber. Towards Principles for the Design of Ontologies Used for Knowledge Sharing // International Workshop on Formal Ontology. 1993. March, Padova, Italy.

162. Vityaev E. The logic of prediction // Mathematical Logic in Asia. Proceedings of the 9th Asian Logic Conference (August 16-19, 2005, Novosibirsk, Russia), World Scientific, Singapore, 2006. P. 263–276.

163. Vityaev E. E. et al. Computer system «Gene Discovery» for promoter structure analysis // In Silico Biol. 2 0024 http://www.bioinfo.de/isb/2002/02/0024/

164. Vityaev E.E., Shipilov T.I., Pozdnyakov M.A., Vishnevsky O.V., Proscura A.L., Orlov Yu.L., Arrigo P. Software for analysis of gene regulatory sequences by knowledge discovery methods // Bioinformatics of Genome Regulation and Structure II. (Eds. N.Kolchanov and R. Hofestaedt) Springer Science+Business Media, Inc. 2006. P. 491–498.

165. Vityaev E., Kovalerchuk B. Empirical Theories Discovery based on the Measurement Theory // Mind and Machine. Vol. 14, № 4. P. 551–573.

166. Evgenii Vityaev, Boris Kovalerchuk. Visual data mining with simultaneous rescaling. In: Visual and Spatial Analysis. Advances in Data Mining, Reasoning and Problem Solving. Springer 2004, pp. 371-385.

167. Vityaev E., Kovalerchuk B. Relational Methodology for Data Mining and Knowledge Discovery // Sixteenth International Workshop on Database and Expert Systems Applications, 1st International Workshop on Philosophies and Methodologies for Knowledge discovery (22-26 Audust 2005, Copengagen, Denmark), IEEE Computer Society. 2005. P. 725–729.

168. E. Vityaev, B.Y. Kovalerchuk, Relational Methodology for Data Mining and Knowledge Discovery. Intelligent Data Analysis. Special issue on "Philosophies and Methodologies for Knowledge Discovery and Intelli-

gent Data Analysis" eds. Keith Rennolls, Evgenii Vityaev. v.12(2), IOS Press, 2008, pp. 189-210

169. Vityaev E., Kovalerchuk B. Data Mining For Financial Applications // O. Maimon and L. Rokach (eds.), Data Mining and Knowledge Discovery Handbook: A Complete Guide for Practitioners and Researchers, Springer, 2005. P. 1203–1224.

170. Werner T. Models for prediction and recognition of eukaryotic promoters // Mamm. Genome. 1999. Vol. 10. P. 168–175.

171. Wingender E. et al. The TRANSFAC system on gene expression regulation // Nucleic Acids Res. 2001. Vol. 29. P. 281–283.

172. Wingo P.A., Tong T., Bolden S. Cancer Statistics, Ca-A Cancer Journal for Clinicians. Vol. 45, № 1. P. 8–30.

173. Zagoruiko N., Borisova I. Principles of natural classification // Pattern Recognition and Image Analysis. 2005. Vol. 15, No. 1. P. 27–29.