МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет»

В.П. Часовских

Прикладные эконометрические модели на макро- и микроуровне

38.06.01 – Экономика профиль Экономика и управление народным хозяйством

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями в среде программы EXCEL Microsoft Office

Екатеринбург 2021

Оглавление

1.Общие сведения о линейном программирование

Линейное программирование — область математики, разрабатывающая теорию и численные метода решения задач нахождения экстремума (максимума или минимума) линейной функции многих переменных при наличии линейных ограничений, т. е. линейных равенств или неравенств, связывающих эти переменные. С помощью задач линейного программирования решается широкий, круг вопросов планирования экономических процессов, где ставится цель поиска наилучшего (оптимального) решения.

2. Общая постановка задача линейного программирования (ЗЛП)

Прямая задача ЛП

Найти вектор $\overline{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, максимизирующий линейную форму

$$f(\overline{X}) = \sum_{j=1}^{n} C_j * X_j \rightarrow \max, \quad j=1,2,..,n \quad (1)$$

и удовлетворяющую условиям

$$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} * X_j \le b_i \quad (2)$$

$$X_j \ge 0 \quad (3)$$

Линейная функция $f(\overline{X})$ называется целевой функцией задачи, условия (2) функциональными, а условия (3) — прямыми ограничениями задачи.

Вектор $\overline{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, компоненты которого удовлетворяют функциональным и прямым ограничениям задачи, будем называть планом или допустимым решением ЗЛП.

Допустимое решение, максимизирующие целевую функцию $f(\overline{X})$, называют оптимальным планом задачи.

$$F(\overline{X}^*) = \max F(\overline{X})$$

где $F(\overline{X}^*) = (\overline{x_1}^*, \overline{x_2}^*, \dots, \overline{x_n}^*,)$, −оптимальное решение ЗЛП.

Будем считать, что ЗЛП записана в канонической форме, если ее целевая функция максимизируется, ограничения имеют вид равенств с неотрицательной правой частью и все переменные неотрицательны.

Двойственная задача ЛП

Прямая задача		**Двойственная задача**	
$f(\bar{X})=\sum_{j=1}^{n} C_j * X_j \rightarrow \max,$	(1)	$g(Y)=\sum_{i=1}^{m} b_i * Y_i \rightarrow \min,$	(4)
$\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} * X_j \lesssim b(i),$	(2)	$\sum_{j=1}^{m} a_{i,j} * Y_j \geq C_j,$	(5)
$X_j \geq 0$	(3)	$Y_i \geq 0$	(6)

Согласно теории линейного программирования каждой ЗЛП ви- да (1) — (3) соответствует двойственная ей ЗЛП: (4) — (6). Основные утверждения о взаимно двойственных задачах содержатся в двух следующих теоремах.

Первая теорема двойственности

Для взаимно двойственных задач вида (1) — (3) и (4) — (6) возможен один из взаимоисключающих случаев:

1. В прямой и двойственной задачах имеются оптимальные решения, при этом значения целевых функций на оптимальных решениях совпадают:

f(x)=g(y).

2. В прямой задаче допустимое множество не пусто, а целевая функция на этом множестве не ограничена сверху. При этом у двойственной задачи будет пустое допустимое множество.

3. В двойственной задаче допустимое множество не пусто, а целевая функция на этом множестве не ограничена снизу. При этом у прямой задачи допустимое множество оказывается пустым.

4.Обе рассматриваемые задачи имеют пустые допустимые множества.

Вторая теорема двойственности

Пусть $\overline{X} = (x_{1,} x_{2,\dots\dots,} x_n)$ — допустимое решение прямой задачи (1) — (3), а $\overline{Y} = (y_{1,} y_{2,\dots\dots,} y_m)$ — допустимое решение двойственной задачи (4) — (6). Для того чтобы они были оптимальными решениями соответственно задач (1) — (3) и (4) — (6), необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие соотношения:

$$Y_i * \left(\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} * X_j - b_i\right) = 0; \quad (7)$$

.

$$X_j * \left(\sum_{i=1}^{m} a_{i,j} * Y_i - c_j\right) = 0; \quad (8)$$

Условия (7) и (8) позволяют, если известно решение одной из взаимно двойственных задач, найти оптимальное решение другой задачи.

