

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями УПРАВЛЕНИЕ ЗАПАСАМИ

Управление запасами

Если некоторая организация имеет товарные запасы, то **капитал, овеществленный в этих товарах, замораживается.**

Этот капитал, который нельзя использовать, представляет для организации потерянную стоимость в форме невыплаченных процентов или неиспользуемых возможностей инвестирования. Кроме того, наличие запасов влечет за собой определенные издержки, поскольку для их хранения необходимо создать определенные условия и выделить определенные площади; «обходимо оплачивать работу персонала, осуществляющего управление запасами; запасы должны быть застрахованы и т.п. В этой связи разумно предположить, что целью любой организации является хранение по возможности наименьшего запаса. Однако, следует принять во внимание и другие соображения. Спрос на продукцию чаще всего содержит долю неопределенности. Поэтому чем меньше уровень запаса, тем больше вероятность того, что возникнет дефицит продукции.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

Наличие дефицита тех или иных товаров уже само по себе является для организации источником определенных убытков либо в сфере производства, либо в связи с потерей клиентов.

Если организация создает товарный запас исходя из размера производственной партии деталей, то вероятнее всего экономически выгодным окажется производство крупных партий деталей, однако, такая политика подразумевает высокий уровень исходного запаса. В данной области существует множество проблем, которые предстоит решить. Целью практически любого решения является **минимизация общих издержек, связанных с хранением запасов**. Не менее важен анализ последствий применения неоптимальной схемы запаса, что предполагает анализ модели на чувствительность.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

