МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет»

В.П. Часовских

Прикладные эконометрические модели на макро- и микроуровне

38.06.01 – Экономика профиль Экономика и управление народным хозяйством Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями в среде программы EXCEL Microsoft Office

Екатеринбург 2021

Оглавление

1.Общие сведения о линейном программирование	4
2. Общая постановка задача линейного программирования (ЗЛП)	4
З.Подготовка EXCEL к решению задач линейного программирования	7
4. Задача «Оптимальный план выпуска мебели»	10
5. Решение задачи «Оптимальный план выпуска мебели» в Excel	11

1.Общие сведения о линейном программирование

Линейное программирование — область математики, разрабатывающая теорию и численные метода решения задач нахождения экстремума (максимума или минимума) линейной функции многих переменных при наличии линейных ограничений, т. е. линейных равенств или неравенств, связывающих ЭТИ переменные. С помощью залач линейного программирования решается широкий, круг вопросов планирования процессов, где ставится экономических цель поиска наилучшего (оптимального) решения.

2. Общая постановка задача линейного программирования (ЗЛП)

Прямая задача ЛП

Найти вектор $\overline{X} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, максимизирующий линейную форму

$$f(\overline{X}) = \sum_{j=1}^{n} C_j * X_j \longrightarrow \max, \quad j=1,2,..,n \quad (1)$$

и удовлетворяющую условиям

$$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} * X_j \le b_i \quad (2)$$
$$X_j \ge 0 \quad (3)$$

Линейная функция $f(\overline{X})$ называется целевой функцией задачи, условия (2) функциональными, а условия (3) — прямыми ограничениями задачи.

Вектор $\overline{X} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, компоненты которого удовлетворяют функциональным и прямым ограничениям задачи, будем называть планом или допустимым решением ЗЛП.

Допустимое решение, максимизирующие целевую функцию f(X), называют оптимальным планом задачи.

$$F(\overline{X}^*) = maxF(\overline{X})$$

где $F(\overline{X}^*) = (\overline{x_1}^*, \overline{x_2}^*, ..., \overline{x_n}^*,),$ –оптимальное решение ЗЛП.

Будем считать, что ЗЛП записана в канонической форме, если ее целевая функция максимизируется, ограничения имеют вид равенств с неотрицательной правой частью и все переменные неотрицательны.

Двойственная задача ЛП

Прямая задача

Двойственная задача

$f(\overline{X})=\sum_{j=1}^n C_j * X_j \to m$	nax, (1)	$g(Y)=\sum_{i=1}^m b_i * Y_i \to m$	in, (4)
$\sum_{j=1}^n a_{i,j} * X_j \ge \mathbf{b(i)},$	(2)	$\sum_{j=1}^m a_{i,j} * Y_j \ge C_j,$	(5)
$X_j \geq 0$	(3)	$Y_i \ge 0$	(6)

Согласно теории линейного программирования каждой ЗЛП ви- да (1) — (3) соответствует двойственная ей ЗЛП: (4) — (6). Основные утверждения о взаимно двойственных задачах содержатся в двух следующих теоремах.

Первая теорема двойственности

Для взаимно двойственных задач вида (1) — (3) и (4) — (6) возможен один из взаимоисключающих случаев:

1. В прямой и двойственной задачах имеются оптимальные решения, при этом значения целевых функций на оптимальных решениях совпадают:

f(x)=g(y).

2. В прямой задаче допустимое множество не пусто, а целевая функция на этом множестве не ограничена сверху. При этом у двойственной задачи будет пустое допустимое множество.

3. В двойственной задаче допустимое множество не пусто, а целевая функция на этом множестве не ограничена снизу. При этом у прямой задачи допустимое множество оказывается пустым.

4.Обе рассматриваемые задачи имеют пустые допустимые множества.

Вторая теорема двойственности

Пусть $\overline{X} = (x_1, x_{2,....,} x_n)$ — допустимое решение прямой задачи (1) — (3), а $\overline{Y} = (y_1, y_{2,....,} y_m)$ допустимое решение двойственной задачи (4) — (6). Для того чтобы они были оптимальными решениями соответственно задач (1) — (3) и (4) — (6), необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие соотношения:

$$Y_{i} * (\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} * X_{j} - b_{i}) = 0; \quad (7)$$

$$X_{j} * (\sum_{i=1}^{m} a_{i,j} * Y_{i} - c_{j}) = 0; \quad (8)$$

Условия (7) и (8) позволяют, если известно решение одной из взаимно двойственных задач, найти оптимальное решение другой задачи.