3.Подготовка EXCEL к решению задач линейного программирования

В методических указания применяется программа Excel продукта Microsoft Office профессиональный плюс 2013.

Запустив программу Excel, необходимо щелкнуть по кнопке «ФАЙЛ» и выбрать ссылку «Надстройки», рис.1.

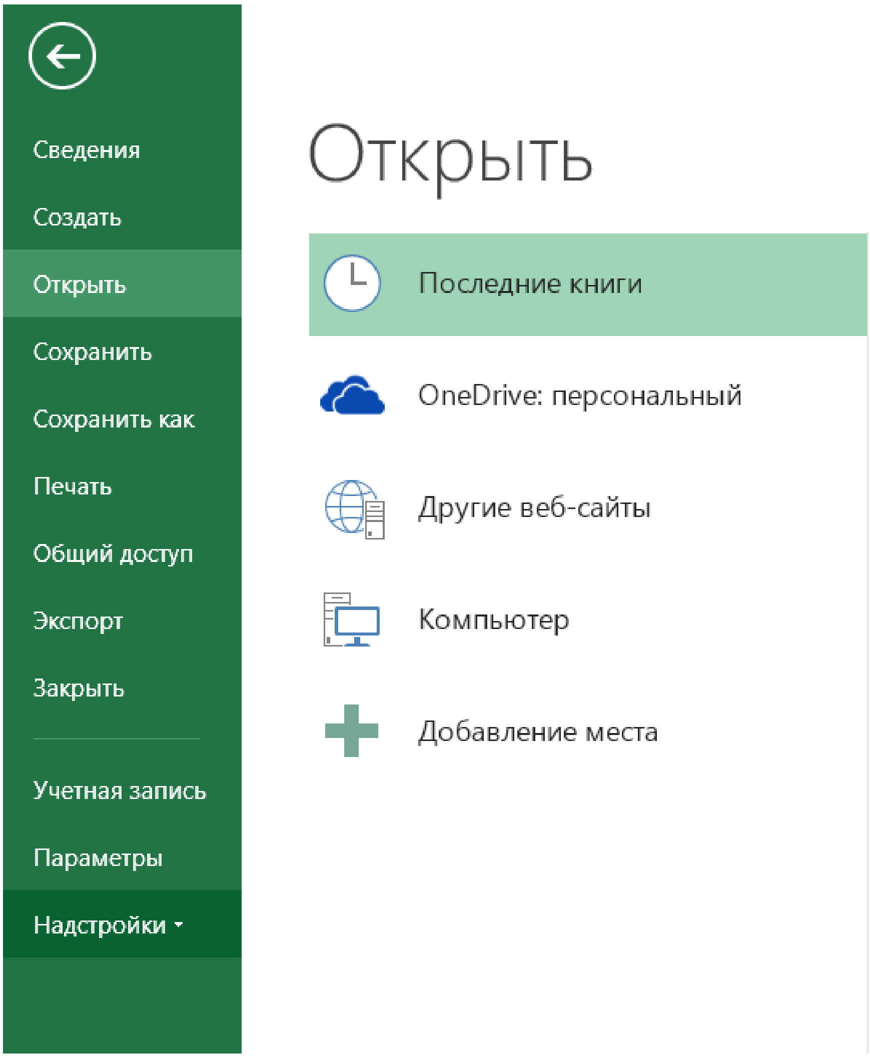

Рис.1 Выбор режима «Надстройки»

Щелкнув по ссылке «Надстройки» увидим форму Excel, показанную на рис. 2.