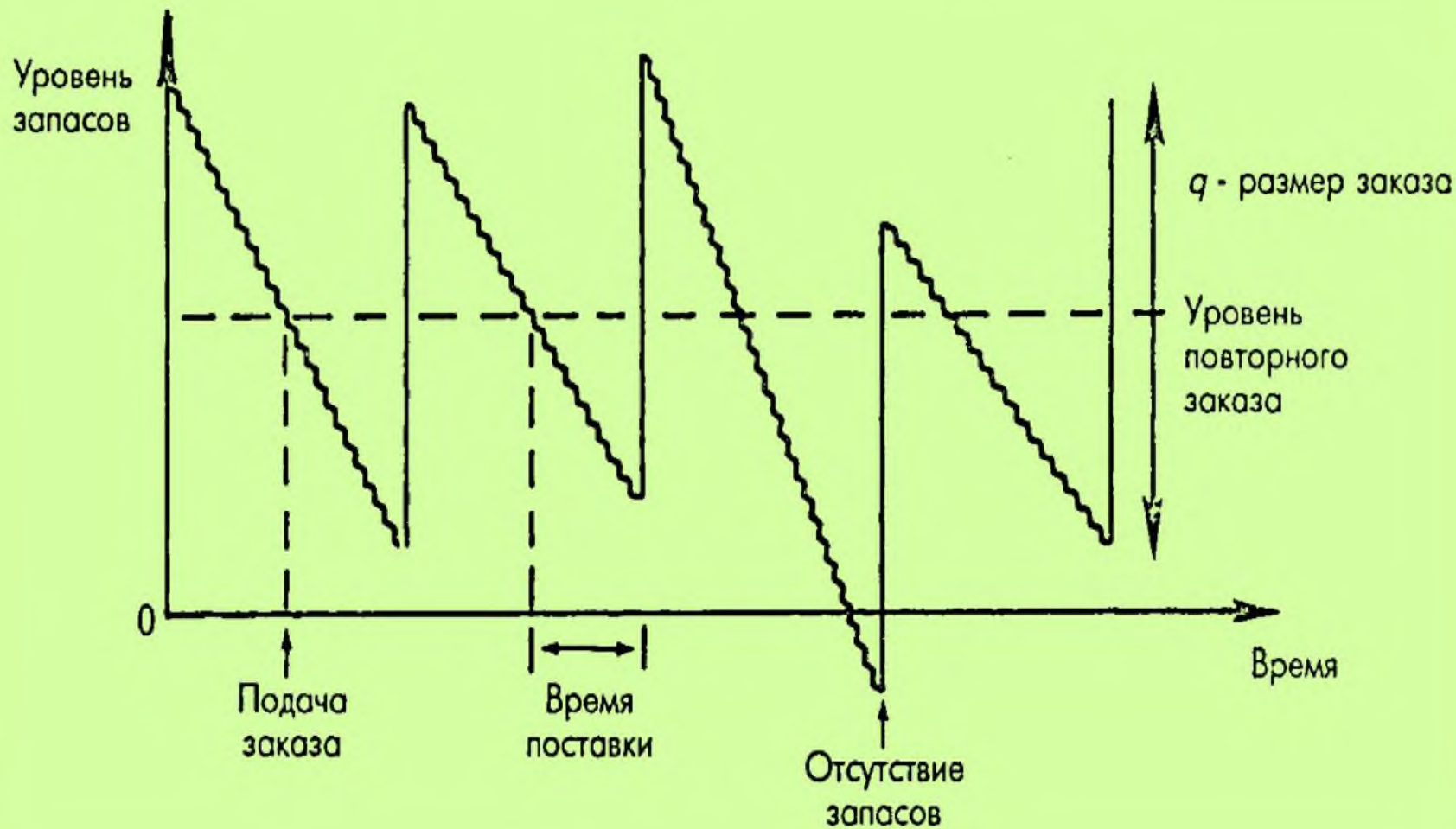
Основная модель управления запасами

Рассмотрим проблемы управления запасами, связанные либо с заказом на партию деталей внешнему поставщику, либо с выпуском партии деталей. Политика организации производства или подачи заказов в этой ситуации должна быть такой, чтобы общие издержки были минимальными.

В любой системе управления запасами уровень последних изменяется в соответствии с циклической моделью. Процесс снижения уровня запасов определяется соответствующей моделью спроса. В некоторой точке для пополнения запаса будет сделан новый заказ. По прошествии некоторого времени, называемого временем поставки, заказ будет получен, и уровень запасов возрастает. После этого начинается новый цикл запасов

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами



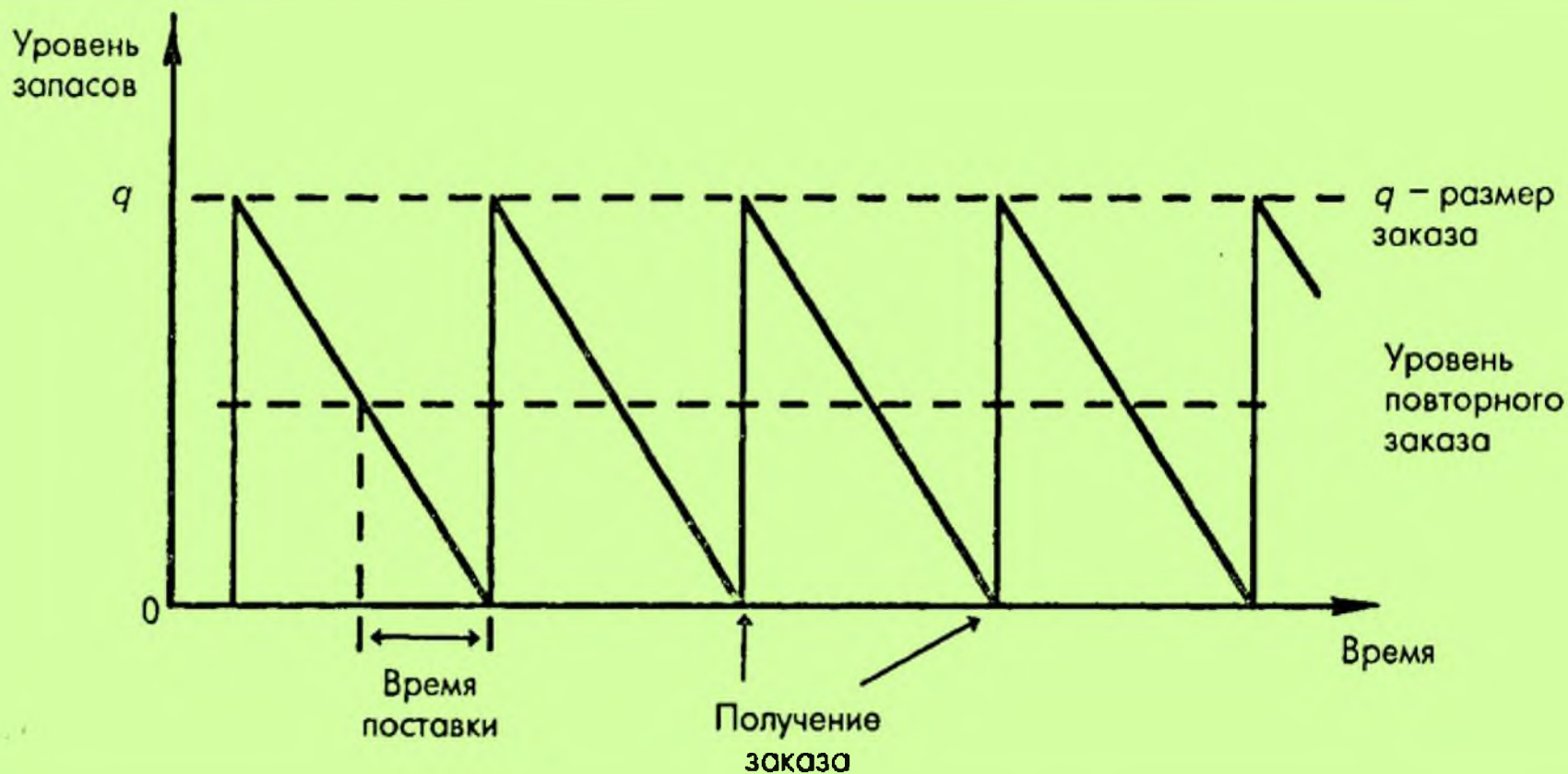
Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями Управление запасами