3.Подготовка EXCEL к решению задач линейного программирования

В методических указания применяется программа Excel продукта Microsoft Office профессиональный плюс 2013.

Запустив программу Excel, необходимо щелкнуть по кнопке «ФАЙЛ» и выбрать ссылку «Надстройки», рис.1.



Рис.1 Выбор режима «Надстройки»

Щелкнув по ссылке «Надстройки» увидим форму Excel, показанную на рис. 2.

	Параметры Excel		?	×
Общие	Управление налстройками Microsoft Office			
Формулы				
Правописание	Надстройки			
Сохранение	Ами 🗢	Расположение	Тип	^
Язык	Активные надстройки приложений			
	ABBYY FineReader 12 MSExcel COM Add-In	C:\eader 12\FRIntegration.dll	Надстройка СОМ	
дополнительно	Acrobat PDFMaker Office COM Addin	C:\ffice\PDFMOfficeAddin.dll	Надстройка СОМ	
Настроить ленту	Team Foundation Add-in	"C:\\x86\TFSOfficeAdd-in.dll"	Надстройка СОМ	
	Visual Studio Tools for Office Design-Time Adaptor for Excel	C:\x86\VSTOExcelAdaptor.dll	Надстройка СОМ	
Панель быстрого доступа	Visual Studio Tools for Office Design-Time Adaptor for Excel	C:\x86\VSTOExcelAdaptor.dll	Надстройка СОМ	
Надстройки	Visual Studio Tools for Office Design-Time Adaptor for Excel	C:\x86\VSTOExcelAdaptor.dll	Падстройка СОМ	
	Visual Studio Tools for Office Design-Time Adaptor for Excel	C:\x86\VSTOExcelAdaptor.dll	Надстройка СОМ	
Центр управления безопасностью	Поиск решения	C:\ry\SOLVER\SOLVER.XLAM	Надстройка Excel	
	Неактивные надстройки приложений			
	Inquire	C:\fice15\DCF\NativeShim.dll	Надстройка СОМ	
	Microsoft Actions Pane 3		Пакет расширения)	KML
	Microsoft Office PowerPivot for Excel 2013	C:\rPivotExcelClientAddIn.dll	Надстройка СОМ	
	Power View	C:\ocReportingExcelClient.dll	Надстройка СОМ	
	Team Foundation Add-in	"C:\\x86\TFSOfficeAdd-in.dll"	Надстройка СОМ	
	Team Foundation Add-in	C:\1.0\x86\TFSOfficeAdd-in.dll	Надстройка СОМ	
	Team Foundation Add in	"c_blics\TESOfficeAdd_in.dll"	Цалотройка СОМ	~
	Надстройка: ABBYY FineReader 12 MSExcel COM Add-	-In		
	Издатель: ABBYY PRODUCTION LLC			
	Совместимость: Отсутствуют сведения о совместимости	1		
	Расположение: C:\Program Files (x86)\ABBYY FineReader	12\FRIntegration dll		
		12 (Thirtegradionian		
	Описание: ABBYY FineReader 12 MSExcel COM Add-	-In		
	<u>У</u> правление: Надстройки Excel ✓ <u>П</u> ерейти			
			ОК С	Отмена

Рис. 2. Форма Excel «Надстройки»

Внизу формы отыскиваем «<u>У</u>правление» и щелкаем по кнопке «Надстройки Excel». Появится форма Excel, показанная на рис. 3.

Надстройн	КИ	? ×
евро	^	ОК
/BA		Отмена
		Об <u>з</u> ор
		<u>А</u> втоматизация
	~	
іска решения ура	внен	ий и задач
	Надстройн : :вро /ВА ска решения ура	Надстройки : !ВР /ВА

Рис.3 Надстройки Excel

Отмечаем надстройку «Поиск решения» и щелкаем по кнопке ОК. В появившейся начальной странице Excel (Рис.4) в меню «Данные» появилась надстройка «Поиск решения» позволяющая решать задачи линейного программирования.