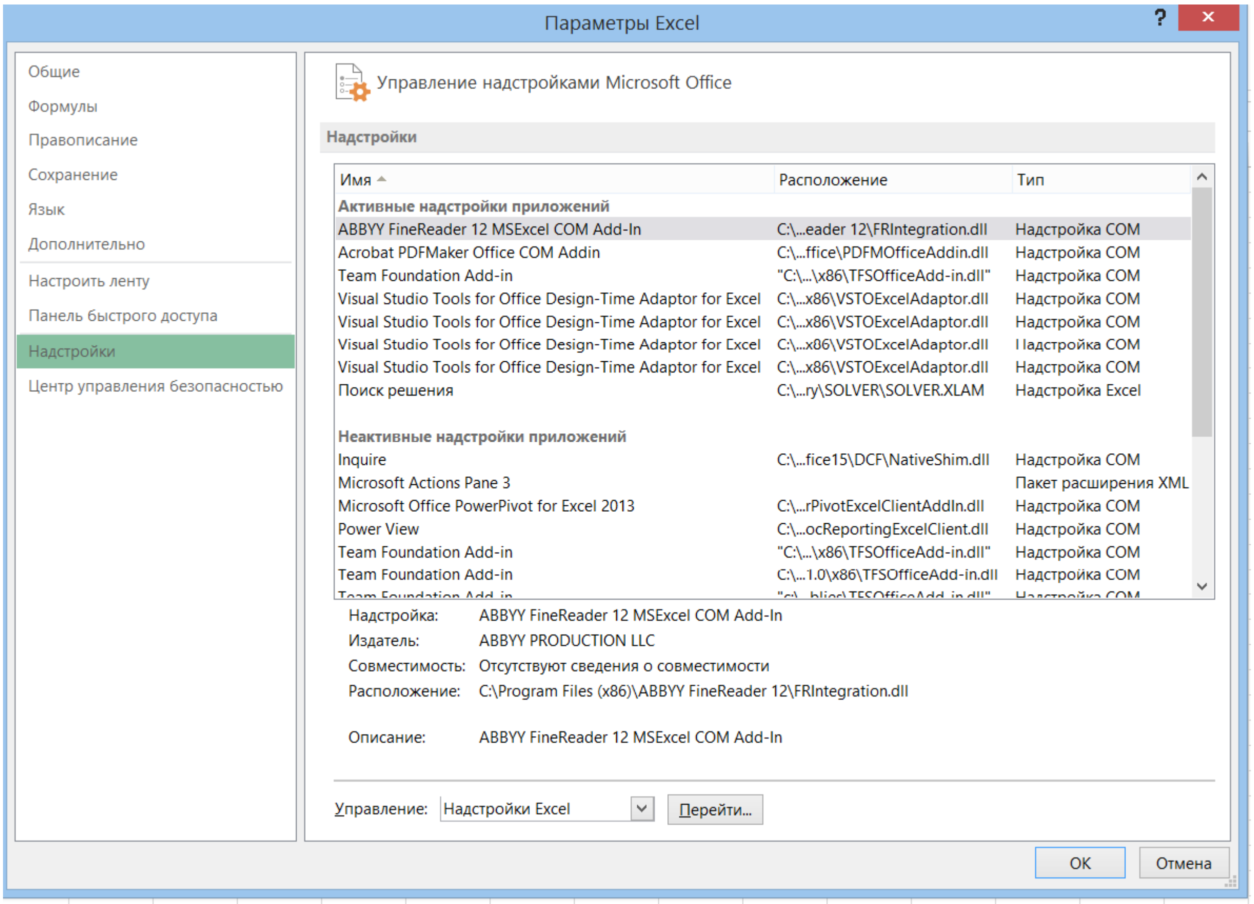

Рис. 2. Форма Excel «Надстройки»

Внизу формы отыскиваем «Управление» и щелкаем по кнопке «Надстройки Excel». Появится форма Excel, показанная на рис. 3.