Ограничения модели управления запасами

1. Спрос на продукцию является постоянным, или приблизительно постоянным. Если коэффициент использования запасов является постоянным, то уровень запасов также будет уменьшаться с постоянным коэффициентом.
 2. Предполагается, что время поставки известно и является постоянной величиной. Это означает, что заказ можно осуществлять в точке с определенными значениями временного параметра и размера запаса (уровень повторного заказа), которые обеспечивают получение заказа в тот момент, когда уровень запасов равен нулю.
 3. Отсутствие запасов является недопустимым.
 4. В течение каждого цикла запасов делается заказ на постоянное количество продукции (q).
- Окончательный вид графика управления запасами является следующим:

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами



Все циклы запасов являются одинаковыми. Максимальное количество продукции, которая находится в запасе, совпадает с размером заказа q .

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

ЕЖЕГОДНАЯ СТОИМОСТЬ ПОДАЧИ ЗАКАЗА

Если потребность в продукции составляет D единиц в год, а каждый заказ подается на партию в q единиц, тогда ежегодное количество заказов составит (D/q) .

Ежегодная стоимость подачи заказов = Стоимость подачи одного заказа \times Число заказов, подаваемых ежегодно = $C_0 \times (D/q)$ (ден. ед(руб., долл., ф.ст. и т.д.)).

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями Управление запасами

ЕЖЕГОДНАЯ СТОИМОСТЬ ХРАНЕНИЯ ЗАПАСОВ

При расчете этой стоимости обычно исходят из среднего количества продукции, которая составляет запас в течение одного цикла. В простейшей ситуации, которую мы рассматриваем, уровень запасов изменяется линейно и принадлежит промежутку от q до нуля, следовательно, средний уровень запасов равен $(q/2)$. В более сложных ситуациях для расчета среднего уровня запасов используются более сложные математические методы.

Стоимость хранения единицы продукции C_h определяется либо как фиксированная величина на весь год, либо как процент от общей стоимости единицы продукции за год. В различных организациях применяются самые разнообразные методы расчета издержек в этой сфере, однако в целом C_h характеризует величину процентов с денежных ссуд, замороженных в форме запасов, стоимость повреждения или сохранности запасов, а также определенную часть общей стоимости системы хранения запасов.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями Управление запасами

*Ежегодная стоимость хранения запасов =
= Стоимость хранения единицы продукции в год \times Средний размер
запаса = $C_h \times (q/2)$ (ден. ед(руб., долл., ф.ст. и т.д.)).*

Из этого следует, что общая стоимость запаса единицы продукции в год определяется следующим образом:

$$TC = C_0 (D/q) + C_h (q/2) \text{ (ден. ед(руб., долл., ф.ст. и т.д.))}.$$

Данное уравнение называется уравнением общей стоимости основной модели управления запасами. Теперь мы должны определить значение q , при котором значение общей стоимости наименьшее.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями Управление запасами

b_i — наличие i -го ресурса ($i = 1, 2, \dots, m$); m — количество типов используемых ресурсов;

$a_{i,j,s}$ — норма затрат i -го ресурса на производство единицы j -го продукта по s -му технологическому способу;

$p_{j,s}$ — прибыль от производства j -го продукта по s -му технологическому способу;

T_j — задания (госзаказ) по выпуску j -го вида продукции;

$c_{j,s}$ — себестоимость производства j -го продукта по s -му технологическому способу;