ФАЙЛ ГЛАВНАЯ	я вставка	PA3METKA	СТРАНИЦЬ	ФОРМУ	ЛЫ ДА	нные ре	цензиров	АНИЕ ВІ	ИД АВВ	/Y FineRead	er 12 Acr	obat TEA	M							🔥 Vi	ctor Chas * 🌉
Из Access В Из Интернета Из текста ИС	Из других Суш	цествующие дключения	Обновить все *	Подключ Свойства Изменит	а а аль связи	я́↓ <mark>ҲҲ</mark>	вка Фильт	Точисто Повто Сповто	ить рить нительно	Текст по столбцам	🔛 Мгновен 	ное заполн дубликаты а данных 🔹	ение 📴 К 📑 А === 0	онсолидаци нализ "что е тношения	я 현 сли" - 현 양	Группиров Разгруппи Промежут	ать * ровать * очный итог	111 I.I.I.	🖕 Поиск решения		
Получени	те внешних данных		П	Іодключения			Сортировка	и фильтр				Работа с да	нными			Струк	тура	G.	Анализ		
A1 *	: × 🗸	f_x																			
Α	B C	D	E	F	G	н	1	J	К	L	М	N	0	Р	Q	R	S	Т	U	V	W
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					
20																					
21																					
22																					

Рис.4. Доступность надстройки «Поиск решения» задач ЛП.

4. Задача «Оптимальный план выпуска мебели»

Предприниматель выпускает мебель - столы и стулья. Необходимое сырье, временные затраты, имеющиеся запасы и получаемая прибыль показаны в Табл. 1.

Параметры задачи

Таблица 1.

Материальные в временные	Расходы ресурсов на	Запасы	
ресурсы	Стол	Стул	ресурсов
Древесно-стружечная	1	0,2	20
плита, м ²			
Брусок, погонный метр	6	2	120
Затраты времени, час	3	1	200
ПРИБЫЛЬ, руб.	500	100	

Какое количество столов и стульев необходимо выпустить, чтобы прибыль была максимальной, при имеющихся запасах.

Переменные задачи: $X_1 - количество столов; X_2 - количество стульев.$ Целевая функция: $500X_1 + 100X_2 \rightarrow max;$ Прямые ограничения: $X_1 \ge 0, X_2 \ge 0$ Функциональные ограничения: $X_1 + 0, 2X_2 \le 20$ $6X_1 + 2X_2 \le 120$ $3X_1 + X_2 \le 200$

5. Решение задачи «Оптимальный план выпуска мебели» в Excel

	Α	В	С	D	E	F	G
1	Оптимальный план выпуска м	иебели					
2							
3			Параметры задачи				
4							
5	Материальные в временные ресурсы	Расходы ресур	осов на производство мебели	Запасы ресурсов			
7	Древесно-стружечная плита,	1	0,2	20			
9	Брусок, погонный метр	6	2	120			
10	Затраты времени, час	3	1	200			
11	ПРИБЫЛЬ, руб.	500	100				
12							
13		X1	X2		Расход на	ед. проду	кции
14	Переменные				дсп	#3HA4!	
15					Брусок	#3HAЧ!	
16					Время	#3HAЧ!	
17							
18		Целевая функци	1Я				
19	P =	#3HAЧ!					
20							

Разместим нашу задачу на 1-ой странице Excel как показано на рис. 5.

Рис. 5. Наша задача на первой странице Excel

В ячейке B19 поместили выражение =\$B\$14*B11+\$C\$14*C11

В ячейке F14 поместили выражение =\$B\$14*B7+\$C\$14*C7

В ячейке F15 поместили выражение =\$B\$14*B9+\$C\$14*C9

В ячейке F16 поместили выражение =\$B\$14*B10+\$C\$14*C10

Далее переходим к решению нашей задачи средствами Excel.

В меню «Данные» щелкаем по ссылке «Поиск решения», появляется форма Excel, приведённая на рис. 6.