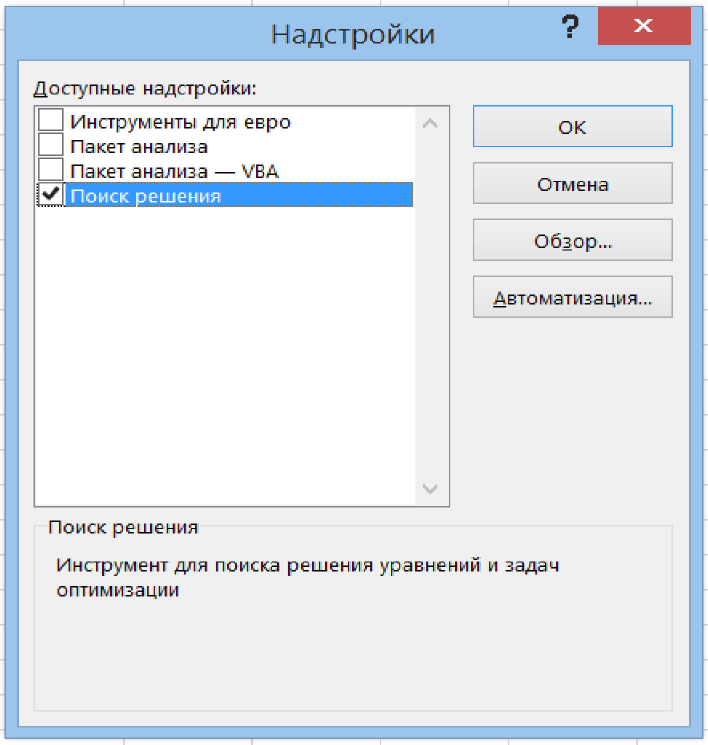

Рис.3 Надстройки Excel

Отмечаем надстройку «Поиск решения» и щелкаем по кнопке ОК. В появившейся начальной странице Excel (Рис.4) в меню «Данные» появилась надстройка «Поиск решения» позволяющая решать задачи линейного программирования.

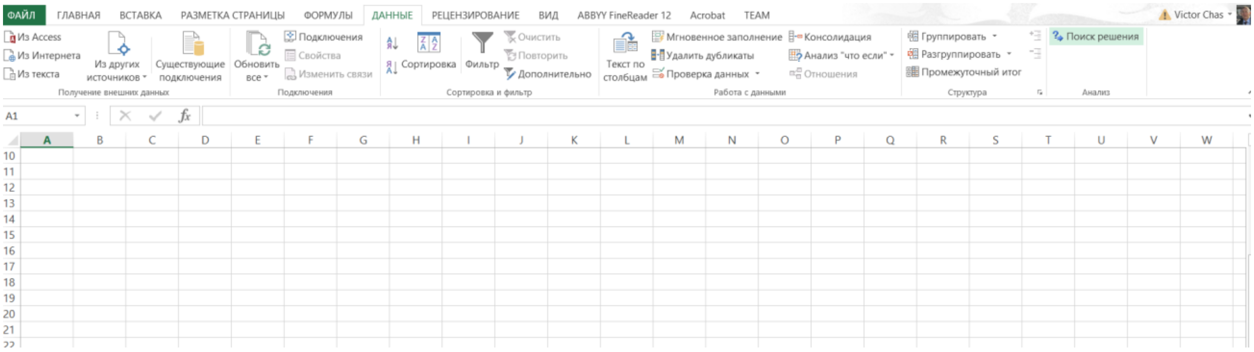

Рис.4. Доступность надстройки «Поиск решения» задач ЛП.

4. Задача «Оптимальный план выпуска мебели»

Предприниматель выпускает мебель - столы и стулья. Необходимое сырье, временные затраты, имеющиеся запасы и получаемая прибыль показаны в Табл. 1.

Параметры задачи Таблица 1.

Материальные в временные ресурсы	Расходы ресурсов на производство мебели		Запасы ресурсов
	Стол	Стул	
Древесно-стружечная плита, $м^2$	1	0,2	20
Брусок, погонный метр	6	2	120
Затраты времени, час	3	1	200
ПРИБЫЛЬ, руб.	500	100	

Какое количество столов и стульев необходимо выпустить, чтобы прибыль была максимальной, при имеющихся запасах.

Переменные задачи: X_1 – количество столов; X_2 – количество стульев.
Целевая функция: $500X_1 + 100X_2 \rightarrow \max$;
Прямые ограничения: $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$
Функциональные ограничения:

$$X_1 + 0{,}2X_2 \leq 20$$
$$6X_1 + 2X_2 \leq 120$$
$$3X_1 + X_2 \leq 200$$

5. Решение задачи «Оптимальный план выпуска мебели» в Excel

Разместим нашу задачу на 1-ой странице Excel как показано на рис. 5.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Оптимальный план выпуска мебели						
2							
3			Параметры задачи				
4							
5	Материальные в временные ресурсы	Расходы ресурсов на производство мебели		Запасы ресурсов			
7	Древесно-стружечная плита,	1	0,2	20			
9	Брусок, погонный метр	6	2	120			
10	Затраты времени, час	3	1	200			
11	ПРИБЫЛЬ, руб.	500	100				
12							
13		X1	X2		Расход на ед. продукции		
14	Переменные				ДСП	#ЗНАЧ!	
15					Брусок	#ЗНАЧ!	
16					Время	#ЗНАЧ!	
17							
18		Целевая функция					
19	P =	#ЗНАЧ!					
20							