$P_{i,j}$ — заданный уровень прибыли.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

*Ежегодная стоимость хранения запасов =
= Стоимость хранения единицы продукции в год \times Средний размер
запаса = $C_h \times (q/2)$ (ден. ед(руб., долл., ф.ст. и т.д.)).*

Из этого следует, что общая стоимость запаса единицы продукции в год определяется следующим образом:

$$TC = C_0 (D/q) + C_h (q/2) \text{ (ден. ед(руб., долл., ф.ст. и т.д.)).}$$

Данное уравнение называется уравнением общей стоимости основной модели управления запасами. Теперь мы должны определить значение q , при котором значение общей стоимости наименьшее.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

Оптимальный размер заказа q_0

Для определения оптимального значения q используем операцию дифференцирования следующим образом:

$$TC = C_0 (D/q) + C_h (q/2)$$

ТС принимает минимальное значение, когда

$$\frac{dTC}{dq} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{d^2TC}{dq^2} > 0$$
$$\frac{dTC}{dq} = -C_0 \frac{D}{q^2} + C_h \frac{1}{2}$$

и

$$\frac{d^2TC}{dq^2} = -2C_0 \frac{D}{q^3} + 0 > 0, \text{ если } q > 0$$

Положим

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

$$\frac{dTC}{dq} = 0, \text{ тогда } -C_0 \frac{D}{q^2} + \frac{1}{2} C_h = 0$$

Следовательно

$$C_0 \frac{D}{q^2} = C_h \frac{1}{2}$$

$$q^2 = \frac{2C_0D}{C_h} \quad q_0 = \pm \sqrt{\frac{2C_0D}{C_h}}$$

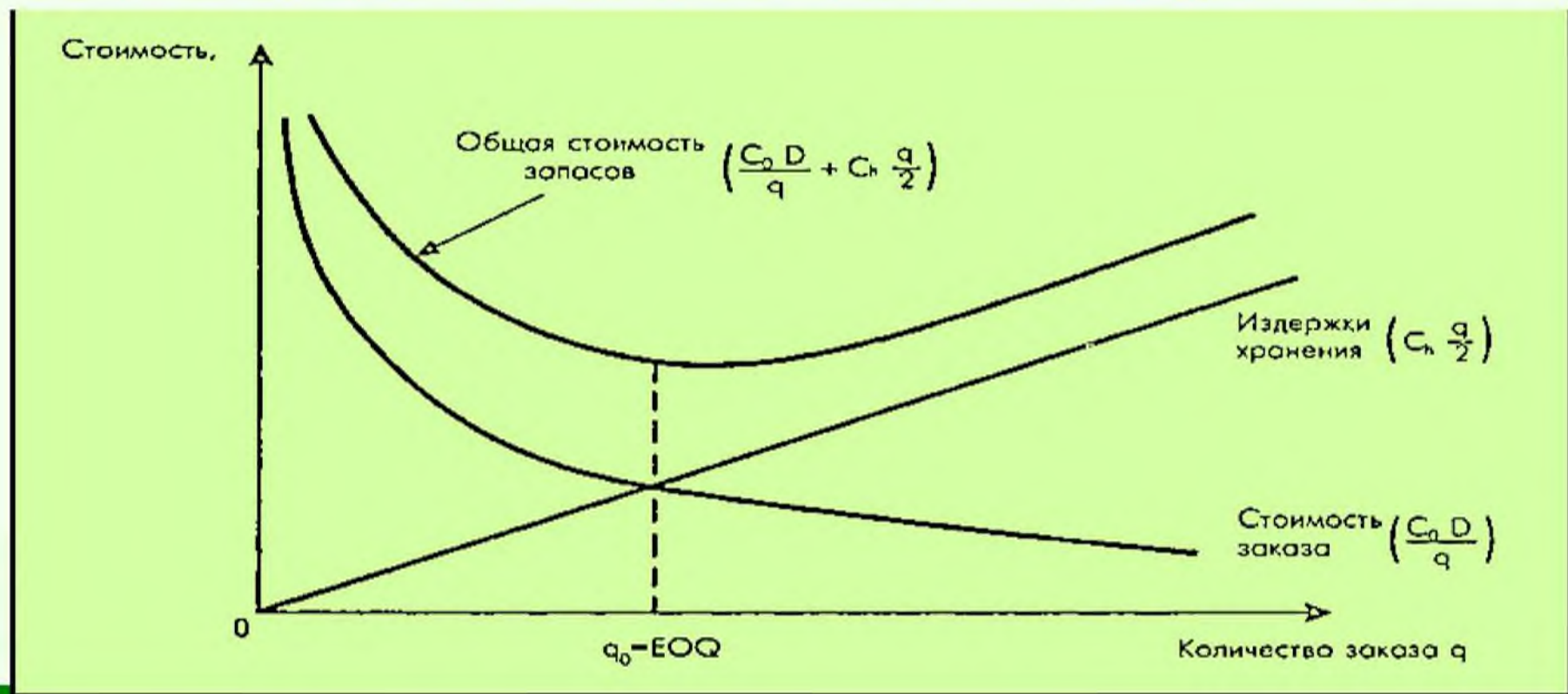
Таким образом, ТС принимает минимальное значение, если $q_0 = \pm \sqrt{\frac{2C_0D}{C_h}}$

