

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Уральский государственный экономический университет»

В.П. Часовских

## Формализация информации и Big Data

02.03.03 - Математическое обеспечение и администрирование информационных систем  
профиль разработка и администрирование информационных систем

### Лабораторная работа 5-6

Информационные структуры

НЕЛИНЕЙНЫЕ СТРУКТУРЫ - ДЕРЕВЬЯ

Екатеринбург 2024

# Информационные структуры - Нелинейные структуры-деревья

В задачах, в [ ] указывается сложность задачи. Оценки приведены в следующей таблице:

Оценка	Объяснение
00	Чрезвычайно легкое упражнение, на которое можно ответить сразу же, если понят материал текста, и которое почти всегда можно решить "в уме".
10	Простая задача, которая заставляет задуматься над прочитанным материалом, но не представляет никаких особых трудностей. На решение такой задачи требуется не больше одной минуты; в процессе решения могут понадобиться ручка и бумага.
20	Средняя задача, которая позволяет проверить, насколько хорошо понят текст. На то чтобы дать исчерпывающий ответ, требуется примерно 15 - 20 минут.
30	Задача умеренной трудности и/или сложности, для удовлетворительного решения которой требуется больше двух часов.
40	Очень трудная или трудоемкая задача. Предполагается, что студент может решить такую задачу,
50	Исследовательская проблема. Если студент найдет решение этой задачи, то это решение следует опубликовать.

Интерполируя по этой "логарифмической" шкале, можно прикинуть, что означает любая промежуточная оценка. Например, оценка 17 говорит о том, что данное упражнение чуть легче, чем 20.

Буква М - задача с математическим уклоном.

**ВМ** - требует знания "высшей математики".

## ЗАДАЧИ

1. [18] Сколько существует различных деревьев с тремя узлами А, В, С?
2. [20] Сколько существует различных ориентированных деревьев с тремя узлами А, В, С?
3. [М20] Исходя из определения докажите, что для каждого узла Х в дереве

имеется единственный "путь вверх к корню", т. е. единственная последовательность узлов  $X_1, X_2, \dots, X_k$ ,  $k \geq 1$  такая, что  $X_1$  - корень дерева,  $X_k = X$  и  $X_j$  - отец  $X_{j+1}$  для  $1 \leq j < k$  (Указание: воспользуйтесь индукцией по числу узлов в дереве - Для этого сначала проверяется истинность утверждения с номером 1 - база (базис) индукции, а затем доказывается, что если верно утверждение с номером  $n$ , то верно и следующее утверждение с номером  $n+1$  - шаг индукции, или индукционный переход.)

4. [07] Верно ли следующее утверждение: «Если на обычном чертеже дерева (корнем вверх), узел  $X$  имеет больший номер уровня, чем узел  $Y$ , то узел  $X$  находится на чертеже ниже, чем узел  $Y$ ?»

5. [02] Узел  $A$  имеет трех братьев, а узел  $B$  - его отец. Чему равна степень  $B$ ?

6. [21] Определите, что значит "X есть  $t$ -й кузен  $Y$ , имеющий  $p$ -ю степень родства" как всегда имеющую смысл родственную связь между узлами  $X$  и  $Y$  дерева, по аналогии с генеалогическими деревьями (предполагается, что  $m > 0$  и  $n > 0$ ). (Значения этих терминов в применении к генеалогическим деревьям найдите в Internet.)

7. [03] Какое бинарное дерево не является деревом?

8. [00] Какой узел ( $B$  или  $A$ ) является корнем в бинарных деревьях (1)?

9. [M20] Совокупность непустых множеств называется вложенной, если для любой пары множеств  $X, Y$ , либо  $X \subset Y$ , либо  $Y \subset X$ , либо  $X$  и  $Y$  не пересекаются. (Другими словами,  $X \cap Y$  есть либо  $X$  или  $Y$ , либо  $\emptyset$ ) Как мы уже видели (см. рис. 7 (а) в лекции 2), всякому дереву отвечает некоторая совокупность вложенных множеств. Можно ли поставить в соответствие любой совокупности вложенных множеств некоторое дерево?

10. [M32] Перенесите определение дерева на бесконечные деревья, рассматривая совокупности вложенных множеств, как в упр. 10. Можно ли определить понятия "уровень", "степень", "отец", "сын" так, чтобы они имели смысл для каждого узла бесконечного дерева? Приведите примеры вложенных множеств действительных чисел, соответствующих дереву, в котором

а) каждый узел имеет несчетную степень и имеется бесконечно много уровней;

б) имеются узлы с несчетным уровнем;

с) каждый узел имеет степень по меньшей мере 2 и множество уровней несчетно.

11. [10] Предположим, что узел  $X$  в десятичной системе Дьюи имеет номер

$a_1, a_2, \dots, a_k$ ; каковы номера узлов на пути от  $X$  к корню (см. упр. 3)?

12. [20] Разработайте условные обозначения для бинарных деревьев, которые бы соответствовали десятичной системе обозначений Дьюи для деревьев.

13. (20) Начертите деревья, аналогичные изображенному на рис. 9 в лекции 2, соответствующие арифметическим выражениям

а)  $2(a - 5c)$ ;

б)  $a + b + 5c$

14. [01] Если  $T$  - дерево, изображенное на рис. 4 в лекции 2, то какой узел есть корень ( $T$  [2, 2])?

15. [081] Что означает  $L$  [5, 1, 1] в Списке (3)? Что означает  $L$  [3, 1]?

16. [75] Аналогично (7) изобразите Список  $L = (a, (L))$ . Что означает  $L$  [2] в этом Списке? Что означает  $L$  (2, 1, 1)?

17. [M22] Сколько концевых узлов имеет дерево, обладающее  $n_1$  узлами степени 1,  $n_2$  узлами степени 2, ...,  $n_m$  узлами степени  $m$ ?

Решения оформляются как отчет о занятии традиционной структуры, т.е. титульный лист, задача решение. Отчет загружается для проверки на сайте [vikchas.ru](http://vikchas.ru)