Рис. 5. Наша задача на первой странице Excel

В ячейке B19 поместили выражение =$B$14*B11+$C$14*C11

В ячейке F14 поместили выражение =$B$14*B7+$C$14*C7

В ячейке F15 поместили выражение =$B$14*B9+$C$14*C9

В ячейке F16 поместили выражение =$B$14*B10+$C$14*C10

Далее переходим к решению нашей задачи средствами Excel.

В меню «Данные» щелкаем по ссылке «Поиск решения», появляется форма Excel, приведённая на рис. 6.

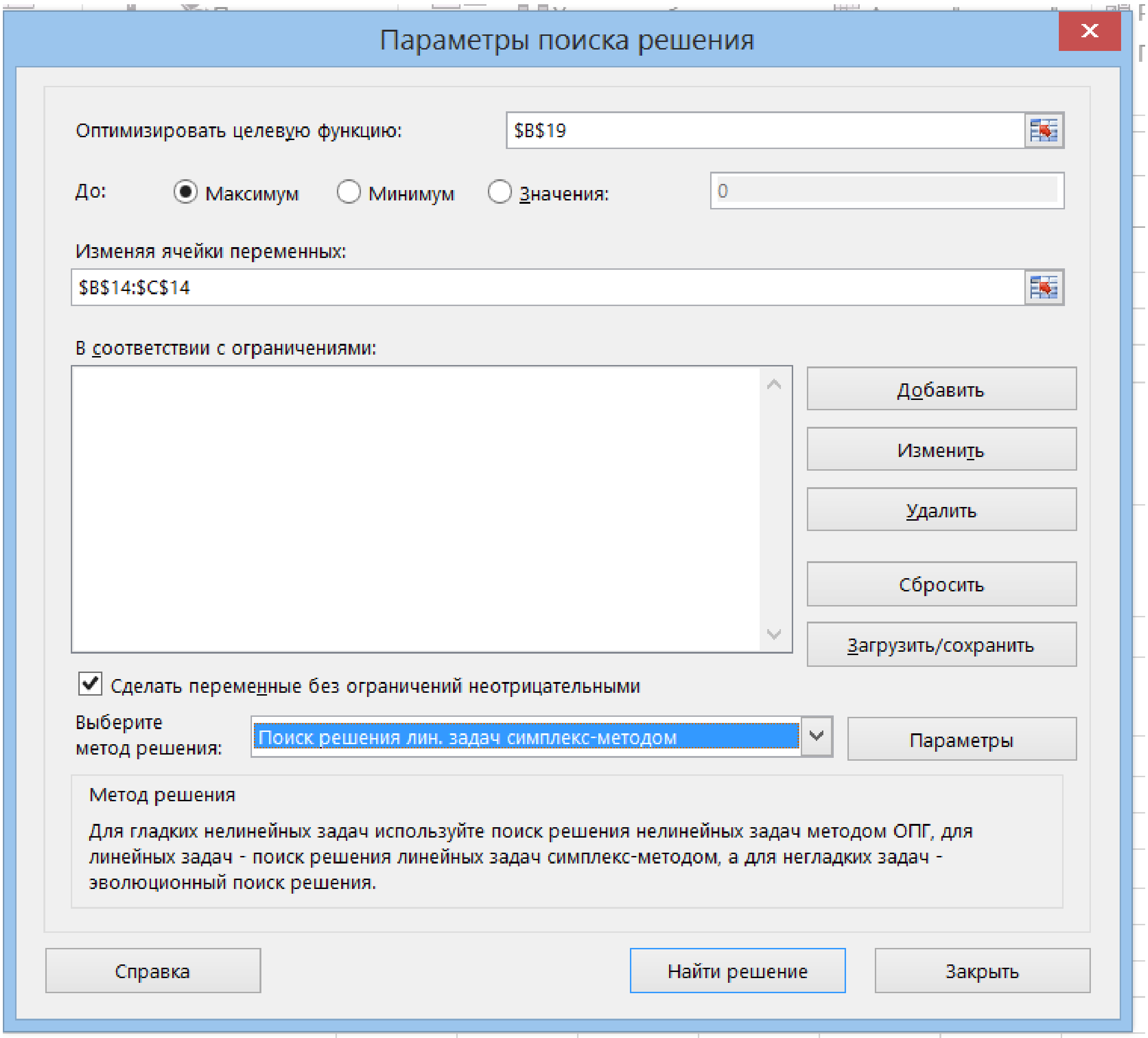

Рис. 6. Параметры поиска решения

На появившейся форме выбираем: где располагается целевая функция; отыскивается максимум этой функции; в каких ячейках Excel располагаются переменные задачи; выбираем метод решения: «Поиск решения лин. Задач симплекс-методом». Далее с помощью кнопок «Добавить», «Изменить», «Удалить» указываем прямые и функциональные ограничения, Рис.7 – Рис.