Полученный объем заказа называют **экономичным размером заказа** (EOQ). Если в течение года с равными интервалами заказывать данное количество продукции, то стоимость хранения будет минимальной. В настоящее время стало уже традиционным непосредственное применение формулы модели EOQ, а не получение ее каждый раз из уравнения общей стоимости.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

Полезно воспользоваться графическим представлением уравнения общей стоимости и его компонент. Издержки хранения пропорциональны размеру заказа, следовательно, их график представляет собой прямую, проходящую через начало координат. Стоимость подачи заказа пропорциональна величине $1/q$. Ниже приводится графическое изображение указанных видов издержек и их суммы



Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

Нетрудно заметить, что если размер заказа невелик, то стоимость подачи заказа является доминирующей — в этом случае заказы подаются часто, но на небольшое количество продукции. Если размер заказа является достаточно большим, основной компонентой становится стоимость хранения — делается небольшое число заказов, размер которых достаточно велик. Экстремальная точка на графике уравнения общей стоимости соответствует ситуации, когда оба вида издержек равны друг другу. Этот факт может оказаться полезным при проверке расчетов ЕОQ. Кроме того, можно отметить, что в критической точке кривая общей стоимости заметно выравнивается. Это означает, что в данной области общая стоимость не обладает высокой чувствительностью по отношению к изменениям в размере заказа. После того как получено значение ЕОQ, остается еще, как правило, несколько значений, поэтому можно выбрать необходимый размер заказа, не приводящий к значительному увеличению общей его стоимости.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