Оптимизировать целевую функцию: \$B\$19		E
До:	0	
Изменяя ячейки переменных:		
\$B\$14:\$C\$14		1
В <u>с</u> оответствии с ограничениями:		
	^	<u>До</u> бавить
		Измени <u>т</u> ь
		<u>У</u> далить
		Сбросить
		<u>З</u> агрузить/сохранить
Сделать переменные без ограничений неотрицательными		
Выберите метод решения: Поиск решения лин. задач симплекс-методом	~	Параметры
Метод решения		
Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелине линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-метод эволюционный поиск решения.	ейных задач ме ом, а для негла	тодом ОПГ, для адких задач -

Рис. 6. Параметры поиска решения

На появившейся форме выбираем: где располагается целевая функция; отыскивается максимум этой функции; в каких ячейках Excel располагаются переменные задачи; выбираем метод решения: «Поиск решения лин. Задач симплекс-методом». Далее с помощью кнопок «Добавить», «Изменить», «Удалить» указываем прямые и функциональные ограничения, Рис.7 – Рис.

Д	обавление ограничен	кия
<u>С</u> сылка на ячейки: \$B\$14:\$C\$14	Огран >= V 0	ичение:
0 <u>K</u>	<u>До</u> бавить	О <u>т</u> мена

Рис.7. Прямые ограничения для X1 и X2

Д	обавление ограниче	ения ×
<u>С</u> сылка на ячейки: \$F\$14	Orp.	аничение:
0 <u>K</u>	<u>До</u> бавить	О <u>т</u> мена

Рис.8. Функциональные ограничения для ДСП

Ļ	1обавление ограничен	ния
<u>С</u> сылка на ячейки:	Огран	ничение:
\$F\$15	<= ¥D\$	9
0 <u>K</u>	<u>До</u> бавить	О <u>т</u> мена

Рис.9. Функциональные ограничения для бруска

	Ограниче	ние:
<=	✓ =\$D\$10	1
<u>До</u> ба	вить	О <u>т</u> мена
	<= Д <u>о</u> ба	Ограниче С = С

Рис.10. Функциональные ограничения для времени

Полностью подготовленные параметры задачи показаны на Рис. 11.

Оптимизировать ц	елевую функцию:	\$B\$19		1	
до: 💿 Мак	симум ОМинимум	○ <u>З</u> начения:	0		
Изменяя ячейки п	еременных:				
\$B\$14:\$C\$14				1	
в <u>с</u> оответствии с о	граничениями:				
\$B\$14:\$C\$14 >= 0 \$F\$14 <= \$D\$7 \$F\$15 <= \$D\$9 \$F\$16 <= \$D\$10			^	<u>До</u> бавить	
				Измени <u>т</u> ь	
				<u>У</u> далить	
				Сбросить	
			~	<u>З</u> агрузить/сохранить	
Сделать перем	ие <u>н</u> ные без ограничений	неотрицательными			
Зыберите метод решения:	Поиск решения лин. за	адач симплекс-метод	цом	Параметры	
Метод решения Для гладких нели линейных задач эволюционный п	инейных задач используй - поиск решения линейн юиск решения.	і́те поиск решения н ых задач симплекс-м	елинейных задач етодом, а для не	ч методом ОПГ, для егладких задач -	

Рис.11. Параметры для задачи

Далее щелкаем по кнопке «Найти решение» и если нет ошибок в параметрах и есть решение задачи, то появляется форма Excel Puc.12.

ения ×									
<u>О</u> тчеты Результаты Устойчивость Пределы									
☐ Отчеты <u>с</u> о структурами Сохранить сценарий									
Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены. Если используется модуль ОПГ, то найдено по крайней мере локально оптимальное решение. Если используется модуль поиска решений линейных задач симплекс- методом, то найдено глобально оптимальное решение.									

Рис.12. Задача решена, решение найдено.

В исходной таблице нашей задачи(Рис.13.) появились найденные значения для X1 и X2, ячейки B14 и C14, соответственно.

Чтобы получить максимум прибыли необходимо произвести 20 столов и прибыль составит 10000 руб. Будет израсходовано 20 кв. метров ДСП, 120 погонных метров бруска и затрачено 60 часов времени.

	А	В	С	D	E	F	G
2							
3			Параметры задачи				
4							
5	Материальные в временные ресурсы	Расходы ресурсов на производство мебели		Запасы ресурсов			
7	Древесно-стружечная плита,	1	0,2	20			
9	Брусок, погонный метр	6	2	120			
10	Затраты времени, час	3	1	200			
11	ПРИБЫЛЬ, руб.	500	100				
12							
13	X1		X2		Расход на ед. пр		кции
14	Переменные	20	0		дсп	20	
15					Брусок	120	
16					Время	60	
17							
18		Целевая функция					
19	P =	10000					

Рис.13. Решения задачи