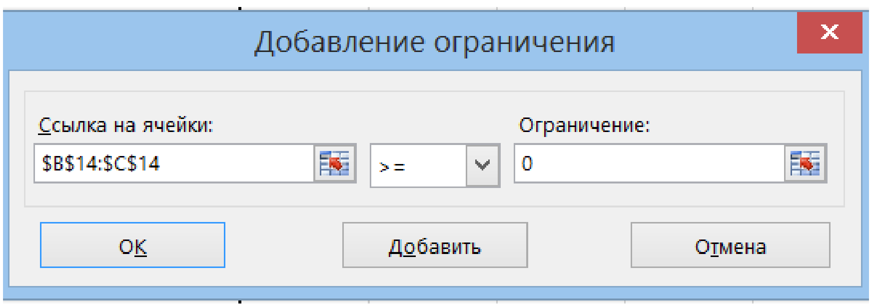

Рис.7. Прямые ограничения для X1 и X2

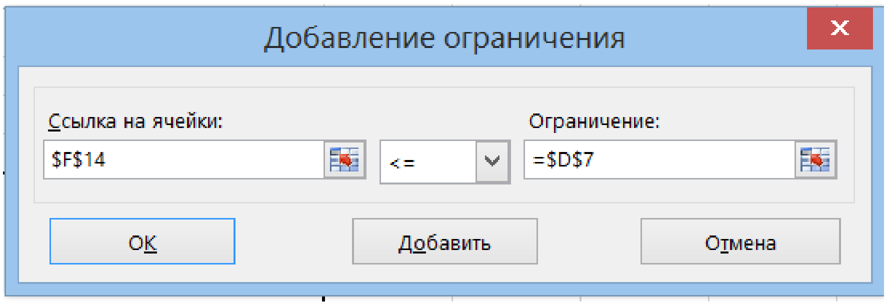

Рис.8. Функциональные ограничения для ДСП

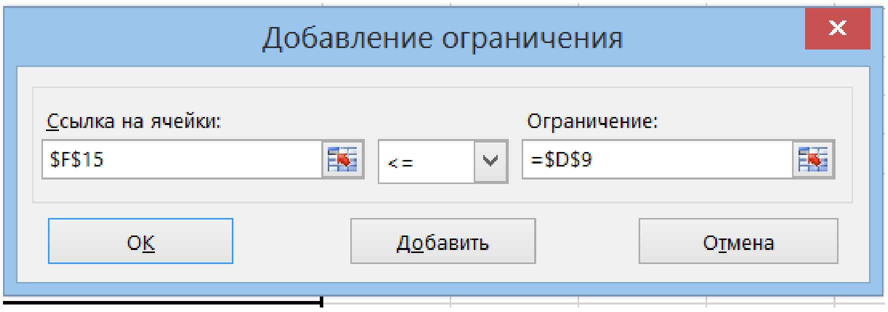

Рис.9. Функциональные ограничения для бруска

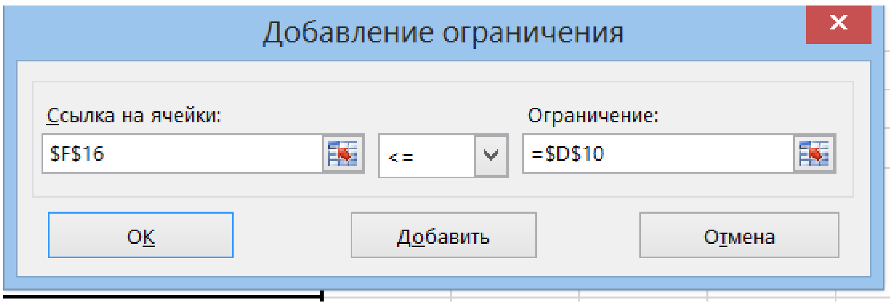

Рис.10. Функциональные ограничения для времени

Полностью подготовленные параметры задачи показаны на Рис. 11.