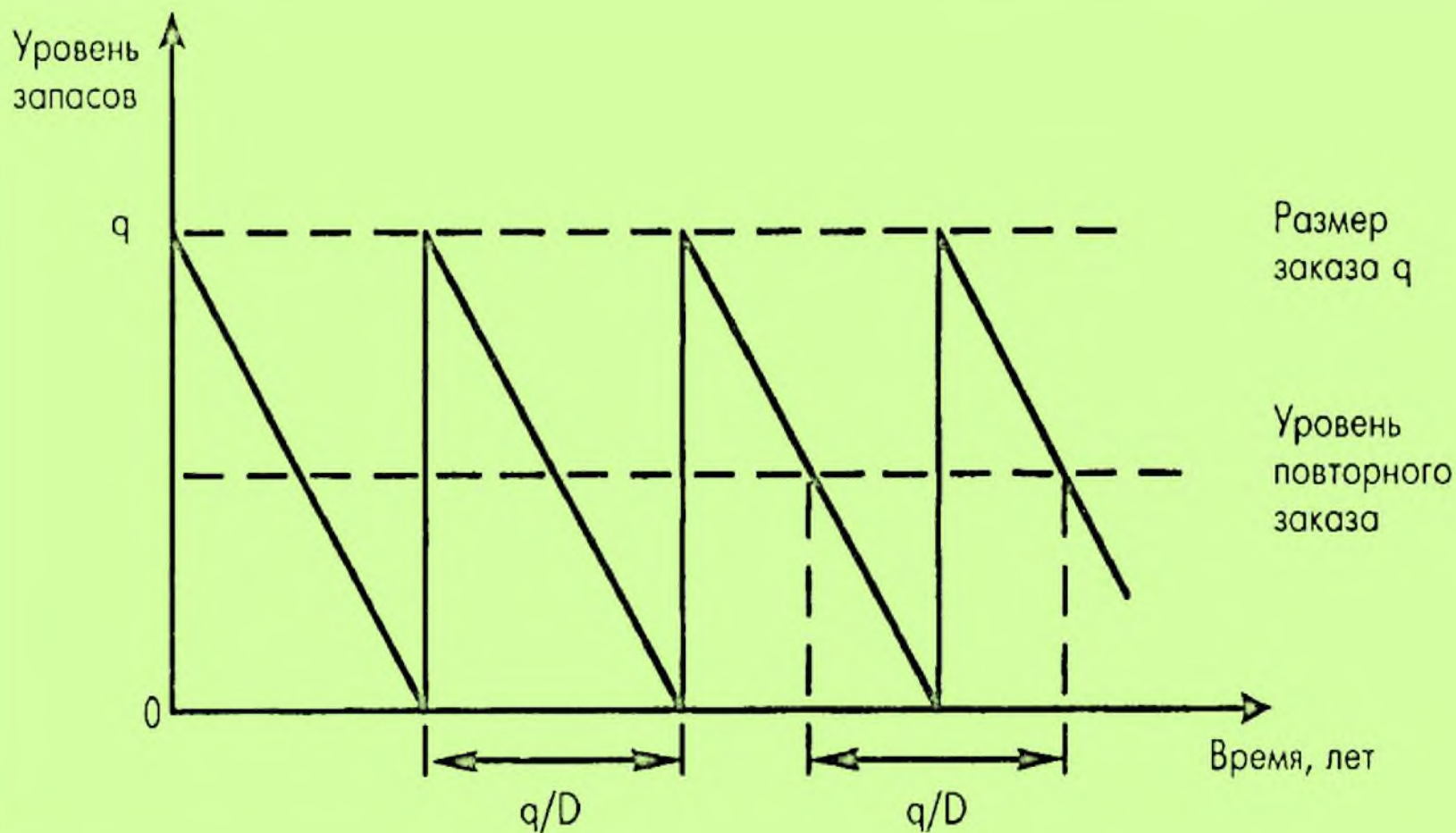
Уровень и интервал повторного заказа

Итак, мы знаем, каким должен быть размер заказа, но нам по-прежнему неизвестно, когда следует осуществлять его подачу.

Если время поставки заказа от поставщика составляет L недель, то в течение поставки будет использоваться $L \times (D/52)$ единиц продукции, составляющей запас, в предположении, что в году 52 недели. Поскольку величина спроса постоянна, количество продукции, которое используется в течение поставки заказа, является одновременно и уровнем повторного заказа. Таким образом, новый заказ следует подавать, когда уровень запасов снижается до величины $L \times (D/52)$. В этом случае новый заказ будет получен в тот момент, когда уровень запасов станет равным нулю.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами



Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

В течение года потребуется D/q заказов с равными интервалами, следовательно, новый цикл заказа всегда начинается в точке

$$\frac{1 \text{ год}}{(D/q) \text{ заказов}} = \frac{q}{D} \text{ лет}$$

Так как все циклы заказов одинаковы, интервал повторного заказа также будет равен (q/D) лет.

ЗАДАЧА. Объем продажи магазина составляет 500 упаковок каши в год. Величина спроса равномерно распределяется в течение года. Цена покупки одного пакета равна 2 ден. ед. За один заказ владелец магазина должен заплатить 10 ден. ед. Время доставки заказа от поставщика составляет 12 рабочих дней (при 6-дневной рабочей неделе). По оценкам специалистов, издержки хранения составляют 20% среднегодовой стоимости запасов. Сколько пакетов должен заказывать владелец магазина каждый раз, если его цель состоит в минимизации общей стоимости запасов? Предположим, что магазин работает 300 дней в году, определим, с какой частотой следует осуществлять подачу заказов и уровень повторного заказа.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями Управление запасами

Экономичный размер заказа равен:

$$q_0 = \sqrt{\frac{2C_0D}{C_h}} \quad \text{где } D = 500 \text{ пакетов в год; } C_0 = 10 \text{ ден. ед. за один заказ;}$$

$C_0 = 20\%$ в год от стоимости запаса размером в одну упаковку, или $0,2 \times 2$ ден. ед. в год за одну упаковку. Следовательно $q_0 = 158,11$. Количество заказываемых пакетов должно быть целым числом, поэтому в качестве EOQ выберем значение, равное 158 пакетам. В дальнейшем мы можем попытаться определить размер заказа более точно. Минимальное значение общей стоимости заказа в год определяется по следующей формуле:

$$TC = C_0 (D/q) + C_h (q/2).$$

Следовательно,

$$TC = 10 \times 500/158 + 0,2 \times 2 \times 158/2 = 31,6 + 31,6 = 63,2 \text{ ден.ед. в год.}$$

Общая стоимость купленных владельцем магазина 500 упаковок каши в год

составляет: Стоимость запасов + Стоимость покупки =

$$= 63,2 \text{ ден.ед.} + 2 \text{ ден.ед.} \times 500 = 1063,2 \text{ ден.ед. в год.}$$

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

Таким образом, стоимость запасов составляет 6% общей стоимости покупки в год. Если бы владелец магазина подавал заказы на партии в 150 упаковок, то величина общей стоимости запасов за год составила бы:

$$TC_{150} = 10 \times 500/150 + 0,2 \times 2 \times 150/2 = 33,33 + 30,0 = 63,33 \text{ ден.ед. в год.}$$

По сравнению со стоимостью, соответствующей найденному значению EOQ, данное увеличение стоимости является небольшим и составляет 0,13 ден.ед. в год.

Подачу нового заказа владелец магазина должен осуществлять каждый раз по истечении периода, равного $158/500$ лет. Поскольку в году 300 рабочих дней, интервал повторного заказа будет равен

$$\frac{158 \times 300}{500} = 94,8$$

Объем продажи пакетов каши за 12 дней поставки заказа составит: (Спрос/Число дней) x Время поставки = $(500/300) \times 12 = 20$ упаковок.

Следовательно, уровень повторного заказа равен 20 упаковкам. Таким образом, подача нового заказа производится в тот момент, когда уровень запасов равен 20 пакетам.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