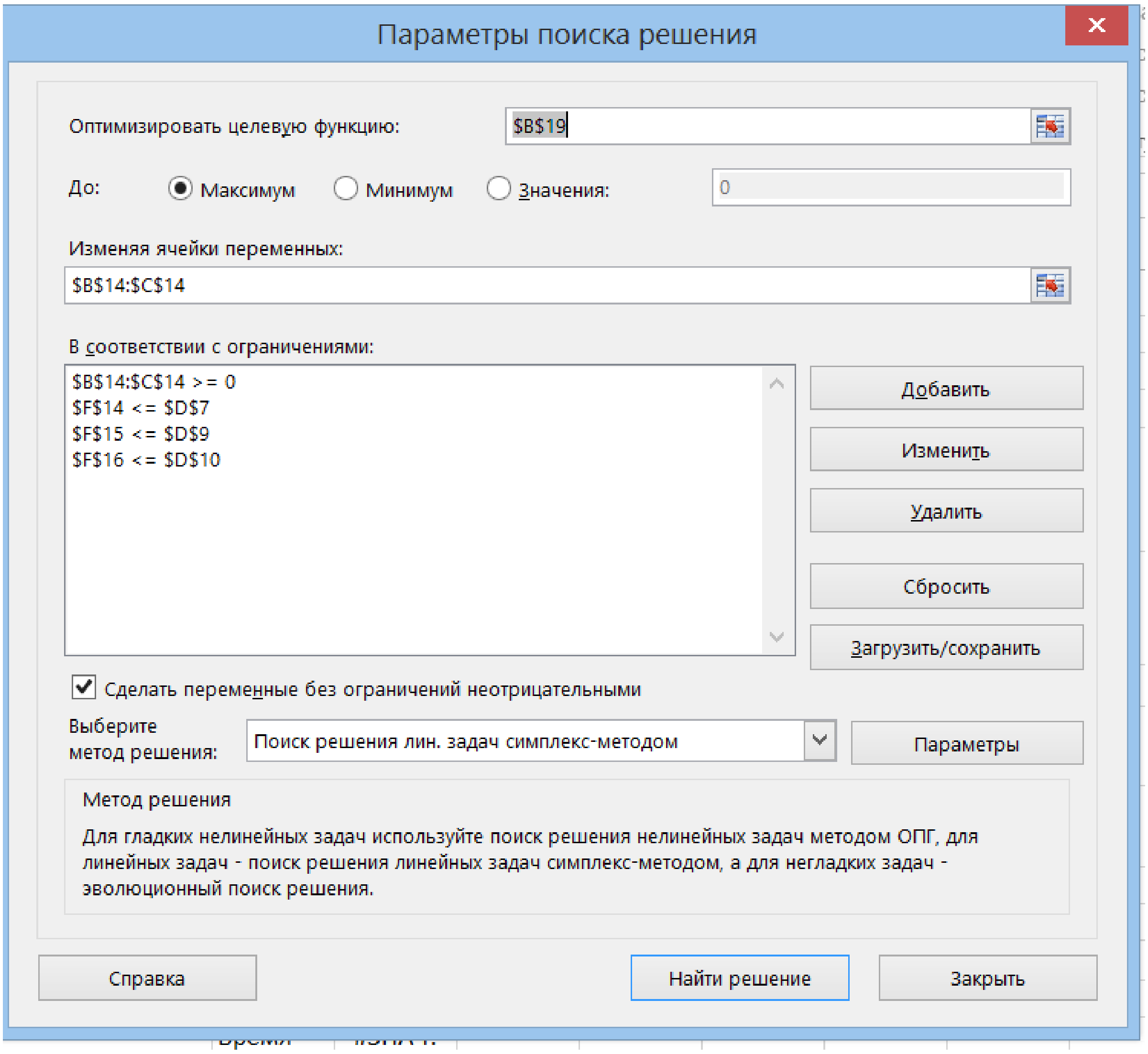

Рис.11. Параметры для задачи

Далее щелкаем по кнопке «Найти решение» и если нет ошибок в параметрах и есть решение задачи, то появляется форма Excel Рис.12.

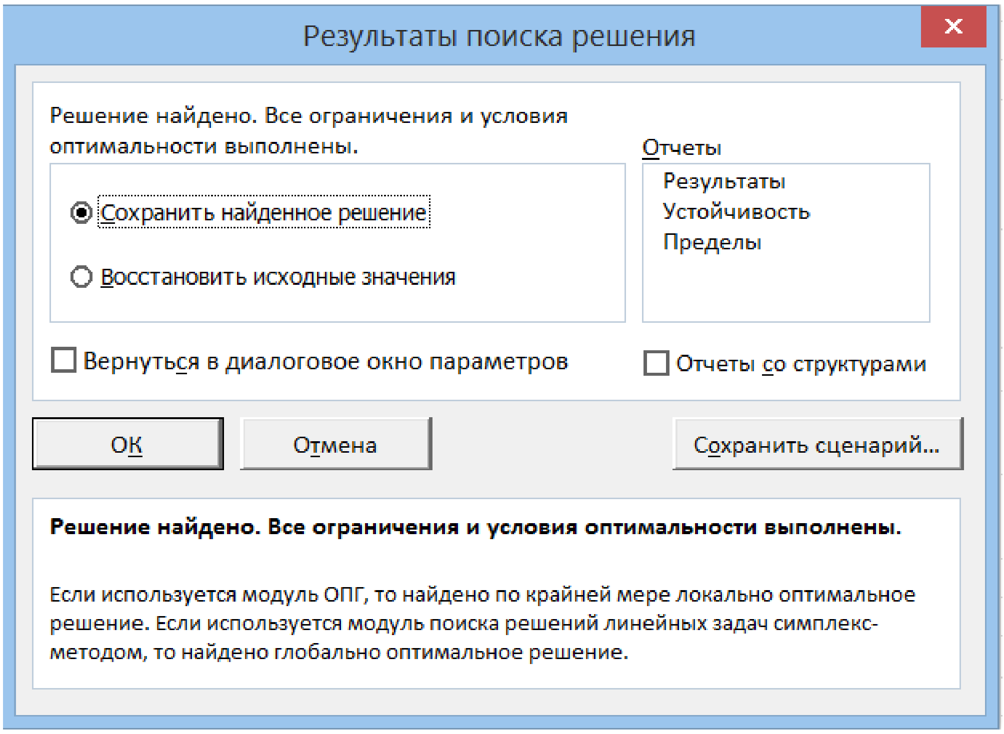

Рис.12. Задача решена, решение найдено.

В исходной таблице нашей задачи(Рис.13.) появились найденные значения для X1 и X2, ячейки B14 и C14, соответственно.

Чтобы получить максимум прибыли необходимо произвести 20 столов и прибыль составит 10000 руб. Будет израсходовано 20 кв. метров ДСП, 120 погонных метров бруска и затрачено 60 часов времени.

	A	B	C	D	E	F	G
2							
3			Параметры задачи				
4							
5	Материальные в временные ресурсы	Расходы ресурсов на производство мебели		Запасы ресурсов			
7	Древесно-стружечная плита,	1	0,2	20			
9	Брусок, погонный метр	6	2	120			
10	Затраты времени, час	3	1	200			
11	ПРИБЫЛЬ, руб.	500	100				
12							
13		X1	X2		Расход на ед. продукции		
14	Переменные	20	0		ДСП	20	
15					Брусок	120	
16					Время	60	
17							
18		Целевая функция					
19	P =	10000					

Рис.13. Решения задачи