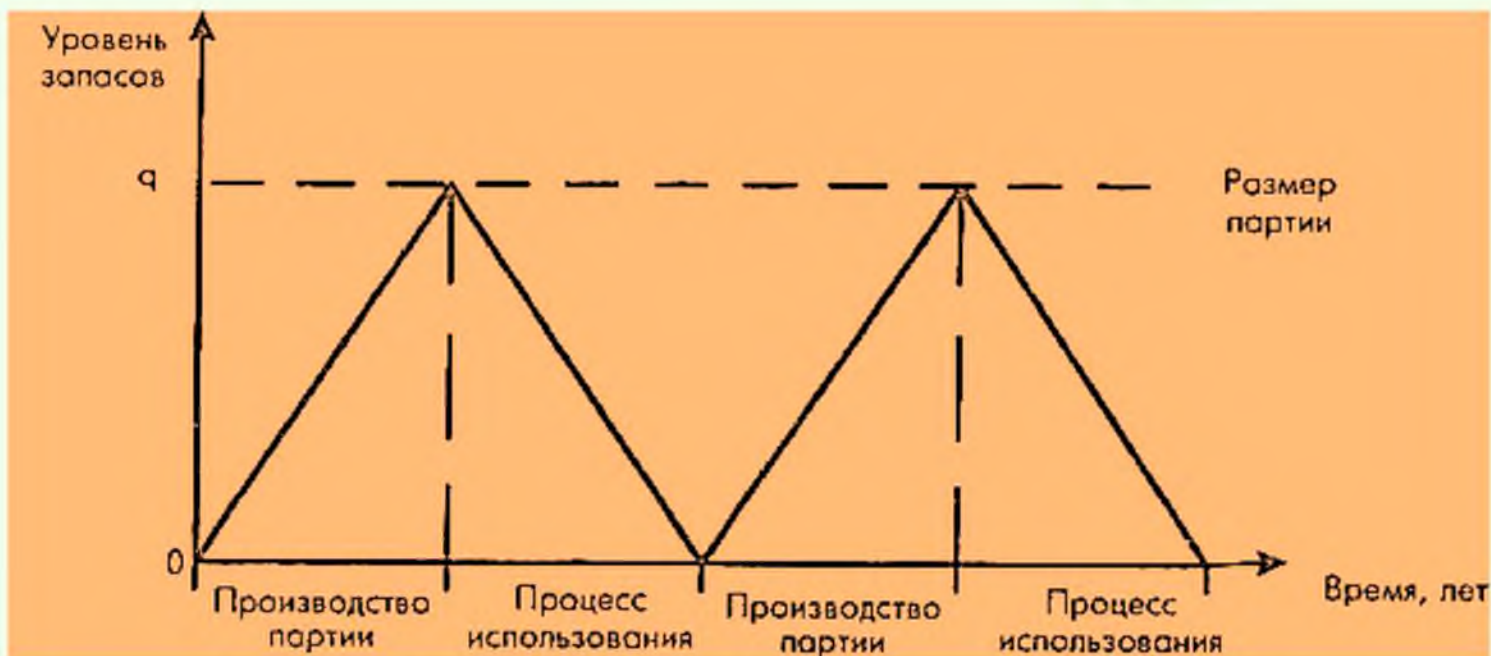
Модель экономичного размера партии

Организации, специализирующиеся на выпуске различных видов товаров, могут организовать технологический процесс не на непрерывной основе, а на основе производства партий продукции. Например, на лесопромышленном предприятии может быть принято решение о производстве партии (большого) бруса 200x200 из сосны, затем — партии (маленького) бруса 100x100, за которой должна следовать партия бруса 50x50. Если в организации используется производство продукции партиями, то приходится решать вопрос о размере партии продукции, производимой в течение одного производственного цикла, и о том, с какой частотой следует производить партию определенной продукции. Возникающие трудности аналогичны проблемам, связанным с определением экономичного размера заказа. Вместо заказа определенного количества продукции у внешнего поставщика рассматривается объем производства определенной продукции. Таким образом, стоимости заказа, которая фигурировала в изложенной выше модели, соответствует стоимость организации процесса производства партии продукции.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

В графическом виде модель можно представить следующим образом:



**Общая ежегодная стоимость производства =
= Ежегодная стоимость организации технологического процесса +
+ Годовая сумма издержек хранения.**

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

Если через C_s обозначить стоимость организации каждого производственного цикла, то тогда

$$TC = C_s \times (D/q) + C_h \times (q/2) \text{ (ден.ед. в год)},$$

где q — размер партии продукции. Очевидно, что по аналогии с предыдущей задачей TC принимает свое минимальное значение, если

$$q_0 = \sqrt{2C_s D / C_h}$$

Полученное оптимальное количество продукции в партии называют экономичным размером партии (**EBQ**).

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

Организация, производящая изделия из керамики, выпускает несколько видов кофейников. Производственный процесс организован по принципу выпуска партий кофейников общим объемом 500 штук в неделю. Спрос на наиболее популярную модель, которую мы обозначим через X , составляет 2500 изделий в год и равномерно распределяется в течение года. Вне зависимости от того, в какой момент времени возникает необходимость в производстве партии кофейников модели X , стоимость производственного процесса составляет 200 руб. По оценкам специалистов организации стоимость хранения кофейников составляет 1,50 руб. за единицу.

Какова должна быть партия кофейников, чтобы затраты на производство и хранение были минимальными? Как часто следует возобновлять производственный цикл и какова его длительность? Предполагается, что в году 50 рабочих недель.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями

Управление запасами

Обозначим:

$D_s = 2500$ кофейников в год; $C_q = 200$ руб. на один производственный цикл;
 $C_h = 1,50$ руб. за один кофейник в год.

Экономичный размер партии можно определить следующим образом:

$$q_0 = \sqrt{2CSD/C_h} = \sqrt{2 \times 200 \times 2500 / 1,50} = 816,5.$$

Поскольку кривая общей стоимости не обладает высокой чувствительностью по отношению к небольшим изменениям значений q , вполне вероятно, что выбранное в качестве EQ значение, равное 820, не приведет к значительному увеличению общей стоимости. Это утверждение можно легко проверить.

Для $q = 816,5$ единиц имеем:

$$TC = 200 \times 2500 / 816,5 + 1,5 \times 816,5 / 2 = 612,37 + 612,37 = 1224,74 \text{ руб. в год.}$$

Для $q = 820$ единиц имеем:

$$TC = 200 \times 2500 / 820 + 1,5 \times 820 / 2 = 609,76 + 615 = 1224,76 \text{ руб. в год.}$$

Для $q = 800$ единиц имеем: $TC = 200 \times 2500 / 800 + 1,5 \times 800 / 2 = 625 + 600 = 1225$ руб. в год.

Определение условий функционирования экономической системы линейными моделями Управление запасами

Наиболее удобный размер партии, равный 800 кофейникам, по сравнению с оптимальным размером приводит к увеличению общей стоимости производства и хранения кофейников на 26 коп.

Примем в качестве EOQ значение, равное 800 кофейникам. Число производственных циклов в год составит: $2500/800 = 3,125$ (т.е. 25 циклов за каждые 8 лет), следовательно, интервал между двумя любыми производственными циклами равен: $800 \times 50/2500 = 16$ недель.

Если объем производства в неделю равен 500 кофейникам, то процесс производства одной партии займет $800/500 = 1,6$ недели.

Благодарю за внимание!

